

---

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



**DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL**  
**Laboratoire Construction et Environnement**

**MÉMOIRE DE MAGISTER**

Présenté par :

**Houcine DJEFFAL**

Ingénieur d'état en Génie Civil de l'Ecole Nationale Polytechnique

**Thème :**

**FIABILITE EN GEOTECHNIQUE :  
APPLICATIONS A L'ANALYSE DE LA  
STABILITE DES PENTES**

**Soutenu le Mercredi 25/06/2008.**

**Devant le jury composé de :**

<b>Président :</b>	<b>Mr. A. BALI</b>	<b>Professeur (ENP)</b>
<b>Directeur du mémoire :</b>	<b>Mr. S. BELKACEMI</b>	<b>Maître de conférences (ENP)</b>
<b>Examineurs :</b>	<b>Mr. R. BAHAR</b>	<b>Professeur (UMMTO)</b>
	<b>Mr. F. KAOUA</b>	<b>Maître de conférences (USTHB)</b>
	<b>Mr. K. SILHADI</b>	<b>Maître de conférences (ENP)</b>

10, Avenue Hassen Badi El-Harrach, Alger

---

## ملخص

ينجز تحليل ثبات الميلان عادة بواسطة استعمال طرق التوازن المحدود. في هذه المقاربات، يحصل ثبات الميلان بواسطة حساب معامل الأمان. تعد معاملات المقاومة التي تسمح بتقدير قوى المقاومة على طول مساحة الانزلاق، وحيدة و ثابتة، في الطرق التحليلية لثبات الميلان. في هذا العمل، درسنا تأثير الارتياحات في معاملات المقاومة عند أعلى النتوء وأسفلها، وتأثير الانشقاق التدريجي على احتمال الانشقاق في مساحة الانزلاق. تستعمل ثلاث طرق تحليلية *Morgenstern - Price* و *Spencer*، *Bishop* و *FORM*، *FOSM* و تقنية *Monte Carlo*. تسمح لنا هذه الدراسة بتقييم رد فعل الانشقاق التدريجي على أخطار ثبات الميلان.

**الكلمات المفتاحية:** الاستقرار المحدود، استقرار الميلان، معامل الأمان، مساحة الانزلاق، الانشقاق التدريجي، الارتياحات، معامل الضمان.

## Résumé

L'analyse de la stabilité des pentes est traditionnellement effectuée en utilisant des méthodes d'équilibre limite. Dans ces approches, l'appréciation globale de la stabilité d'une pente est obtenue à travers l'évaluation d'un facteur de sécurité. Dans ces méthodes d'analyse de la stabilité des pentes, les paramètres de résistance qui permettent l'évaluation des efforts résistants le long de la surface hypothétique de glissement, sont considérés uniques et constants. Dans le cadre de ce travail, l'influence des incertitudes sur les paramètres de résistance au pic et en post pic ainsi que l'incidence d'une rupture progressive sur la probabilité de rupture d'une hypothétique surface de glissement sont examinées. Trois méthodes classiques *Bishop*, *Spencer*, et *Morgenstern- Price* d'analyse de la stabilité des pentes ont été considérées. La probabilité de rupture a été estimée en utilisant trois différentes techniques *FOSM*, *FORM*, et la technique de simulation de *Monte Carlo*. Cette étude a permis de mieux apprécier l'incidence d'une rupture progressive sur le risque de rupture d'une pente.

**Mots clés:** *Equilibre limite, Stabilité de pente, Facteur de sécurité, Surface de glissement, Rupture progressive, Incertitudes, Indice de fiabilité.*

## Abstract

Slope stability analysis is traditionally carried out by using the limit equilibrium methods. In these approaches, the overall assessment of the slope stability is obtained through the evaluation of a safety factor. In these methods of slopes stability analysis, the strength parameters which allow the evaluation of the strength efforts along the hypothetical slip surface are considered single and constant. Within the framework of this work, the influences of uncertainties on the strength parameters to the peak and in post peak as well as the incidence of a progressive failure on the failure probability of a hypothetical surface are examined. Three traditional methods *Bishop*, *Spencer*, and *Morgenstern- Price* of the slopes stability analysis were considered. The failure probability was estimated by using three various techniques *FOSM*, *FORM*, and the technique of *Monte Carlo simulation*. This study made it possible to appreciate better the incidence of progressive failure on the risk of slope failure.

**Key words:** *Limiting equilibrium, Slope stability, Factor of safety, slip surface, Progressive failure, Uncertainties, Reliability index*

# *Table des matières*

	Introduction générale.....	1
<b>I</b>	<b>Incertitudes et probabilités.....</b>	<b>3</b>
<b>I.1</b>	Introduction.....	3
<b>I.2</b>	Description des incertitudes.....	3
<b>I.3</b>	Théorie des probabilités.....	3
	<b>I.3.1</b> Fréquences relatives.....	4
	<b>I.3.2</b> Probabilité.....	4
	<b>I.3.3</b> Quantités statistiques.....	4
	<b>I.3.3.1</b> Tendence centrale.....	4
	<b>I.3.3.2</b> Dispersion.....	5
	<b>I.3.3.3</b> Corrélation.....	5
<b>I.4</b>	Variables aléatoires et distributions.....	6
	<b>I.4.1</b> Fonction de distribution de probabilité et fonction de distribution cumulative.....	6
	<b>I.4.2</b> Principaux distribution continues.....	7
	<b>I.4.2.1</b> Distribution Uniforme.....	7
	<b>I.4.2.2</b> Distribution Normale.....	7
	<b>I.4.2.3</b> Distribution lognormale.....	8
	<b>I.4.2.4</b> Distribution Bêta.....	8
<b>I.5</b>	Conclusion.....	9
<b>II</b>	<b>Analyse de fiabilité.....</b>	<b>10</b>
<b>II.1</b>	Introduction.....	10
<b>II.2</b>	Approche probabiliste.....	10
	<b>II.2.1</b> Méthodologie .....	10
	<b>II.2.2</b> Intérêts de la démarche probabiliste.....	11
<b>II.3</b>	Evaluation probabiliste de la fiabilité.....	11
	<b>II.3.1</b> Fonction de performance.....	11
	<b>II.3.2</b> Probabilité de rupture.....	11
	<b>II.3.3</b> Indice de fiabilité.....	11
<b>II.4</b>	Méthodes d'évaluation de fiabilité.....	12
	<b>II.4.1</b> Méthode de fiabilité du premier ordre .....	13
	<b>II.4.1.1</b> Méthode du premier ordre et de second moment (FOSM).....	13
	<b>II.4.1.2</b> Méthode de fiabilité de Hasofer et Lind (FORM).....	15
	<b>II.4.2</b> Méthode de fiabilité de deuxième ordre (SORM).....	17
	<b>II.4.3</b> Méthode de simulation de Monte Carlo.....	17
	<b>II.4.3.1</b> Simulation des variables aléatoires normales corrélées.....	18
	<b>II.4.3.2</b> Simulation des variables aléatoires non normales et corrélées.....	18
	<b>II.4.3.3</b> Améliorations de la méthode.....	19
<b>II.5</b>	Probabilité globale de rupture.....	20
<b>II.6</b>	Conclusion.....	20

<b>III</b>	<b>Analyse de Stabilité</b> .....	22
<b>III.1</b>	Introduction.....	22
<b>III.2</b>	Méthode d'équilibre limite.....	22
<b>III.3</b>	Forme de la surface de glissement.....	23
<b>III.3.1</b>	Surfaces de glissement circulaires.....	23
<b>III.3.2</b>	Surfaces de glissement triangulaires.....	24
<b>III.3.3</b>	Formes générales de la surface de glissement.....	25
<b>III.4</b>	Méthode des tranches.....	26
<b>III.4.1</b>	Méthode ordinaire des tranches OMS (Méthode de <i>Fellenius</i> ).....	27
<b>III.4.2</b>	Développement général des équations du facteur de sécurité.....	28
<b>III.4.3</b>	Méthode de <i>Bishop simplifiée (1955)</i> .....	30
<b>III.4.4</b>	Méthode de <i>Janbu simplifiée</i> .....	31
<b>III.4.5</b>	Méthode rigoureuse de <i>Janbu</i> .....	31
<b>III.4.6</b>	Méthode de <i>Spencer</i> .....	32
<b>III.4.7</b>	Méthode de <i>Morgenstern-Price</i> .....	32
<b>III.4.8</b>	Méthode <i>suédoise modifiée (Modified Swedish Method)</i> .....	33
<b>III.4.9</b>	Méthode <i>Sarma (1979)</i> .....	36
<b>III.4.10</b>	Méthode des Cales (The Wedge Method).....	36
<b>III.4.11</b>	Méthode de Pente infinie (The Infinite Slope Method).....	37
<b>III.5</b>	Conclusion.....	39
<b>IV</b>	<b>Rupture progressive</b> .....	40
<b>IV.1</b>	Introduction.....	40
<b>IV.2</b>	Rupture progressive.....	40
<b>IV.3</b>	Approches probabilistes.....	42
<b>IV.3.1</b>	Probabilité de rupture simultanée.....	43
<b>IV.3.2</b>	Probabilité de rupture progressive.....	43
<b>IV.4</b>	Modèle proposé.....	43
<b>IV.4.1</b>	Fonction de performance pour la rupture progressive.....	44
<b>IV.4.2</b>	Probabilité de rupture progressive.....	44
<b>IV.5</b>	Conclusion.....	46
<b>V</b>	<b>Fiabilité des pentes</b> .....	47
<b>V.1</b>	Introduction.....	47
<b>V.2</b>	Fiabilité des pentes .....	47
<b>V.2.1</b>	Analyse déterministe de la stabilité des pentes.....	48
<b>V.2.2</b>	Analyse probabiliste de la stabilité des pentes .....	49
<b>V.2.2.1</b>	Méthode déterministe de <i>MORGESTERN- PRICE</i> .....	49
<b>V.2.2.1.1</b>	Analyse probabiliste de chaque tranche.....	49
<b>V.2.2.1.2</b>	Analyse probabiliste progressive des sous systèmes.....	52
<b>V.2.2.1.3</b>	Analyse probabiliste du système .....	52
<b>V.2.2.1.4</b>	Analyse fiabiliste du système .....	53
<b>V.2.2.2</b>	Méthode déterministe de <i>BISHOP</i> .....	57
<b>V.2.2.2.1</b>	Analyse probabiliste de chaque tranche.....	57
<b>V.2.2.2.2</b>	Analyse probabiliste progressive des sous systèmes.....	59

