

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE  
DEPARTEMENT DU GENIE CIVIL  
*5<sup>ième</sup> année*

Mini projet de **PONT**

**LA METHODE DE GUYON-MASSONNET-BAREŠ**

Réalisé par :

**TERMOUL Tarek**

2009/2010

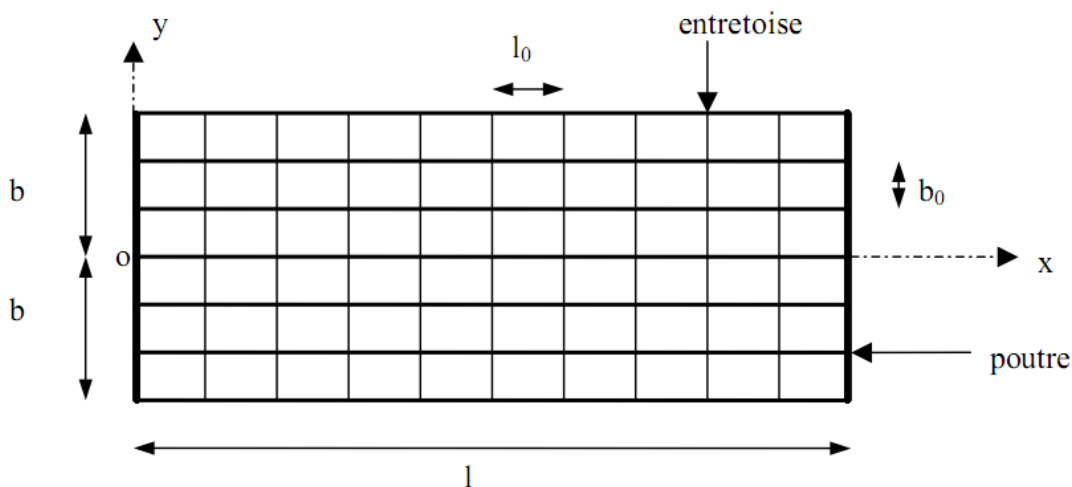
## Introduction

La méthode de GUYON-MASSONNET-BAREŠ repose sur la théorie des plaques orthotropes. Elle fut développée par Guyon [GUY.46] dans le cas d'une dalle orthotrope à rigidité torsionnelle négligeable. Massonnet en 1950 généralisa les relations trouvées par Guyon en introduisant l'effet de la torsion dans les calculs [MAS.50]. En 1966, Massonnet et Bareš publièrent un recueil de ces méthodes illustré par un nombre d'exemples [MAS.66]. Cette méthode est simple et utilisée pour le calcul des ponts à poutres multiples en tenant compte de la résistance à la torsion du pont, elle donne des résultats satisfaisants par rapport aux autres méthodes, car la rigidité transversale du tablier n'est pas négligeable.

## Principe de la méthode et hypothèses

Cette méthode vise à déterminer les efforts transitant dans un grillage de poutres soumis à un chargement quelconque, ponctuel ou réparti. Le système dalle-poutre discret est remplacé par un système uniforme composé d'une dalle anisotrope ou orthotrope ayant des caractéristiques constantes suivant chacun de ses axes transversal et longitudinal. Ce passage d'une répartition discrète de la rigidité, à une répartition continue, est l'hypothèse principale sur laquelle repose cette méthode. La deuxième hypothèse consiste à admettre que le coefficient de Poisson du matériau constitutif est nul. Cette hypothèse est plus ou moins contestable, mais, dans la mesure où le but de la méthode est de déterminer la répartition des efforts dans les différentes parties de la structure et où les variations de ces efforts ne sont pas très importantes, l'erreur qui en résulte peut être considérée comme négligeable.

Le réseau de poutres est assimilé à une dalle orthotrope possédant deux bords libres (selon  $Ox$ ) et deux bords simplement appuyés (selon  $Oy$ ). La méthode s'appuie sur la résolution approchée de l'équation différentielle d'un grillage simple constitué, dans le sens  $y$ , de  $m$  poutres (longerons) espacées les unes des autres de  $b_0$ , et dans le sens  $x$ , de  $n$  entretoises espacées de  $l_0$ ; les poutres sont, dans les deux sens, faites du même matériau, résistantes à la torsion et assemblées aux nœuds rigidement l'une à l'autre.