	<b>V.2.2.2.3</b>	Analyse probabiliste du système .....	60
	<b>V.2.2.2.4</b>	Analyse fiabiliste du système .....	60
	<b>V.2.2.3</b>	Méthode déterministe de <i>SPENCE</i> .....	64
	<b>V.2.2.3.1</b>	Analyse probabiliste de chaque tranche.....	64
	<b>V.2.2.3.2</b>	Analyse probabiliste progressive des sous systèmes.....	67
	<b>V.2.2.3.3</b>	Analyse probabiliste du système .....	68
	<b>V.2.2.3.4</b>	Analyse fiabiliste du système .....	68
<b>V.3</b>		Efficacité de la méthode de simulation de Monte Carlo.....	72
<b>V.4</b>		Conclusion.....	75
		<b>Conclusion générale</b> .....	76
		<b>Référence Bibliographique</b> .....	78
		<b>Annexe A</b> : Résultats d'analyse probabiliste, --Méthode déterministe de MORGENSTERN -PRICE	
		<b>Annexe B</b> : Résultats d'analyse probabiliste, --Méthode déterministe de BISHOP	
		<b>Annexe C</b> : Résultats d'analyse probabiliste, --Méthode déterministe de SPENCER	

## *Liste des symboles*

$x$	Variable aléatoire.
$X$	Vecteur de variables aléatoires.
$\mu_x$	Valeur moyenne d'un échantillon.
$\sigma_x$	Ecart type d'un échantillon.
$\sigma_x^2$	Variance d'une variable aléatoire.
$Cov(x)=V_x$	Coefficient de variation d'une variable aléatoire.
$\psi_x$	Coefficient de dissymétrie de l'échantillon.
$\rho_{xy}$	Coefficient de corrélation de échantillons.
$P [A]$	Probabilité d'un événement A.
$P [A/Z]$	Probabilité d'un événement A sachant que l'événement z est observé.
$f_x(x)$	Fonction de densité de probabilité (FDP).
$F_x(x)$	Fonction de distribution cumulative (FDC).
$\rho_{xy}$	Coefficient de corrélation entre $x_i$ et $y_i$
$E[g]$	Espérance de la fonction d'état limite g.
$Var[g]$	Coefficient de variation de la fonction d'état limite g.
$N(\mu_x, \sigma_x)$	Loi normale définie par les deux paramètres $\mu_x$ et $\sigma_x$ .
$\lambda_x$ et $\xi_x$	Deux paramètres de la distribution lognormale.
$\Gamma$	Fonction gamma
$q$ et $r$	Deux paramètres de la distribution Bêta.
$B(q, r)$	Fonction Bêta
$R$	Résultante des forces résistantes.
$S$	Résultante des forces motrices.
$F_s$	Facteur de sécurité.
$\Phi(.)$	Fonction de distribution cumulative de la loi normale centrée réduite.
$\varnothing(.)$	Fonctions de densité de la loi normale centrée réduite.
$\beta$	Indice de fiabilité.
$g(X)$	Fonction d'état limite.
$P_f$	probabilité de rupture.
$f(X)$	fonction de densité de probabilité conjointe de $X$ .
$\chi_n^2(.)$	loi $\chi^2$ du à $n$ degrés de liberté.
$N$	Nombre de tirage dans la simulation de Monte Carlo.
$N_f$	Nombre d'échec dans la simulation de Monte Carlo.
$(\frac{\partial g}{\partial x_i})^*$	Dérivées partielles de la fonction d'état limite évaluées au point de conception.
$G$	Gradient de la fonction d'état limite.
$P^*$	Point de conception.
$F^{-1}$	Fonction inverse de la fonction de répartition.
$\mu_{X_i}^N$	Moyen de la distribution normale équivalent
$\sigma_{X_i}^N$	Ecart type de la distribution normale équivalent.
$\rho^e$	Coefficient de corrélation dans l'espace des variables normées centrées et décorrélées.
$[C]$	Matrice de corrélation dans l'espace physique.
$[C']$	Matrice de corrélation dans l'espace des variables normées centrées et décorrélées.

$[T]$	Matrice orthogonale composée des vecteurs propres de la matrice de corrélation $[C']$ .
$W$	Poids de la tranche
$E$	Force d'intertranche normale horizontale
$X$	Force d'intertranche verticale de cisaillement
$N$	Force normale sur le fond de la tranche
$S$	Force de cisaillement sur le fond de la tranche
$C$	Terme de cohésion de sol
$\phi$	Angle de frottement de sol
$\gamma'$	Poids volumique du sol
$C_p$	Terme de cohésion de sol au pic
$C_r$	Terme de cohésion de sol au post pic -- résiduel--
$\phi_p$	Angle de frottement de sol au pic
$\phi_r$	Angle de frottement de sol au post pic -- résiduel--
$\beta$	Angle d'inclinaison de la pente par rapport a horizontale
$H$	Hauteur de la pente
$KW$	Force due à l'accélération horizontale
$A_l, A_r$	Forces résultantes de la pression d'eau gauche et droite agissent sur la section
$F_j$	Événement conditionnel pour que la rupture se développe au niveau de la tranche $j$
$E_j$	Événement de la rupture progressive
$i$	Numéro physique de la tranche
$j$	Numéro modifié de la tranche

## *Liste des figures*

<b>Figure II.1</b>	Illustration de la fonction d'état limite et l'indice de fiabilité	12
<b>Figure II.2</b>	Exécution des méthodes pour l'analyse de fiabilité	13
<b>Figure II.3</b>	Indice de fiabilité de <i>Hasofer-Lind</i> pour une fonction d'état limite linéaire et des variables normales	15
<b>Figure II.4</b>	Fonctions d'état limite linéaire et non linéaire	17
<b>Figure III.1</b>	Forme de la surface de glissement	23
<b>Figure III.2</b>	Surface circulaire de glissement	24
<b>Figure III.3</b>	Surfaces triangulaires de glissement	25
<b>Figure III.4</b>	Formes générales de glissement (non-circulaire)	26
<b>Figure III.5</b>	Forces agissant sur une tranche <i>i</i> (décomposition complète).	26
<b>Figure III.6</b>	Forces agissant sur une tranche pour la méthode ordinaire de tranches	28
<b>Figure III.7</b>	Forces agissant sur une tranche avec de l'eau externe	28
<b>Figure III.8</b>	Paramètres utilisés dans la méthode généralisée	30
<b>Figure III.9</b>	Forces agissant sur une tranche pour la méthode de <i>Bishop simplifié</i>	31
<b>Figure III.10</b>	Forces agissant sur une tranche pour la méthode suédoise modifiée	33
<b>Figure III.11</b>	Forces et polygones des forces agissant sur une tranche	34
<b>Figure III.12</b>	Forces et polygones des forces agissant sur une tranche avec l'eau externe	35
<b>Figure III.13</b>	Forces et polygones d'équilibre pour la méthode de cale	37
<b>Figure III.14</b>	Forces agissant pour la méthode de Pente infinie	38
<b>Figure III.15</b>	Pente infinie avec des lignes de flux parallèle	39
<b>Figure IV.1</b>	Forme typique de la courbe Contrainte-Déformation.	41
<b>Figure IV.2</b>	Courbe de Contrainte-Déformation utilisée dans le modèle.	41
<b>Figure V.1</b>	La surface de glissement critique, -- <i>Méthode de BISHOP, SPENCER et MORGENSTERN-PRICE.</i>	48
<b>Figure V.2</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, -- <i>Méthode de MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	50
<b>Figure V.3</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, -- <i>Méthode de MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	50
<b>Figure V.4</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, -- <i>Méthode de MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	51
<b>Figure V.5</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, -- <i>Méthode de MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	51
<b>Figure V.6</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, -- <i>Méthode de MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$	51



<b>Figure V.7</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	52
<b>Figure V.8</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Méthode probabiliste FOSM, Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $20\%$ ; $30\%$ ; $40\%$ .	52
<b>Figure V.9</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	54
<b>Figure V.10</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	54
<b>Figure V.11</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , --Variables aléatoires indépendantes.	55
<b>Figure V.12</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés	55
<b>Figure V.13</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	55
<b>Figure V.14</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	56
<b>Figure V.15</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	56
<b>Figure V.16</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	56
<b>Figure V.17</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	58
<b>Figure V.18</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	58
<b>Figure V.19</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	58
<b>Figure V.20</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	59
<b>Figure V.21</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic $Cov=10\%$ ;	59