Désignons par  $B_P = EI_P$  la rigidité flexionnelle des poutres

$B_E = EI_E$  la rigidité flexionnelle des entretoises

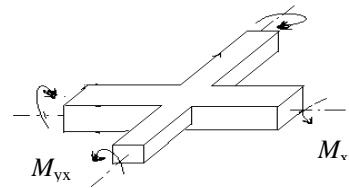
et par  $C_P = GI_{Pt}$  et  $C_E = GI_{Et}$  les rigidités à la torsion des poutres et entretoises avec  $G = E/2(1+\nu)$  ;  $\nu$  coefficient de poisson.

Si nous remplaçons cette construction par une construction équivalente où les rigidités sont réparties continument sur la longueur et la largeur, les rigidités flexionnelles seront par unité de longueur :

$$\rho_P = \frac{B_P}{b_0} \quad \text{et} \quad \rho_E = \frac{B_E}{l_0}$$

de même, les rigidités torsionnelles par unité de longueur de la construction équivalente seront

$$\gamma_P = \frac{C_P}{b_0} \quad \text{et} \quad \gamma_E = \frac{C_E}{l_0}$$



Pour un déplacement vertical (la déformée de la dalle) de la construction selon la surface

$W = w(x,y)$  dont les courbures ont pour valeurs  $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  et  $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$  , il naît des moments

fléchissants par unité de longueur

$$M_x = -\rho_P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \text{et} \quad M_y = -\rho_E \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

La géométrie montre que la torsion de la surface de déplacement  $W$  est donnée par

l'expression  $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$  et dans la construction naîtront donc les moments de torsion unitaires

$$M_{xy} = \gamma_P \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \text{et} \quad M_{yx} = -\gamma_E \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

L'effort tranchant vertical  $Q_y$  se calcul suivant la formule  $Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}$  , en

remplaçant les valeurs de  $M_x$  et  $M_{xy}$  :

$$Q_y = -\rho_E \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \gamma_P \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y}$$

De la condition d'équilibre de l'élément dans le sens vertical on trouve après remplacement de  $M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx}$  par leurs valeurs, l'équation différentielle d'un grillage simple dont les rigidités sont réparties continument

$$\rho_P \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (\gamma_P + \gamma_E) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_E \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y)$$

$p(x, y)$  est le chargement de la dalle.

Cette équation est équivalente à celle d'une plaque orthotrope.

**Les deux paramètres fondamentaux (paramètres sans dimension)**

• **paramètre d'entretoisement  $\theta$**  : a été déduit par Guyon en calculant les grillages sans tenir compte de la torsion :

$$\theta = \frac{b}{l} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_P}{\rho_E}}$$

Avec :

b : demi largeur de la dalle

l : portée de la travée

Le paramètre  $\theta$  détermine la souplesse de l'entretoisement, plus grand est  $\theta$ , plus souple est l'entretoisement.

• **paramètre de torsion  $\alpha$**  :

Dans la pratique, le coefficient de rigidité torsionnelle ( $\gamma_P + \gamma_E$ ) est toujours compris entre les valeurs correspondant aux deux cas particuliers, celui de la dalle et celui du grillage simple.

Si l'on pose  $(\gamma_P + \gamma_E) = 2\alpha\sqrt{\rho_P \cdot \rho_E}$  l'effet de torsion est caractérisé par le paramètre  $\alpha$  dont la valeur, pour couvrir le domaine entier entre les deux cas particuliers précités, variera de 0 à 1.

$$\alpha = \frac{\gamma_P + \gamma_E}{2 \cdot \sqrt{\rho_P \cdot \rho_E}} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Dans le cas général, nous pouvons calculer, par cette formule, le paramètre de torsion  $\alpha$  mais l'évaluation des rigidités à la torsion  $\gamma_P$  et  $\gamma_E$  étant, ordinairement, très difficile, il faut introduire souvent des hypothèses simplificatrices pour obtenir une valeur approchée de  $\alpha$ .

Le paramètre de torsion prend une expression particulièrement simple dans le cas d'une construction mixte. En effet, nous pouvons admettre que la rigidité propre de torsion des poutrelles métalliques est négligeable et assimiler par conséquence le pont à une plaque dont les rigidités à la flexion dans les deux sens  $\rho_P$  et  $\rho_E$  sont celle de la dalle isotrope en béton majorées dans les rapports  $\pi = \frac{\rho_P}{D}$  et  $\varepsilon = \frac{\rho_E}{D}$  avec  $D = \frac{E_d e_d^3}{12}$  ( $E_d$  est le module de Young et  $e_d$  la hauteur de la dalle en béton). Tout calcul fait, on obtient pour un pont mixte :

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{\pi \varepsilon}}$$

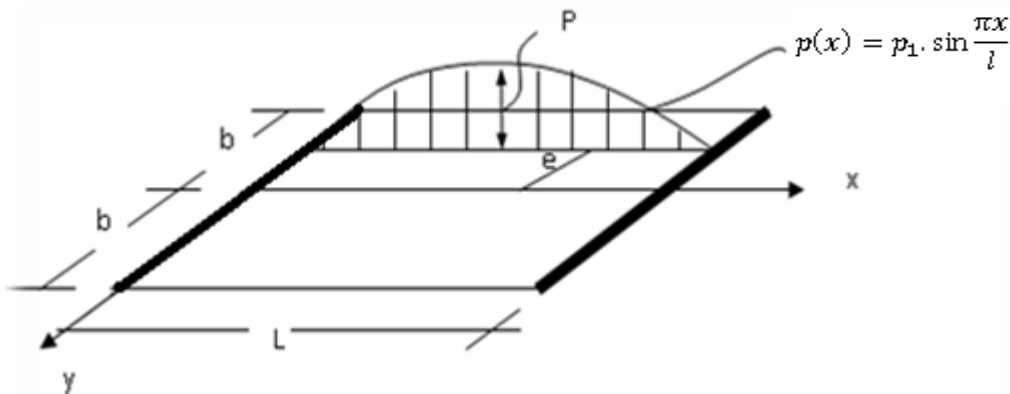
Par ces deux paramètres  $\theta$  et  $\alpha$ , le comportement de la construction est complètement défini.

La résolution analytique directe de l'équation différentielle de la plaque orthotrope conduit à des calculs compliqués et peu pratiques à mettre en œuvre. La méthode de Massonnet permet de s'affranchir de cette difficulté en utilisant une méthode approximative basée sur les coefficients de répartition.

**Méthode des coefficients de répartition**

Deux hypothèses servent de base à la configuration de la méthode :

- la construction réelle est remplacée par une dalle orthotrope présentant les mêmes rigidités moyennes de flexion et de torsion et qui est au sens technique exactement soluble par le calcul différentiel.
- la répartition transversale réelle du chargement est remplacée par celle qui naît sous une charge répartie le long de l'axe X de la construction et d'excentricité  $e$  suivant la loi sinusoidale de la forme  $p(x) = p_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$  où  $p_1$  = la valeur constante de chargement.



Les hypothèses citées n'influencent que le calcul de la répartition transversale de la charge, les autres calculs obéissent aux règles ordinaires de la stabilité des constructions.

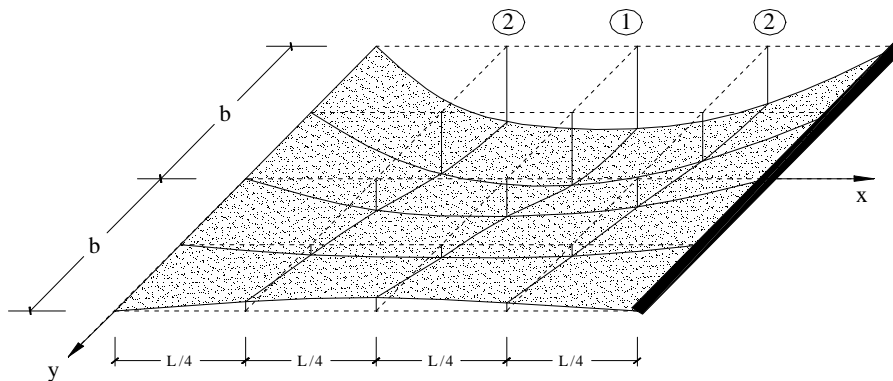
**Le coefficient de répartition transversale**

La construction prend une déformée en demi-onde de sinusoire selon l'équation

$$w(x, y) = W(y) \sin \frac{\pi x}{l}$$

Si la charge  $p(x)$ , au lieu d'être répartie sur une droite, est répartie uniformément sur la largeur  $2b$  de la construction (tout en restant sinusoidale dans le sens longitudinal), la construction prend une déformée en surface cylindrique d'équation

$$w_0(x) = W_0 \sin \frac{\pi x}{l}$$



Le moment par unité de largeur pour un chargement de cette nature est

$$M_0(x) = \frac{p_1}{2b} \times \frac{l^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi x}{l}$$

Désignons le rapport du déplacement vertical  $w(x,y)$  d'un point de la construction sous l'effet d'une charge linéaire  $p(x)$  à celui  $w_0(x)$  du même point mais sous l'effet de la charge  $p_0(x)$  uniformément répartie sur la largeur du pont, par le coefficient de répartition transversale  $K(y)$

$$K(y) = \frac{w(x,y)}{w_0(x)} = \frac{W(y)}{W_0}$$

$$w_0 = \frac{p_1}{2b\rho_p} \frac{l^4}{\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l}$$

Ce coefficient  $K$  dépend du paramètre  $\theta$  et  $\alpha$ , de l'excentricité relative  $e/b$  de la charge linéaire et de l'ordonnée relative  $y/b$  du point considéré de la construction.