	30%.	
<b>Figure V.22</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	59
<b>Figure V.23</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	61
<b>Figure V.24</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	62
<b>Figure V.25</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	62
<b>Figure V.26</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	62
<b>Figure V.27</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	63
<b>Figure V.28</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	63
<b>Figure V.29</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient du l'angle de frottement en post pic, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	63
<b>Figure V.30</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient du l'angle de frottement en post pic, --Méthode de <i>BISHOP</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	64
<b>Figure V.31</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	65
<b>Figure V.32</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	65
<b>Figure V.33</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	66
<b>Figure V.34</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	66
<b>Figure V.35</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	66
<b>Figure V.36</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche	67

	ordonnée, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	
<b>Figure V.37</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	67
<b>Figure V.38</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic $Cov=10\%$ ; $30\%$ .	67
<b>Figure V.39</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	69
<b>Figure V.40</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	70
<b>Figure V.41</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	70
<b>Figure V.42</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	70
<b>Figure V.43</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	71
<b>Figure V.44</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	71
<b>Figure V.45</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient du l'angle de frottement en post pic, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Variables aléatoires indépendantes.	71
<b>Figure V.46</b>	La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient du l'angle de frottement en post pic, --Méthode de <i>SPENCER</i> , -- Variables aléatoires négativement corrélés.	72
<b>Figure V.47</b>	La variation de nombre de simulation de la méthode de Monte Carlo en fonction du coefficient de variation du l'angle de frottement au pic, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , --Variables aléatoires indépendantes, -- Distribution lognormale.	73
<b>Figure V.48</b>	La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de <i>MORGENSTERN-PRICE</i> , --Méthode probabiliste MCS, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.	74

# **INTRODUCTION GENERALE**

La capacité des géotechniciens de modéliser exactement la stabilité des pentes est compromise par une variété de facteurs. Ceux-ci peuvent être largement classifiés en tant que considérations théoriques et pratiques. Les considérations théoriques incluent des approximations et des conditions faites pour le développement des modèles de calcul. Par contre les considérations pratiques incluent une incapacité de prélever des échantillons intacts et déterminer les paramètres de résistance utilisés dans l'analyse de la stabilité de pente, ce qui pose un problème géotechnique caractérisé par beaucoup de sources d'incertitude.

Depuis le développement moderne de la mécanique des sols, la stabilité des pentes a été analysée en utilisant des méthodes d'équilibre limite basées sur le calcul du facteur de sécurité  $F_s$ . La vraie sécurité est inconnue, car les simplifications de ces méthodes ne prennent en considération ni la variabilité des paramètres de résistance du sol, ni le rôle de la déformation sur le comportement de la masse du sol en glissement. Cependant, depuis les années soixante plusieurs auteurs ont observés que la rupture des pentes est une conséquence d'un développement de grandes contraintes de cisaillement bien avant le début de la rupture, menant par la suite à ce qui est appelé « rupture progressive » (*Skempton 1964 ; Bishop, 1967 ; Bjerrum 1967*). La forme de la courbe contrainte-déformation du sol peut affecter substantiellement la stabilité de la masse du sol en glissement, particulièrement dans le cas d'un potentiel d'une rupture progressive.

L'analyse probabiliste des ruptures peut permettre une meilleure évaluation du risque, par le biais de la prise en compte de la variabilité des paramètres de résistance du sol. Une telle approche permettra à l'ingénieur d'avoir un supplément utile à l'analyse conventionnelle pour mieux apprécier et quantifier les risques.

Ce mémoire a pour but d'examiner un problème de stabilité des pentes dans un cadre probabiliste ; et il vise à quantifier l'influence des incertitudes des paramètres de résistance, et l'incidence de la rupture progressive dans l'évaluation du risque de glissement à de diverses conditions de déformations le long de la surface de glissement. Les méthodes déterministes de stabilité des pentes, la méthode de *BISHOP*, la méthode de *MORGENSTERN-PRICE* et la méthode de *SPENCER* ont été utilisées dans l'analyse déterministe, ainsi les méthodes probabilistes du premier ordre First Order Reliability Method --FORM, First Order Second Moment --FOSM, Simulation de Monte Carlo --MCS ont été utilisées pour effectuer une analyse de fiabilité des pentes à différents niveaux d'incertitude des paramètres de base.

Pour cela, ce mémoire est divisé en cinq chapitres et trois annexes. Le premier chapitre porte sur *les incertitudes et probabilités*. La description des incertitudes et la présentation de la théorie de la probabilité sont expliquées. Au début, le concept d'incertitude en géotechnique, les divers types et sources d'incertitudes sont présentés. En second, la présentation de la théorie de la probabilité comme un cadre mathématique pour présenter quantitativement l'incertitude des paramètres dans un cadre mathématique. Les notions fondamentales pour les analyses probabilistes sont expliquées.

Le *deuxième chapitre* explique les méthodes *d'analyse de fiabilité*. Ce chapitre, présente les concepts fondamentaux de l'analyse de la fiabilité et quelques méthodes d'approximation utilisées dans cette analyse. La méthodologie adoptée dans les analyses probabilistes, la fonction d'état limite, la probabilité de rupture, l'indice de fiabilité. Ainsi les différentes méthodes d'évaluation de fiabilité sont présentées pour la détermination de l'indice de fiabilité qui regroupe la méthode des deuxièmes moments de premier ordre --FOSM, la méthode de fiabilité de premier ordre --FORM, la méthode de fiabilité de

deuxième ordre –SORM, et les technique de simulation de Monte Carlo. Ainsi que le concept de la probabilité globale de rupture.

Le *troisième chapitre* présente les modèles déterministes de *l'analyse de la stabilité des pentes*. Dans ce chapitre on essayera d'expliquer les méthodes d'analyse de la stabilité des pentes pour déterminer la surface critique de glissement, ainsi le facteur de sécurité associé à cette surface qui repose sur un calcul à l'équilibre limite comme la méthode *Ordinaire des tranches –OMS--*, la méthode de *Bishop simplifiée*, la méthode de *Janbu simplifié*, la méthode de *Morgenstern- Price*, la méthode de *Spencer*.

Le *quatrième chapitre* porte sur la *Rupture progressive*. Dans la première partie de ce chapitre, nous expliquerons le phénomène de rupture progressive dans les pentes, les conditions d'application de ce phénomène. La deuxième partie développera d'un nouveau modèle de la fonction de performance de la rupture progressive des pentes associée à une courbe contrainte- déformation dans un cadre probabiliste dans le cas de la rupture progressive, ainsi la méthodologie du calcul des probabilité de rupture de chaque sous système, qui nous permettent de calculer la probabilité globale du système

Le *cinquième chapitre* concerne la *Fiabilité des pentes*. Ce chapitre est consacré dans un premier temps à l'analyse déterministe de pentes naturelles, pour lesquels on détermine la surface critique de glissement et le facteur de sécurité associés à chaque méthode --MORGENSTER - PRICE, BISHOP et SPENCER--. Dans un second temps, l'analyse probabiliste de la masse du sol glissant. L'indice de fiabilité et les probabilités de rupture de chaque tranche, des sous systèmes et du système global sont calculés. L'influence des incertitudes sur l'indice de fiabilité produit par les méthodes FOSM, FORM, SORM, et MCS, ainsi que les paramètres aléatoires influant sont présentés.

Les annexes, A, B et C résument tous les résultats obtenus dans le cadre de cette étude.

# **CHAPITRE I**

## **INCERTITUDES ET PROBABILITES**

## I.1 Introduction

Chaque conception géotechnique est associée à un risque. Cette dernière est souvent basée sur une approche déterministe. Celle-ci comporte, l'identification des zones matérielles, l'utilisation des propriétés matérielles représentatives pour chaque zone, et une analyse simple --qui peut mener à un facteur de sécurité global--. Cependant, cette approche ne prend pas en considération la variabilité dans les zones et la probabilité de rupture.

## I.2 Description des incertitudes

Dans la pratique géotechnique, la conception des pentes est probablement le sujet le plus dominant par les incertitudes, la détermination des propriétés du sol est fondée sur des essais réalisés sur un nombre limité d'échantillons en laboratoire ou sur site. Les sols sont des matériaux hétérogènes, créés par des processus géologiques complexes. Leurs propriétés changent d'un point à un autre. En raison de l'incertitude liée à leur variabilité spatiale inhérente, et l'information limitée disponible, les propriétés du sol peuvent être considérées comme des variables aléatoires. D'ailleurs, le nombre réduit d'échantillons du sol, leurs qualités, les procédures d'essais, les caractéristiques des dispositifs d'essais, l'expérience de l'opérateur peuvent avoir une forte incidence sur les propriétés géotechniques mesurées (*Fellin et al, 2005*).

Afin de choisir les paramètres appropriés pour l'analyse probabiliste, la source de la variabilité des propriétés géotechniques doit être identifiée et expliquée. L'incertitude liée aux propriétés géotechniques, peut être attribuée principalement aux sources suivantes (*Chandler, 1995*)

- Variabilité inhérente du sol : elle résulte en des variations spatiales des caractéristiques géotechniques dans un horizon relativement homogène du sol ;
- Information réduite ou imparfaite --erreurs de mesure: Les caractéristiques statistiques des paramètres géotechnique d'un sol donné ne peuvent pas être évaluées avec une exactitude adéquate si les données sont limitées ;

L'analyse de la variabilité du sol est évaluée à l'aide des méthodes probabilistes moyennant des traitements mathématiques appropriés dans la sélection d'une distribution des variables aléatoires, et une définition d'une condition de performance par le biais d'une fonction d'état limite. L'incertitude est attachée à l'estimation statistique des propriétés du sol qui influe sur le niveau de confiance dans l'analyse de fiabilité, telles que, l'écart type, la moyenne, la corrélation et l'autocorrélation spatiale.