Le calcul de  $K$  à partir des relations complexes d'intégral est en général difficile c'est pourquoi on divise la construction dans le sens de la largeur en 8 bandes de même largeur pour simplifier l'intégral.

On trouve que le coefficient  $K$  dépend, entre autre, de la valeur du paramètre  $\alpha$ , pour éviter de calculer séparément  $K_\alpha$  pour chaque valeur de  $\alpha$  on utilise les formules d'interpolation dans lesquelles on emploie les coefficients  $K_0$  et  $K_1$  pour les valeurs extrêmes  $\alpha = 0$  et  $\alpha = 1$  qui sont définis dans des tableaux pour des valeurs de  $\theta$  données dans les abaques de Bareš et Massonnet.

Sur la base de calculs d'un grand nombre de cas, Massonnet a déterminé dans ces tableaux les valeurs des coefficients  $K_0$  et  $K_1$  pour  $\theta$  compris entre 0.05 et 5.00 et selon les différentes excentricités de charges ( $e = \pm b; \pm 3b/4; \pm b/2; \pm b/4; 0$ ) et pour les sections de la largeur de la dalle ( $y = 0; y = b/4; y = b/2; y = 3b/4; y = b$ ).

Pour un calcul rigoureux de  $K_\alpha$ , il est nécessaire d'appliquer les formules d'interpolation établies par Sattler et qui dépendent aussi de la valeur de  $\theta$  :

$$\begin{array}{ll} \text{Si } 0 < \theta \leq 0.1 & \rightarrow K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \alpha^{0.05} \\ \text{Si } 0.1 < \theta \leq 1 & \rightarrow K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \alpha^\beta \\ \text{Si } \theta > 1 & \rightarrow K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \cdot \alpha^{0.5} \end{array}$$

$$\text{Où } \beta = 1 - e^{(0.065 - \theta)/0.663}$$

Dans le cas où  $\theta$  calculée ne figure pas dans le tableau on doit faire une interpolation, et si la poutre en question se trouve entre deux sections dont les lignes d'influence sont connues on peut aussi faire une interpolation.

### Calcul des efforts

Chaque type d'effort (moments, efforts tranchants, etc.) fait intervenir un coefficient de répartition transversale des charges différent. Ce dernier est alors multiplié par le moment moyen pour obtenir le moment fléchissant existant dans une poutre déterminée. Le moment moyen correspond au moment de flexion de la poutre seule sous la charge et appuyée à ses extrémités.

On déplacera les charges de façon à obtenir les plus grandes ordonnées et on retiendra pour le calcul des efforts l'excentricité qui donne les plus grandes valeurs des coefficients. Dans le cas des ponts à poutres multiples la section d'étude sera imposée par la position de la poutre, ce qui nous amène à tracer les lignes d'influences pour les différentes excentricités de charge et on retiendra la section qui donne les plus grandes valeurs des coefficients.

**Calcul des moments fléchissant longitudinaux (dans les poutres)**

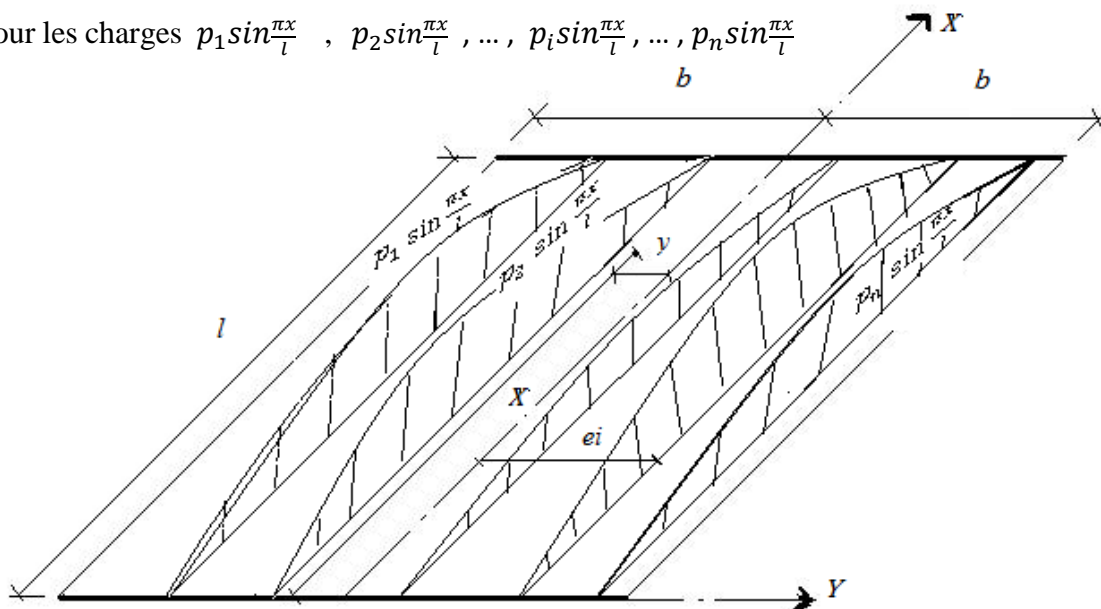
Le rapport du moment fléchissant réel  $M_x(x,y)$  au moment moyen  $M_0(x)$  dans le sens transversal est égal au coefficient de répartition transversale

$$K(y) = \frac{M_x(x,y)}{M_0(x)}$$

Le moment fléchissant dans le sens X par unité de largeur pour une charge sinusoïdale est:

$$M_{xm}(x, y) = p_m \frac{l^2}{2b\pi^2 m^2} K_{\alpha m} \sin \frac{m\pi x}{l}$$

Pour les charges  $p_1 \sin \frac{\pi x}{l}$ ,  $p_2 \sin \frac{\pi x}{l}$ , ...,  $p_i \sin \frac{\pi x}{l}$ , ...,  $p_n \sin \frac{\pi x}{l}$



Le moment fléchissant moyen à la distance x est  $M_0(x) = M_0^{(1)}(x) \sum_{i=1}^n p_i$  et  $M_0^{(1)}(x)$  représente le moment fléchissant moyen produit par une charge linéaire sinusoïdale unitaire, uniformément répartie sur la largeur de la construction.

- $K(y) = \frac{\sum p_i K_i(y)}{\sum p_i}$

Pour obtenir en un point quelconque de la construction le moment fléchissant réel il suffit de calculer en ce point le moment moyen  $M_0(x)$  et de le multiplier ensuite par le rapport:

$$\frac{\sum p_i K_i(y)}{\sum p_i}$$

- Pour une charge linéaire sinusoïdale l'expression du moment longitudinal est:

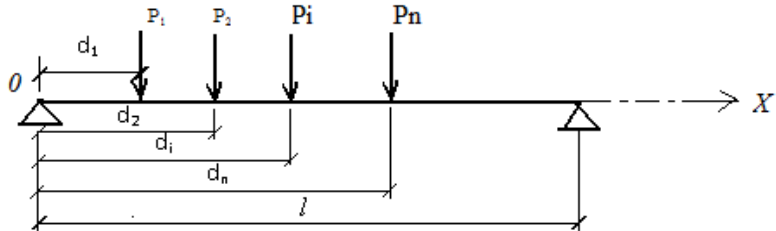
$$M_x(x, y) = K(y) \cdot \frac{p_1}{2b} \cdot \frac{l^2}{\pi^2} \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

$$M_0(x) = \frac{p_1}{2b} \times \frac{l^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi x}{l}$$

• Pour une charge sinusoïdale distribuée sur la surface du tablier :

$$M_x(x, y) = \frac{\Omega}{\Omega_t} \cdot M_0(x)$$

$\Omega_t$  et  $\Omega$  représente respectivement les surfaces totale et partielle sous le chargement, du diagramme de  $K(y)$ .

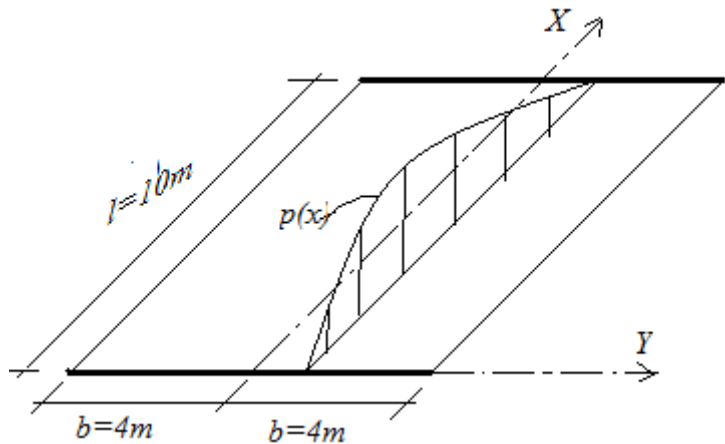


• Si une charge concentrée unitaire appliquée à un point général de coordonnées  $x=d, y=e$  se déplace sur la construction, l'équation de la surface d'influence des moments fléchissant longitudinaux est

$$M_x(x, y) = \frac{l}{b\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} K_m \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \sin \frac{m\pi d}{l} \cdot \sin \frac{m\pi x}{l}$$