## I.3 Théorie des probabilités

La théorie des probabilités propose un cadre mathématique pour présenter quantitativement l'incertain. Elle prolonge le concept du facteur de sécurité pour incorporer explicitement l'incertitude dans les paramètres qui seront plus significatifs qu'une analyse déterministe, parce que l'ingénieur doit fournir une mesure de l'incertitude pour chaque paramètre.



### I.3.1 Fréquence relative

Dans un échantillon de taille  $n$ , extrait au hasard d'une population statistique défini la fréquence relative  $f_r$ , cette dernière est obtenue en divisant le nombre d'occurrences dans un intervalle par le nombre total de points dans une série de mesures.

### I.3.2 Probabilité

La probabilité est définie comme la limite d'une fréquence relative. Si on extrait au hasard un élément  $d$  d'une population, la probabilité  $P(d)$  d'avoir l'événement  $d$  est

$$P(d) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n_d}{n} \right) \quad \text{Éq. (I.1)}$$

Où,  $n_d$  est le nombre d'occurrences de l'événement  $d$ , et  $n$  est le nombre d'épreuves.

Cette définition semble raisonnable, puisque la probabilité est employée pour décrire la fréquence relative pour un nombre infini d'observations. Cette théorie est fondée sur l'observation.

La probabilité doit satisfaire les trois axiomes suivants :

- La probabilité de l'événement  $d$  a une valeur comprise entre 0 et 1 ;
- La somme des probabilités respectives de chaque événement mutuellement exclusif et collectivement exhaustif d'un ensemble donné est 1.0 ;
- La probabilité de deux événements indépendants  $d_i$  et  $d_j$  égale au produit de leurs différentes probabilités.

### I.3.3 Probabilité conditionnelle

Si  $A$  et  $B$  sont deux événements et  $P(B) \neq 0$ , alors la probabilité conditionnelle de  $A$  sachant  $B$  est la probabilité d'avoir l'événement  $A$  en sachant que l'événement  $B$  s'est produit, elle est définie par

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{Éq. (I.2)}$$

Si on a un ensemble d'événements  $\{B_1, B_2, B_3, \dots, B_n\}$  mutuellement exclusifs et collectivement exhaustifs --cet ensemble présente une partition de l'espace échantillon--, la probabilité totale est donnée par

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A/B_i) \cdot P(B_i) \quad \text{Éq. (I.3)}$$

### I.3.4 Quantités statistiques

#### I.3.4.1 Tendance centrale

La mesure de la tendance centrale d'une série de mesures, est généralement donnée par la valeur moyenne  $\mu_x$  d'un ensemble de valeurs mesurées par  $x_i$  de  $n$  série de mesures pour la variable aléatoire  $x$  est obtenue en additionnant les valeurs et en divisant par  $n$ :

$$\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{Éq. (I.4)}$$

Où  $x_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  valeur, et  $n$  est le nombre total de points dans la série de mesures.

### I.3.4.2 Dispersion

La dispersion dans un échantillon est le rang de l'échantillon, qui est la valeur maximale moins la valeur minimale dans la série de mesures.

La variance  $Var[x]$  d'une variable aléatoire  $X$  est la valeur moyenne de la différence carrée entre la variable aléatoire et sa valeur moyenne.

$$Var[x] = \sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \quad \text{Éq. (I.5)}$$

L'écart type exprime la dispersion d'une variable aléatoire autour de sa valeur moyenne en mêmes unités que la variable aléatoire elle-même, l'écart type est pris comme racine carrée de la variance.

Coefficient de la variation : Pour fournir une expression sans dimensions commode de l'incertitude inhérente à une variable aléatoire, le coefficient de variation  $Cov$  est calculé par la division de l'écart type sur la valeur moyenne qui est généralement exprimée en pourcentage

$$Cov = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \times 100\% \quad \text{Éq. (I.6)}$$

### I.3.4.3 Corrélation

La corrélation définit la liaison entre les variables. Deux variables peuvent être corrélées ou indépendantes ; si corrélées, la probabilité d'une certaine valeur de la variable aléatoire  $Y$  dépend de la valeur de la variable aléatoire  $X$ , ou l'incertitude dans l'une est associée à l'autre, c'est-à-dire que les incertitudes ne sont pas indépendantes, par exemple, les paramètres de résistance « Terme de cohésion » et « Angle de frottement » dans l'enveloppe de Mohr-Coulomb.

La mesure de la dépendance entre deux quantités incertaines  $x_i$  et  $y_i$  est généralement donnée par le coefficient de corrélation  $\rho_{xy}$ . Pour fournir une mesure non dimensionnelle du degré de corrélation entre  $x_i$  et  $y_i$ , le coefficient de corrélation  $\rho_{xy}$  est obtenu en divisant la covariance par le produit des écarts type :

$$\rho_{xy} = \frac{Cov[x, y]}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}} \quad \text{Éq. (I.7)}$$

Le coefficient de corrélation s'étend entre -1 et +1. Les valeurs de  $\rho_{xy}$  proche de -1 ou +1 révèlent une forte corrélation ; qui indique qu'il y a une corrélation linéaire parfaite, tandis que les valeurs proches de zéro révèlent une faible corrélation ; qui n'indique aucune corrélation linéaire entre les variables.

## I.4 Variables aléatoires et distributions

Les notions fondamentales pour les analyses probabilistes sont les variables aléatoires. En termes mathématiques, une variable aléatoire est une fonction définie sur un espace donné pour représenter une quantité qui varie, et qui impose une probabilité pour chaque événement possible dans cet espace. En pratique, une variable aléatoire est une variable pour laquelle la valeur précise est incertaine, mais une certaine probabilité peut être convoquée à n'importe quelle valeur spécifique --pour des variables aléatoires discrètes-- ou dans n'importe quelle marge des valeurs --pour des variables aléatoires continues--.

*Les variables aléatoires discrètes* peuvent seulement supposer des valeurs spécifiques, elles peuvent prendre un nombre fini ou comptable infini de valeurs. Les modèles généralement utilisés pour les variables aléatoires discrètes incluent les distributions binomiales et celle de Poisson.

*Les variables aléatoires continues* peuvent supposer une gamme continue des valeurs au-dessus d'un domaine, elles peuvent prendre toutes les valeurs dans un intervalle continu donné --borné ou non borné-- et des valeurs de probabilité doivent être associées à une certaine gamme dans le domaine. Les modèles généralement utilisés pour des variables aléatoires continues incluent les distributions normales, lognormales, et uniformes ; cependant, il y a un certain d'autres distributions, telle que la distribution bêta (USACE, 1999).

### I.4.1 Fonction de distribution de Probabilité et Fonction de distribution cumulative

Considérant une variable aléatoire discrète  $X$ . La fonction donnée par  $f(x) = P(X = x)$  pour toutes les valeurs de  $x$  s'appelle la fonction de probabilité de masse de  $X$  --PMF--. Une fonction  $f(x)$  peut servir de PMF d'une variable aléatoire discrète si et seulement si elle répond aux exigences suivantes

- $f(x) \geq 0$  pour toute  $x$ , et ;
- $\sum_x f(x) = 1$ .

La fonction de distribution cumulative (CDF) d'une variable aléatoire discrète  $X$  est définie par

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t) \quad \text{Éq. (I.8)}$$

Une fonction  $f(x)$  est une fonction de densité de probabilité --PDF-- d'une variable aléatoire continue si et seulement si elle satisfait les conditions suivantes :

- $f(x) \geq 0$  pour  $-\infty < x < \infty$ , et ;
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Pour une variable aléatoire continue  $X$ , nous définissons une fonction de densité de probabilité --PDF-- liée à cette variable. Une fonction  $f(x)$  s'appelle une PDF de la variable aléatoire continue  $X$  avec  $-\infty < x < \infty$  si et seulement si :

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad \text{Éq. (I.9)}$$

La fonction de distribution cumulative --CDF-- d'une variable aléatoire continue  $X$  est calculée pour toutes les valeurs de  $X$  inférieures ou égales à  $x$  définie par :

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad \text{Éq. (I.10)}$$

Il y a également des versions théoriques des statistiques de l'échantillon. La valeur moyenne pour une variable aléatoire continue est obtenue comme suit:

$$\mu_x = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_x(x) dx \quad \text{Éq. (I.11)}$$

La variance est donnée par :

$$\sigma_x^2 = \text{var}[x] = E[(x - \mu_x)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f_x(x) \cdot dx \quad \text{Éq. (I.12)}$$

L'espérance est un outil important lorsqu'on travaille avec les variables aléatoires. La valeur prévue de n'importe quelle quantité en terme de  $X$ , dénotée par  $g(X)$  est donnée par

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_x(x) \cdot dx \quad \text{Éq. (I.13)}$$

## I.4.2 Principales distributions continues

### I.4.2.1 Distribution Uniforme

Une variable aléatoire continue  $X$  suit *la distribution uniforme* si et seulement si sa fonction de densité de probabilité PDF est donnée par

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \quad \text{avec } a < x < b \quad \text{Éq. (I.14)}$$

Où,  $a$  et  $b$  sont les paramètres de la distribution. La fonction de distribution cumulative CDF d'une variable aléatoire uniforme est

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & \text{pour } a < x < b \\ 1 & \text{pour } x \geq b \end{cases} \quad \text{Éq. (I.15)}$$

Pour  $a=0$  et  $b=1$ , cette distribution est nommée distribution uniforme standard.