**Exemple**

Un pont est chargé d'une charge linéaire  $p(x) = p_1 \sin \frac{\pi x}{l}$  comme l'indique la figure, aux points  $e=-b, e=b/4, e=3b/4$ , on doit déterminer les flèches et les moments fléchissant aux sections transversales  $x=l/2$  et  $x=l/4$ .  
 $p_1 = 1t/m, \rho_P = 30000tm^2/m, \rho_E = 2845tm^2/m$ .



$$\alpha = 0,49$$

$$\theta = \frac{b}{l} \cdot \sqrt[4]{\frac{\rho_P}{\rho_E}} = \frac{4}{10} \sqrt[4]{\frac{30000}{2845}} = 0,72$$

La flèche moyenne selon l'équation de la déformée est:

$$w_0 = \frac{p_1}{2b\rho_P} \frac{l^4}{\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} = \frac{1}{2.4.30000} \cdot \frac{10^4}{\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} = 0,000427 \sin \frac{\pi x}{l} \quad (m)$$

Le moment fléchissant longitudinal moyen est:

$$M_0(x) = \frac{1}{2.4} \times \frac{10^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi x}{l} = 1,264 \sin \frac{\pi x}{l} \quad (t.m)$$

Par interpolation linéaire dans les tableaux de Massonnet pour  $\theta=0,70$  et  $\theta=0,75$  on trouve les valeurs des coefficients  $K_0$  et  $K_1$  pour  $\theta=0,72$ .

Dans la colonne  $y=b/4$  on lit pour  $e=-b, b/4, 3b/4$ :



		$e = -b$	$e = b/4$	$e = 3b/4$
$\alpha = 0$	$\theta = 0,70$	- 0,3589	1,7118	1,1934
$\alpha = 0$	$\theta = 0,75$	- 0,4324	1,8140	1,1305
$\alpha = 0$	$\theta = 0,72$	- 0,3883	1,7528	1,1683
$\alpha = 1$	$\theta = 0,70$	0,4808	1,3307	1,1589
$\alpha = 1$	$\theta = 0,75$	0,4351	1,3825	1,1584
$\alpha = 1$	$\theta = 0,72$	0,4625	1,3514	1,1587
$K_\alpha (\alpha=0,49)$		0,207	1,472	1,161

Les flèches et les moments moyens sont:

en  $x = \frac{l}{2}$   $w_0 = 0,000427 \text{ m}$  et  $M_0 = 1,264 \text{ t.m}$

en  $x = \frac{l}{4}$   $w_0 = 0,000302 \text{ m}$  et  $M_0 = 0,895 \text{ t.m}$

Donc on obtient les flèches et les moments longitudinaux en multipliant les flèches et les moments moyens par le coefficient  $K_\alpha$  calculé:

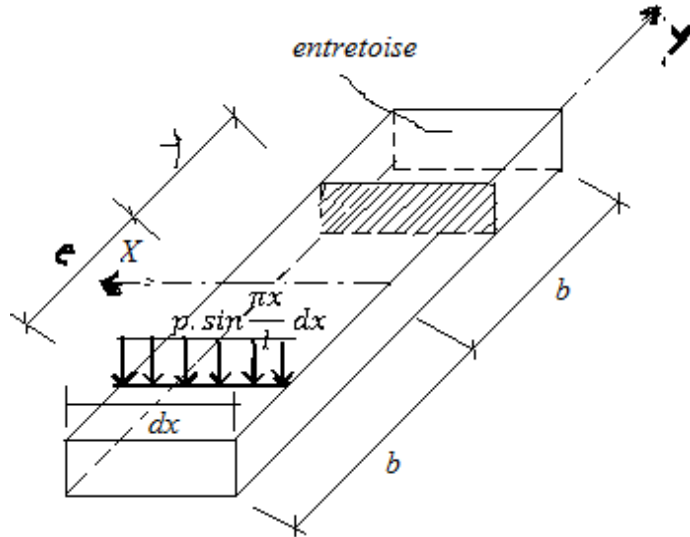
		$e = -b$	$e = b/4$	$e = 3b/4$
$x = l/2$	$w \text{ mm}$	0,088	0,630	0,496
	$M_x \text{ tm}$	0,262	1,861	0,470
$x = l/4$	$w \text{ mm}$	0,062	0,445	0,351
	$M_x \text{ tm}$	0,185	1,317	1,039