### I.4.2.2 Distribution Normale

Une variable aléatoire  $X$  suit *la distribution normale ou gaussienne* si et seulement si sa fonction de densité de probabilité PDF est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right], \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad \text{Éq. (I.16)}$$

Où,  $\mu_x$  et  $\sigma_x > 0$  sont les paramètres de la distribution normale notée  $N(\mu_x, \sigma_x)$  de la variable aléatoire normale. La distribution normale avec  $\mu_x = 0$  et  $\sigma_x = 1$  s'appelle la distribution standard normale.

La fonction de distribution cumulative (CDF) pour la variable aléatoire normale standard est notée  $\phi(x)$ , donnée par

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{t^2/2} dt, \quad -\infty < x < \infty \quad \text{Éq. (I.17)}$$

Si  $X$  suit une loi de distribution normale avec  $\mu_x$  la moyenne et  $\sigma_x$  l'écart type, alors  $Z = (X - \mu_x)/\sigma_x$  suit une distribution normale standard.

### I.4.2.3 Distribution lognormale

La distribution lognormale est souvent utilisée pour les trois raisons suivantes: (1) elle résulte de la multiplication d'un certain nombre de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées. (2) une variable qui suit une distribution lognormale ne peut pas prendre une valeur négative. (3) la distribution lognormale est commode pour modéliser les quantités qui varient et s'étendent sur plusieurs ordres de grandeurs. La fonction de densité de probabilité d'une variable lognormale est donnée par

$$f(x) = \frac{1}{\xi_x \pi \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\log(x) - \lambda_x}{\xi_x}\right)^2\right], \quad 0 < x < \infty \quad \text{Éq. (I.18)}$$

Où  $\lambda_x$  et  $\xi_x$  sont deux paramètres de la distribution lognormale tel que

$$\begin{cases} \xi_x = \ln\left[1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x}\right)^2\right] \\ \lambda_x = E[\ln x] = \ln \mu_x - \frac{1}{2} \xi_x^2 \end{cases}$$

### I.4.2.4 Distribution Bêta

Nous présentons d'abord la fonction gamma. La fonction gamma de n'importe quelle valeur positive  $\alpha$  est définie par

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad \text{Éq. (I.19)}$$

Cette fonction a les propriétés suivantes

- Pour  $\alpha > 1$ ,  $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$  ;
- Pour importe quel entier positif  $n$ ,  $\Gamma(n) = (n - 1)!$  ;
- $\Gamma(1) = 1$  et  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$  .

Une variable aléatoire  $X$  suit une distribution Bêta si et seulement si sa PDF est donnée par

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, \quad 0 < x < 1, \quad \text{Éq. (I.20)}$$

## **I.5 Conclusion**

La présence de l'incertitude ne peut pas être évitée dans chaque phase d'analyse et de conception géotechnique, néanmoins il n'est pas simple de répondre aux exigences de conception en présence de l'incertitude. Les méthodes probabilistes nous permettent de caractériser l'incertitude associée à chaque paramètre mesuré, ainsi que pour proportionner l'influence de leurs variabilités en utilisant un modèle théorique de variable aléatoire.

La présentation quantitative de l'incertitude des paramètres dans un cadre mathématique proposé par la théorie des probabilités est une phase importante dans l'analyse de fiabilité où les incertitudes sur les paramètres sont prises en compte dans un cadre mathématique plus cohérent.

# **CHAPITRE II**

## **ANALYSE DE FIABILITE**

## II.1 Introduction

Des analyses simples de fiabilité, n'impliquant ni la théorie complexe ni les limites peu familières, ne peuvent être employées dans la pratique géotechnique courante. Ces analyses simples de fiabilité exigent peu d'effort au delà de celui impliqué dans des analyses géotechniques conventionnelles.

Elles fournissent des moyens d'évaluer les effets combinés des incertitudes dans les paramètres impliqués dans les calculs, et offrent un supplément utile aux analyses conventionnelles, ainsi elles permettent en particulier de déterminer la sensibilité des différentes variables de conception. Les paramètres additionnels requis pour les analyses de fiabilité -- écarts type des paramètres -- peuvent être évalués en utilisant la même quantité de données et de types de corrélations qui sont largement répandues dans la pratique géotechnique.

Ce chapitre, présente les concepts fondamentaux de l'analyse de fiabilité et quelques méthodes d'approximation utilisées dans cette analyse.

## II.2 Approche probabiliste

La démarche probabiliste repose sur un modèle déterministe, dans lequel les différents paramètres incertains sont modélisés sous forme de variables aléatoires  $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ . La démarche probabiliste constitue donc un prolongement de la méthode déterministe.

L'approche probabiliste caractérise les variables de base du calcul par les premiers moments de leur distribution --au moins les deux premiers--, c'est-à-dire, l'espérance --moyenne -- et la variance --écart type--. Cette dernière caractérise l'incertitude associée à la valeur moyenne.

En considérant le cas élémentaire d'un système de résistance  $R$  et soumis à une sollicitation  $S$ , constitué de variables aléatoires indépendantes ou dépendantes et distribuées selon des lois données de probabilité, la probabilité de fonctionnement sans défaillance --fiabilité-- est alors égale à la probabilité d'occurrence de l'événement  $S \geq R$ .  $S$  et  $R$  sont caractérisées par leurs premiers moments à savoir  $\mu_S$  et  $\mu_R$ ,  $\sigma_S$  et  $\sigma_R$ , respectivement (*Baecher et Christian, 2003*).

Pour des problèmes de stabilité de pentes, l'évaluation directe de  $n$  intégrales est fortement complexe. La difficulté se trouve dans le fait que le domaine de l'intégration est une fonction compliquée. Par conséquent, des techniques approximatives ont été développées pour évaluer cette intégrale.

### II.2.1 Méthodologie

La méthodologie adoptée dans toutes les analyses probabilistes de fiabilité s'appuie sur quatre points :

1. Modélisation déterministe du problème posé (élaboration du modèle de rupture) ;
2. Identification des paramètres d'influences à probabiliser ;
3. Résolution mathématique du modèle de rupture ;
4. Implantation informatique, validation et étude de sensibilité.



## II.2.2 Intérêts de la démarche probabiliste

L'intérêt de la démarche probabiliste se résume en trois points :

- Aide au diagnostic : évaluation de la durée de vie résiduelle des systèmes
- Etude de sensibilité et aide à la décision
- Amélioration des outils déterministes de conception

## II.3 EVALUATION PROBABILISTE DE LA FIABILITE

### II.3.1 Fonction de performance

Le problème de l'analyse probabiliste est formulé par un vecteur  $X = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_n]$ , représentant un ensemble de variables aléatoires incertaines. Une fonction de performance  $g(x)$  est formulée pour décrire l'état limite dans l'espace de  $X$ . Dans l'hyperespace dimensionnel de  $n$  variables de base,  $g(x)=0$  est la frontière entre la région dans laquelle le facteur de sécurité n'est pas excédé et la région dans laquelle il est excédé (Baecher et Christian, 2003). Cette fonction est définie comme la marge de sécurité  $g_1(x)$  où à partir du facteur de sécurité  $g_2(x)$  :

$$g_1(X) = R - S \quad \text{Éq. (II.1)}$$

$$g_2(X) = F - 1 \text{ Avec } (F=R/S) \quad \text{Éq. (II.2)}$$

L'état de sécurité peut être défini par  $g(x) > 0$ , tandis que l'état de rupture est défini par  $g(x) < 0$ .

### II.3.2 Probabilité de rupture

La probabilité de rupture ne peut pas être interprétée comme une fréquence de rupture, mais elle contribue à la prise de décision, et aide à structurer le problème en obtenant des jugements qualitatifs.

La probabilité de rupture est définie comme la probabilité pour qu'une fonction d'état limite --fonction de performance-- soit inférieure à zéro ou à une valeur prédéterminée. Elle est donc donnée par l'intégrale suivante :

$$P_f = P[g(x) \leq 0] = \int_{g(x) \leq 0} f_x(x) dx \quad \text{Éq. (II.3)}$$

Où  $f_x(x)$  représente la fonction commune de densité de probabilité et l'intégrale est effectuée au-dessus du domaine de rupture.

Pour des problèmes de stabilité de pentes, l'évaluation directe de  $n$  intégrales est fortement complexe. La difficulté se trouve dans le fait que le domaine de l'intégration est une fonction compliquée. Par conséquent, des techniques approximatives ont été développées pour évaluer cette intégrale.

### II.3.3 Indice de fiabilité

L'indice de fiabilité est une mesure de la fiabilité d'un système qui reflète les mécanismes du problème et l'incertitude dans les variables d'entrée (USACE, 1997). Cet indice a été

développé pour fournir une mesure de fiabilité comparative sans devoir supposer ou déterminer la forme de la distribution de probabilité nécessaire pour calculer une valeur exacte de la probabilité de rupture. Il est défini en terme de valeur moyenne et d'écart type de la fonction de performance, et permet la comparaison de la fiabilité pour différentes structures ou modes d'exécution sans devoir calculer des valeurs absolues de probabilité. Le calcul de cet l'indice exige (USACE, 1997) :

- Un modèle déterministe (par exemple, une méthode d'analyse de stabilité de pentes) ;
- Une fonction de performance ;
- Les valeurs prévues et les écarts types des paramètres pris comme étant des variables aléatoires --par exemple: la valeur moyenne  $\mu$ , l'écart type  $\sigma$ -- ;
- Les paramètres statistiques caractéristiques de l'incertitude des variables aléatoires --par exemple: formes des distributions des paramètres-- ;
- Une méthode d'approximation pour estimer la valeur de l'indice de fiabilité.