**Calcul des moments fléchissant transversaux (dans les entretoises)**

Le moment fléchissant par unité de largeur d'entretoise c'est-à-dire par unité de longueur dans le grillage est exprimé, pour une charge sinusoïdale, par la relation:

$$M_{ym}(x, y) = \mu_{\alpha m} \cdot p_m \cdot b \cdot \sin \frac{m\pi x}{l}$$

Le coefficient  $\mu (\theta, \alpha, e, y)$  dépend des valeurs du paramètre d'entretoisement  $\theta$ , du paramètre de torsion  $\alpha$ , de l'excentricité  $e$  de la charge et de l'ordonnée  $y$  de la section faite dans l'entretoise dans laquelle on cherche l'effet.



Comme pour le coefficient  $K$  on détermine  $\mu_{\alpha}$  pour  $\alpha$  quelconque par les formules interpolation

- Si  $0 < \theta \leq 0.1$  →  $\mu_{\alpha} = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \cdot \alpha^{0.05}$
- Si  $0.1 < \theta \leq 1$  →  $\mu_{\alpha} = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \cdot \alpha^{\beta}$
- Si  $\theta > 1$  →  $\mu_{\alpha} = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \cdot \alpha^{0.5}$

Où  $\beta = 1 - e^{(0.065 - \theta)/0.663}$

$\mu_0$  correspondant à  $\alpha = 0$

$\mu_1$  correspondant à  $\alpha = 1$  (les valeurs de  $\mu_0$  et  $\mu_1$  sont donnée dans les tableaux)

Si la construction est soumise à un système de  $n$  charges linéaires sinusoïdales:  $p_1 \sin \frac{\pi x}{l}$ ,  $p_2 \sin \frac{\pi x}{l}$ , ...,  $p_i \sin \frac{\pi x}{l}$ , ...,  $p_n \sin \frac{\pi x}{l}$ ; le moment existant dans la section  $y$  de l'entretoise s'obtient par superposition des effets individuels

$$M_y(x, y) = b \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \sum_{i=1}^n p_i \mu_i$$

Pour une charge unitaire localisée à une distance  $d$  des appuis se déplace sur la construction, la surface d'influence des moments transversaux est

$$M_y(x, y) = \frac{2b}{l} \sum_{m=1}^{\infty} \mu_m \cdot \sin \frac{m\pi d}{l} \sin \frac{m\pi x}{l}$$

**Calcul du moment de torsion dans le grillage:**

On sait que :  $M_{xy} = \gamma_P \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$  et  $M_{yx} = -\gamma_E \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$

La différence de ces moments vaut :  $M_{xy} - M_{yx} = (\gamma_P + \gamma_E) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$

En introduisant les relations suivantes :

$$\gamma_P + \gamma_E = 2\alpha\sqrt{\rho_P\rho_E} \quad \text{et} \quad w(x, y) = W(y)\sin\frac{\pi x}{l}$$

Dans l'équation précédente, nous trouvons :

$$M_{xy} - M_{yx} = 2\alpha\sqrt{\rho_P\rho_E} \frac{\pi}{l} \frac{dW(y)}{dy} \cos\frac{\pi x}{l}.$$

Pour l'emploi pratique, il est avantageux d'exprimer la différence des moments par la relation:

$$(M_{xy} - M_{yx})_m = 2\tau_{\alpha m} \frac{l}{\pi x} p_m \cos\frac{m\pi x}{l}$$

$\tau_{\alpha m}$  est le coefficient sans dimension qui dépend des valeurs du paramètre d'entretoisement  $\theta$ , du paramètre de torsion  $\alpha$ , de l'excentricité  $e$  de la charge et de l'ordonnée  $y$  du point cherché.

$$M_{xy} = \frac{\gamma_P}{\gamma_P + \gamma_E} (M_{xy} - M_{yx})$$

$$M_{yx} = -\frac{\gamma_E}{\gamma_P + \gamma_E} (M_{xy} - M_{yx})$$

Massonnet a trouvé, en calculant ces coefficients pour différentes valeurs de  $\alpha$  entre 0 et 1, que pour déterminer l'expression générale de  $\tau_\alpha$  on pouvait employer la relation simple

$$\tau_\alpha = \tau_1 \sqrt{\alpha}$$

La valeur de  $\tau_1$  peut être lue directement dans les tables et comme précédemment.