L'indice de fiabilité est employé comme "une mesure relative de fiabilité ou de confiance en terme de capacité d'une structure à remplir sa fonction d'une façon satisfaisante."

Les méthodes d'analyse employées pour calculer l'indice de fiabilité devraient être suffisamment précises pour calculer la fiabilité relative du système et ces composants. Cependant, les valeurs d'indice de fiabilité ne sont pas des mesures absolues de la probabilité.

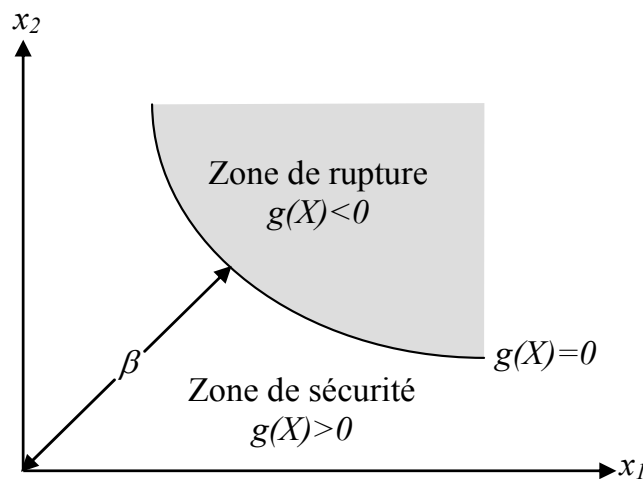


Figure II.1 : Illustration de la fonction d'état limite et l'indice de fiabilité

## II.4 Méthodes d'évaluation de fiabilité

Le choix de la méthode stochastique à utiliser dépend du degré de précision et de la rapidité désirée. La figure II.2 donne une information qualitative relative à ses deux points pour différentes méthodes mentionnées.

Il existe plusieurs méthodes probabiliste pour estimer la probabilité de rupture  $P_f$ , elles peuvent être classées en deux groupes : les méthodes des moments et les méthodes de simulation.

Dans le premier groupe, il faut estimer les moments de la fonction d'état limite  $g(x)$  en un point approprié. Les approches itératives proposées dans la littérature pour la résolution mathématique ou le calcul d'intégrale multiple à  $n$  dimensions du modèle sont nombreuses.

On compte ainsi principalement la méthode de fiabilité du premier ordre (FORM—First Order Reliability Method), la méthode du premier ordre- second moment (FOSM – First Order Second Moment), la méthode de fiabilité de deuxième ordre (SORM – Second Order Reliability Method), les méthodes particulières qui exploitent les moments statistiques d’ordre 3 ou 4 telle que la méthode FOTM (First Order Third Moment), et la méthode d’estimation en un point PEM- *Point Estimate Method*.

Dans le deuxième groupe, une technique de simulation de Monte Carlo reproduit le fonctionnement d’un système réel par le biais d’une méthode analytique et analyse les effets des variations des paramètres d’entrées sur la réponse du système (*Fishman. 1999*).

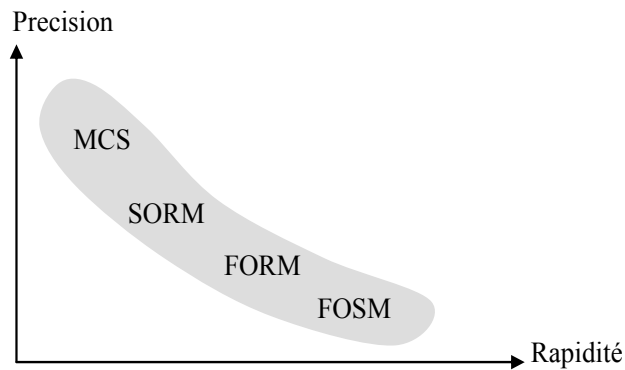


Figure II.2 : Exécution des méthodes pour l'analyse de fiabilité

#### II.4.1 Méthode de fiabilité du premier ordre

Cette méthode couvre la méthode du deuxième moment du premier ordre (FOSM) et la méthode avancée du deuxième moment (ASM ou FORM). FOSM est la méthode de fiabilité la plus employée dans l'analyse de stabilité des pentes, alors que la méthode ASM a été développée pour corriger la non invariance de  $\beta$  à la fonction de base choisie et d'autres limitations mathématiques. La méthode ASM ou FORM inclue des corrections apportées par *Hasofer et Lind (1974)*, *Rackwitz et Fiessler (1978)* et d'autres auteurs sur la méthode FOSM.

##### II.4.1.1 Méthode du premier ordre et du second moment (FOSM)

La méthode du premier ordre et du second moment (FOSM) fait une approximation de la fonction d'état limite -- fonction de performance --  $g(X)$  par un développement en série de Taylor du premier ordre autour de la valeur moyenne de  $X$  (*Baecher et Christian, 2003*). L'indice de fiabilité d'une fonction d'état limite donnée  $g(X)$  est défini comme le rapport des deux premiers moments statistiques de cette fonction

$$\beta = \frac{E[g]}{\sqrt{Var[g]}} = \frac{\mu_g}{\sigma_g} \quad \text{Éq. (II.4)}$$

La formulation originale de *Cornell (1969)* emploie l'approche de deux variables simples. Une fonction d'état limite dans ce cas-ci peut être définie par  $G=R - S$ .

Supposons que  $R$  et  $S$  sont des variables aléatoires indépendantes normalement distribuées. La fonction d'état limite est également une variable aléatoire normale. L'événement de défaillance est  $R < S$  ou  $G < 0$ . Nous pouvons évaluer la probabilité de rupture comme suit:

$$P_f = P(G < 0) \quad \text{Éq. (II.5)}$$

$$P_f = \Phi\left(\frac{0 - (\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) \quad \text{Éq. (II.6)}$$

Tel que  $\Phi(\cdot)$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Si les variables aléatoires  $R$  et  $S$  sont considérés comme des variables indépendantes lognormales (*Procaccia et al, 1996*), une autre variable aléatoire  $Y = R/S$  peut être présentée

$$G = \log Y = \log R - \log S \quad \text{Éq. (II.7)}$$

D'où,  $G$  est une variable aléatoire normale. La probabilité de rupture peut être définie par

$$P_f = 1 - \Phi\left[\frac{\log(\mu_R / \mu_S) \sqrt{(1 + V_S^2)/(1 + V_R^2)}}{\sqrt{\log((1 + V_R^2)(1 + V_S^2))}}\right] \quad \text{Éq. (II.8)}$$

Si les variables aléatoires  $R$  et  $S$  ne sont pas statistiquement indépendantes et sont des fonctions de plusieurs variables qui peuvent avoir des distributions quelconques. La fonction d'état limite  $Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$  peut prendre n'importe quelle forme. Le calcul de la moyenne et de l'écart type de la fonction d'état limite est fait par un développement en série de Taylor autour de la moyenne des variables aléatoires de base.

$$Z = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) + \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{x_i}) \frac{\partial g}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} (x_i - \mu_{x_i})(x_j - \mu_{x_j}) + \dots \quad \text{Éq. (II.9)}$$

L'espérance mathématique et la variance de  $Z$  peuvent être obtenues de la façon suivante

$$E[Z] = \mu_g = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \quad \text{Éq. (II.10)}$$

$$Var[Z] = E[(Z - E[Z])^2] = \sigma_g^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial x_j} Cov(x_i, x_j) \quad \text{Éq. (II.11)}$$

Dans le cas des variables non corrélées, cette dernière équation devient :

$$\sigma_g^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)^2 Var(x_i) \quad \text{Éq. (II.12)}$$

La méthode FOSM fournit des résultats corrects seulement quand les variables ont une distribution normale et que la fonction d'état limite  $g(X)$  est linéaire (*Halder et al, 2000*). Cette méthode introduit des erreurs lorsque la fonction d'état limite  $g(X)$  est non linéaire et complexe, en plus elle ignore l'information sur les distributions probabilistes des variables aléatoires (*Baecher et Christian, 2003*).

**II.4.1.2 Méthode de fiabilité de Hasofer et Lind (FORM)**

Cette méthode est considérée comme l'une des méthodes informatiques les plus fiables pour la géotechnique. *Hasofer et Lind (1974)* ont proposé une méthode de minimisation de l'indice de fiabilité. Ils ont noté que l'indice de fiabilité  $\beta$  peut être interprété géométriquement comme la distance normalisée entre la moyenne de l'ensemble des variables de base et la surface de rupture. Si l'ensemble des variables de base est transformé en un ensemble de variables normalisées et non corrélées, alors, dans cet espace transformé, la distance de l'origine au point le plus proche de la surface d'état limite est appelée indice de fiabilité  $\beta$ .

L'indice de fiabilité  $\beta$  peut être calculé dans les deux systèmes de coordonnées. Le système des coordonnées physiques défini par les variables de base (*Low et Tang, 1997*) ou le système des coordonnées réduites défini par les variables de base centrées, réduites et non corrélées (*Hasofer et Lind, 1974*).

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Éq. (II.13)}$$

Où  $X'_i$  est une variable aléatoire de valeur moyenne nulle et d'écart type égal à l'unité.

L'indice de fiabilité est calculé à partir des relations trigonométriques. Dans le cas d'une fonction d'état limite non linéaire avec  $n$  variables aléatoires, le calcul de la distance minimale devient un problème d'optimisation ;

$$\beta = \text{Min} \left[ D = \sqrt{X'^T X'} \right] \quad \text{Éq. (II.14)}$$

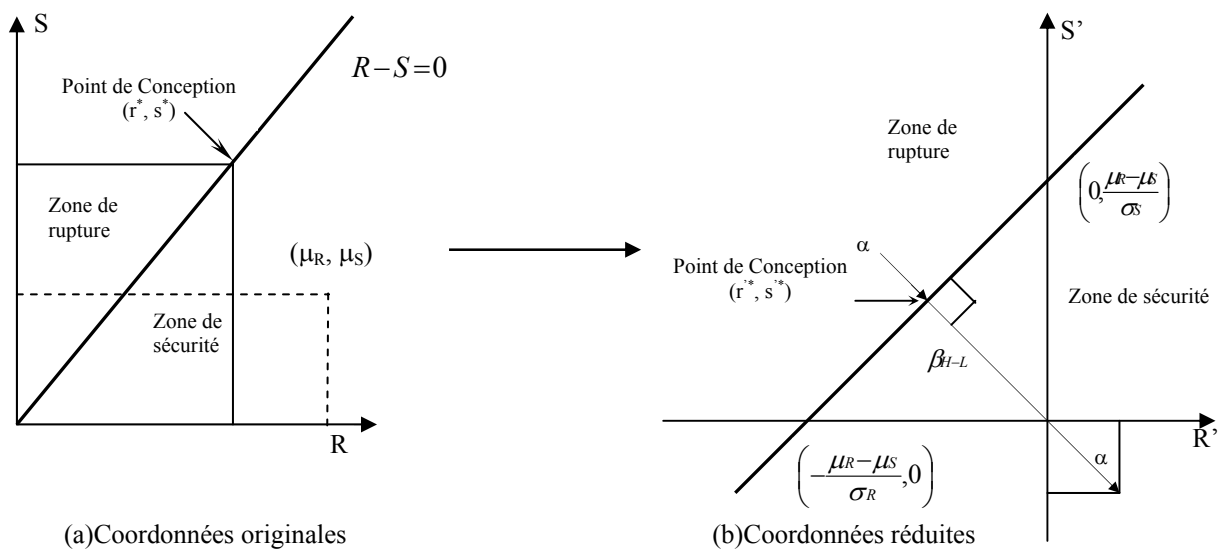
Avec :

$$g(X) = g(X') = 0 \quad \text{Éq. (II.15)}$$

L'équation d'état limite dans le système réduit devient

$$g(X') = \sigma_R R' - \sigma_S S' + \mu_R - \mu_S = 0 \quad \text{Éq. (II.16)}$$

Le point de distance minimale à la surface d'état limite est appelé point de conception. Il est désigné par le vecteur  $X^*$  dans le système original et par le vecteur  $X'^*$  dans le système réduit.



**Figure II.3 :** Indice de fiabilité de *Hasofer-Lind* pour une fonction d'état limite linéaire et des variables normales

L'indice de fiabilité dans le nouveau système peut s'écrire (Baecher et Christian, 2003):

$$\beta = - \frac{\sum_{i=1}^n x_i'^* \cdot \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^2}} \quad \text{Éq. (II.17)}$$

Rackwitz (1976) a proposé une technique qui est très utilisée pour le calcul de l'indice de fiabilité d'une façon itérative à partir d'un point de conception préalablement choisi (Halder et al, 2000). Le point de conception dans l'espace réduit est donné par

$$x_i'^* = -\alpha_i \beta \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \text{Éq. (II.18)}$$

Tel que le vecteur unité  $\alpha$  au point de conception est donné par

$$\alpha = \frac{G^*}{(G^T G)^{*/2}} = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i'}\right)^2}} \quad \text{Éq. (II.19)}$$

L'algorithme de Rackwitz comporte les six étapes itératives suivantes (Halder et al, 2000)

1. Définir l'équation d'état limite ;
2. Initialiser le point de conception aux valeurs moyennes dans l'espace physique  
 $x_i^* = \mu_i$  ;
3. Evaluer  $G$  et  $\alpha$  au point de conception  $x_i'^*$  ;
4. Obtenir le nouveau point  $x_i'^*$ , en terme de  $\beta$ :  $x_i'^* = -\alpha_i \beta$  ;
5. Substituer  $x_i'^*$  dans  $g(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*) = 0$  pour calculer  $\beta$  ;
6. Avec  $\beta$  obtenu dans l'étape 5, réévaluer  $x_i'^* = -\alpha_i \beta$  ;
7. Répéter les étapes 3 à 6 jusqu'à la convergence.

Dans le cas généralisé, si l'ensemble des variables de base --dans l'espace physique -- sont des variables dépendantes et non normales, alors on ajoute une autre étape qui transforme ces variables corrélées en des variables non corrélées

$$\beta = - \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x_i'}\right)^T (X^* - \mu_X)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x_i'}\right)^T [C] \left(\frac{\partial G}{\partial x_i'}\right)^*}} \quad \text{Éq. (II.20)}$$

Telle que  $[C]$  est la matrice de covariance des variables aléatoire  $X$ .

Zhao et al (1999) ont mentionné que la méthode FORM n'est précise que si le rayon de courbure de la fonction de base --fonction d'état limite-- est très grand --presque linéaire--, si la fonction de base n'est constituée que d'un nombre réduit de variables aléatoires, ainsi que si l'incertitude des variables constituantes est petite --le coefficient de variation inférieur à 15%--. Autrement, les résultats peuvent être imprécis ou difficiles à justifier.

### II.4.2 Méthode de fiabilité de deuxième ordre (SORM)

L'approximation de l'état limite au point dit de conception par une ligne droite ou un plan est une étape qui entraîne des erreurs dans l'analyse FORM, dont la magnitude dépend du degré de non-linéarité de l'équation d'état limite. C'est la raison pour laquelle les méthodes de moments aux ordres plus élevés ont été développées comme la méthode SORM dans le domaine de la géotechnique par *Ang (1974)* et *Fissler et al (1979)*. Dans la méthode SORM, un polynôme d'ordre parabolique, quadratique ou supérieur est utilisé pour décrire la surface d'état limite au niveau du point de conception.

La figure II.4 considère deux états limites, un linéaire et l'autre non linéaire. Les deux états limites ont le même point de conception, mais les zones de ruptures sont différentes.

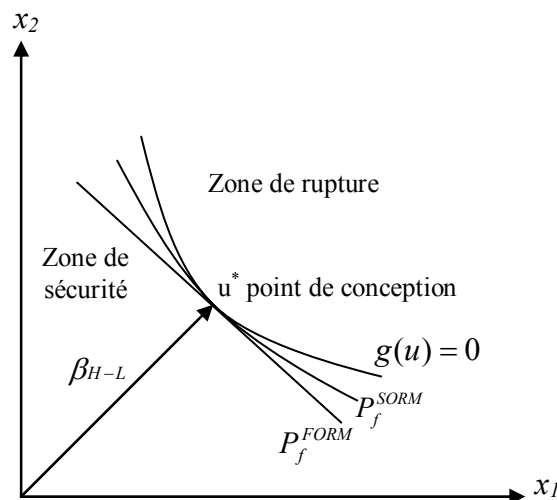


Figure II .4: Fonctions d'état limite linéaire et non linéaire

### II.4.3 Méthode de simulation de Monte Carlo

La technique de simulation de Monte Carlo reproduit le fonctionnement d'un système réel par le biais d'une méthode analytique et analyse les effets des variations des paramètres d'entrées sur la réponse du système (*Fishman. 1999*).

La méthode de Monte Carlo est une approche statistique, car l'évaluation des caractéristiques stochastiques de la réponse du système passe par le calcul d'un grand nombre de problèmes déterministes. L'utilisation de cette méthode permet de générer des réalisations des paramètres aléatoires définissant le modèle, aussi appelées tirages, qui tiennent compte des lois de probabilité respectives et des fonctions de corrélation entre les différentes variables aléatoires entrant en jeu ; on obtient ainsi, pour chaque tirage des différents paramètres aléatoires, une structure pour laquelle un calcul déterministe de la réponse peut être mené.

Le principal avantage de la méthode de Monte Carlo est de permettre de mener successivement plusieurs calculs déterministes une fois que le tirage des paramètres a été fait, ainsi elle est intéressante lorsque la probabilité de rupture n'est pas trop faible ; pour peu de problèmes déterministes traités par un code de calcul classique ou spécialement dédié, la réponse du modèle stochastique traité est facilement étudié. Néanmoins cet avantage constitue également le principal inconvénient de la méthode car un nombre

suffisamment grand de tirages doit être effectué pour que l'étude statistique de la réponse converge.

L'évaluation classique du problème consiste à soumettre chaque couple aux tests afin d'identifier le nombre de produit  $N_f$  qui ne survit pas à son scénario. Analytiquement, cela équivaut à évaluer la fonction  $g(X)$ , et à compter le nombre de couples pour lesquels  $g(X) < 0$ . L'équation II.4 permet alors de calculer la probabilité de rupture et la fiabilité.

$$P_f = 1 - R = \frac{N_f}{N} \quad \text{Éq. (II.21)}$$

#### II.4.3.1 Simulation des variables aléatoires normales corrélées

La simulation des variables aléatoires normales corrélées est faite par la transformation de ces dernières en variables aléatoires normales non corrélées, donc la transformation de la fonction de base originale exprimée en terme de variables aléatoires corrélées en une fonction des variables aléatoires non corrélées ; elle est donnée par :

$$\{X\} = [\sigma][T]\{X'\} + \{\mu\} \quad \text{Éq. (II.22)}$$

$$\Rightarrow \{X'\} = [T]^T [\sigma]^{-1} (\{X\} - \{\mu\}) \quad \text{Éq. (II.23)}$$

Où  $\{X\}$  : Vecteur des variables aléatoires normales corrélées,  
 $\{X'\}$  : Vecteur des variables aléatoires centrées réduites et non corrélées,  
 $[T]$  : Matrice de transformation de l'espace des variables physiques vers l'espace des variables normées centrées et non corrélées, composée des vecteurs propres de la matrice de corrélation  $[C]$ . Les valeurs propres de la matrice de corrélation sont les écarts types du vecteur  $\{X'\}$ .