**Utilisation pratique de la méthode de Guyon-Massonnet:**

On peut appliquer cette méthode dans les cas suivants :

➤ Un tablier de pont à poutres sans entretoises intermédiaires c'est alors hourdis qui joue le rôle des entretoises. Dans ce cas, pour calculer la rigidité de torsion d'une poutre comprenant une certaine largeur de hourdis, on doit :

- ✓ Décomposer la section de la poutre en éléments rectangulaires
- ✓ Faire la somme des inerties de torsion de ces éléments.
- ✓ Attribuant à la fraction de table de compression appartenant au hourdis un moment d'inertie de torsion égale à la moitié des moments d'inertie calculé comme si c'était une poutre.

➤ Ossatures mixtes comportant un membre de poutrelles supérieures à 2, dans ce cas, on doit admettre que l'inertie de torsion des poutrelles (et des entretoises éventuelles) est nulle.

➤ Les ponts à biais, à condition que le biais soit supérieure à 65°.

**Remarque:**

Pour une dalle plane doublement précontrainte, hypothèse de nullité du coefficient de poisson peut être contestable. Pour le béton, ce coefficient est de l'ordre de 0,15.

Rowe a montré que les coefficients  $K_0$ ,  $K_1$ , et  $\mu_0$  ne sont guère affectés, par contre, le coefficient  $\mu_1$  est beaucoup plus sensible, en définitive, il a proposé de calculer le coefficient  $(\mu_\alpha)_{0,15}$  correspondant à  $\nu = 0,15$  par la formule suivante :

$$(\mu_\alpha)_{0,15} = (\mu_1)_{0,15} + \left( (\mu_1)_{0,15} - \mu_0 \right) \sqrt{\alpha}$$

$(\mu_1)_{0,15}$  Est donné par des tables spécifiques.

**Commentaires sur cette méthode**

Comme mentionné précédemment, la méthode de Massonnet est simple à utiliser grâce aux différentes tables permettant de calculer les coefficients de répartitions transversales. Les raideurs des poutres et des entretoises sont « tartinées » sur la longueur et la largeur de la dalle équivalente. L'excentrement des poutres et des entretoises par rapport à la dalle est négligé. Cette méthode est aussi efficace que celle de Courbon dans le cas d'un calcul de prédimensionnement mais elle nécessite un apprentissage plus important. De plus, les entretoises ne sont pas considérées comme infiniment rigides. Elle est particulièrement performante dans le cas d'un très grand nombre de poutres et d'entretoises puisque l'erreur commise par le « tartinage » des raideurs est alors plus faible.

Cependant, avec les conceptions modernes des ponts mixtes, le nombre d'entretoises est souvent assez faible. La méthode de Massonnet est alors moins performante pour ces ponts. Cependant, elle permet de prévoir le comportement du pont sans entretoise, en considérant uniquement la raideur de la dalle dans la direction transversale et celle des poutres mixtes dans la direction longitudinale.

**Conclusion**

La méthode de Guyon-Massonnet-Bareš permette de réaliser un prédimensionnement des structures à poutres et à dalle. Elle est beaucoup été employée avant les progrès informatiques des années 70-80 car elle offrait des moyens simples pour calculer les sollicitations et les flèches dans ces structures. Elle est performante pour des structures comportant un grand nombre de poutres et d'entretoises. Elle permette de résoudre les équations aux dérivés partielles des plaques en passant par des décompositions comme celles des séries de Fourier. Cependant, elles reposent sur des hypothèses fortes et la géométrie de l'ouvrage n'est jamais complètement respectée.

Elle fut plus ou moins abandonnée lors de la conception de logiciels basés sur la méthode des éléments finis. Ces logiciels ont suivi le développement des capacités des ordinateurs,

gérant de plus en plus d'équation simultanément et de plus en plus vite. Dans les années 70-80, la capacité des ordinateurs était encore très faible et la méthode des éléments finis ne pouvait s'appliquer qu'à des éléments linéaires et peu nombreux. C'est pourquoi, les premiers calculs de ponts multi poutres à entretoises utilisant la M.E.F nécessitaient la traduction géométrique de l'ouvrage en grillage de poutres comportant la raideur de la dalle.

**Bibliographie**

[1]- CHARLES MASSONNET et RICHARD BAREŠ « Le calcul des grillages de poutres et dalle orthotropes selon la méthode Guyon-Massonnet-Bareš », DUNOD Paris 1966.

[2]- Yannick SIEFFERT « l'entretoisement des ponts mixtes multipoutres ferroviaires » INSA de Lyon 2004.