Les étapes de cette simulation sont:

1. Définir l'équation d'état limite ;
2. Transformer les variables normées et corrélées  $\{X\}$  à des variables normées centrées et non corrélées  $\{X'\}$  ;
3. Exprimer la fonction à simuler en terme de variables normées centrées et non corrélées  $\{X'\}$  ;
4. Effectuer la simulation en utilisant la fonction modifiée.

#### II.4.3.2 Simulation des variables aléatoires non normales et corrélées

Pour la simulation des variables non normales et corrélées, il est nécessaire de transformer en premier lieu les variables physiques à des variables normées centrées et corrélées  $U_i = N(0,1)$ , comme suit :

$$U_i = \Phi^{-1}[F_{xi}(x_i)] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Éq. (II.24)}$$

En deuxième lieu, La transformation des variables normées centrées et corrélées à des variables normées centrées et non corrélées est donnée par :

$$\{U\} = [T]\{X'\} \quad \text{Éq. (II.25)}$$



Où  $[T]$  est la matrice de transformation composée des vecteurs propres de la matrice de corrélation  $[C']$  dans l'espace des variables normées centrées et non corrélées.

Les étapes de cette simulation sont:

1. Définir l'équation d'état limite ;
2. Transformer les variables physiques à des variables normées centrées et corrélées ;
3. Calculer la matrice de corrélation  $[C']$  dans l'espace des variables normées centrées et non corrélées ;
4. Transformer les variables normées centrées et corrélées  $\{U\}$  à des variables normées centrées et non corrélées  $\{X'\}$  ;
5. Exprimer la fonction à simuler en termes de variables normées centrées et non corrélées  $\{X'\}$  ;
6. Effectuer la simulation en utilisant la fonction modifiée.

### II.4.3.3 Améliorations de la méthode

#### Parallélisation

La structure même de la méthode de Monte Carlo permet une simple parallélisation des opérations : il suffit de mener les résolutions des systèmes déterministes sur plusieurs processeurs, ce qui réduit ainsi assez fortement les temps de calcul.

#### Réduction de variance

Les techniques de réduction de variance permettent d'accélérer la convergence de la méthode en augmentant la densité des réalisations dans les régions d'intérêt, à savoir celles qui contribuent le plus à l'estimation statistique désirée ; en effet, si l'écart se trouve entre l'espérance cherchée et l'estimation par Monte Carlo suivait une loi normale centrée d'écart type  $\sigma/\sqrt{n}$ , ou  $\sigma$  est l'écart type -- c'est-à-dire la racine carrée de la variance -- de la variable aléatoire étudiée, d'où l'idée de vouloir 'réduire' cette variance.

La principale limitation de ce genre de méthodes est liée au nombre de variables aléatoires indépendantes : au delà de dix, le coût de la technique de réduction de variance devient excessif par rapport au coût d'une méthode de Monte Carlo classique.

#### Latin hypercube sampling

La technique dite du Latin hypercube sampling est très employée ; sa propriété de 'stratification' permet de réduire assez nettement le nombre  $N$  de tirages requis. Le domaine de définition de chaque variable aléatoire est divisé en  $N$  intervalles d'égales probabilités et on tire aléatoirement une valeur sur chacun de ces intervalles ; en suite, les  $N$  valeurs ainsi tirées pour la première variable aléatoire sont appariées aléatoirement avec les  $N$  valeurs tirées pour la seconde variable aléatoire formant ainsi  $N$  couples qui sont alors associés aléatoirement avec les  $N$  valeurs tirées pour la troisième valeur aléatoire, et ainsi de suite, jusqu'à la totalité des variables aléatoires du modèle, qui constituent les  $N$  tirages finalement utilisés pour caractériser la réponse.

En pratique, ce nombre  $N$  de tirages est bien plus faible que celui requis avec une méthode de Monte Carlo classique pour un même niveau de convergence.

## Méta- modèles

Les techniques précédentes s'attachent à améliorer la méthode de Monte Carlo elle-même ; il est bien fort possible de réduire le temps du calcul requis par les résolutions déterministes en remplaçant le modèle 'complet' initial par un modèle approché de substitution qui soit plus rapide à mettre en œuvre ; dont le principe consiste à établir une surface approchée de la réponse du modèle.

Pour cela, la réponse du modèle déterministe complet est calculée pour différents tirages de paramètres, de façon à obtenir suffisamment de points de réponse pour interpoler ces derniers par une certaine forme de modèle de régression. L'étape préliminaire est indispensable dans l'élaboration de ces méta-modèles, et qui consiste à sélectionner les paramètres du modèle les plus influents dans la réponse.

## II.5 Probabilité globale de rupture

Le calcul de la probabilité globale de rupture ou de la probabilité de rupture d'un système est un élément important pour la décision de l'ingénieur. Si un système est composé de plusieurs composants différents, la probabilité de rupture du système dépend de la structuration de ces composants dans le système (*Park-West, 2001*).

Il y a deux systèmes types, à savoir les systèmes constitués de composants en série et ceux constitués de composants en parallèle.

*Système en série* : Dans un système en série, le système sera défaillant -- à l'état de rupture-- si l'un des ses composants est défaillant. Si on a un système composé de  $n$  sous système en série, et que la probabilité de rupture du  $i^{\text{ème}}$  sous système est  $P_{fi}$ , la probabilité de rupture du système sera

$$P_r = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{fi}) \quad \text{Si les sous systèmes sont indépendants} \quad \text{Éq. (II.26)}$$

$$P_r = \text{Max}(P_{fi}) \quad \text{Si les sous systèmes sont parfaitement corrélés} \quad \text{Éq. (II.27)}$$

*Système parallèle simple* : Dans un système parallèle, le système sera défaillant si tous les composants sont simultanément défaillants. La probabilité de rupture du système sera

$$P_r = \prod_{i=1}^n P_{fi} \quad \text{si les sous systèmes sont indépendants} \quad \text{Éq. (II.28)}$$

$$P_r = \text{Max}(P_{fi}) \quad \text{si les sous systèmes sont parfaitement corrélés} \quad \text{Éq. (II.29)}$$

*Systèmes mixtes* : Dans un système mixte, le système est composé en sous systèmes en série et sous systèmes parallèles combinés. Les calculs de la probabilité de rupture peuvent être néanmoins complexes.

## II.6 Conclusion

L'analyse probabiliste des ruptures peut permettre une meilleure évaluation du risque, par le biais de la prise en compte de la variabilité des paramètres de résistance du sol. Une telle approche permettra à l'ingénieur de mieux apprécier et quantifier les risques.

Malgré le fait que la théorie de fiabilité a la valeur potentielle, elle n'a pas beaucoup été employée dans la pratique géotechnique courante. Il y a deux raisons de ceci, d'abord la

théorie de fiabilité implique les limites et les concepts qui ne sont pas bien connus pour la plupart des géotechniciens, en second lieu la théorie de fiabilité exigerait plus de données, temps et effort qu'est disponible dans la plupart des circonstances.

Dans notre étude, nous employons la méthode de fiabilité du premier ordre FORM, FOSM et les simulations de Monte Carlo --MCS-- pour déterminer et comparer les probabilités de rupture de la stabilité des pentes en traitant la rupture progressive

# **CHAPITRE III**

## **METHODES D'ANALYSE DE LA STABILITE**

### III.1 Introduction

Une fois la géométrie et les conditions du sol d'une pente ont été déterminées, la stabilité des pentes peut être évaluée. Les principaux objectifs d'une analyse de stabilité de pentes incluent l'évaluation du risque de rupture à travers le calcul du facteur global de sécurité pour une pente d'une part, et de localiser le long de la surface à potentiel de glissement les zones à fort potentiel de rupture d'autre part.

La stabilité de pentes est habituellement analysée par des méthodes d'équilibre limite. Ces méthodes de calcul supposent que le terrain se comporte comme un solide qui obéit aux lois classiques de la rupture par cisaillement.

Pour évaluer la stabilité des pentes par une méthode d'équilibre limite, il existe plusieurs méthodes linéaires et non linéaires. Les méthodes linéaires sont des méthodes directes de calcul de facteur de sécurité et les méthodes non linéaires nécessitent un processus itératif. Le facteur de sécurité est défini comme le rapport entre la résistance au cisaillement et l'effort de cisaillement requis pour l'équilibre de la pente

$$F_s = \frac{R}{S} = \frac{c + \sigma tg\phi}{\tau} \quad \text{Éq. (III.1)}$$

$$F_s = \frac{c' + (\sigma - u)tg\phi'}{\tau} \quad \text{Éq. (III.2)}$$

Ce chapitre, présente les différentes méthodes utilisées dans l'analyse de la stabilité des pentes qui déterminent le facteur de sécurité appropriée et qui choisissent la surface critique de glissement.

### III.2 Méthode D'équilibre Limite

Il existe plusieurs méthodes d'analyse de la stabilité des pentes, qui reposent sur un calcul à l'équilibre limite. La plupart de ces méthodes utilisent la technique dite des tranches. Dans ces méthodes, le facteur de sécurité est calculé en utilisant une ou plusieurs équations d'équilibres statiques appliquées à la masse du sol.

Dans quelques méthodes, telle que la méthode de pente infinie, l'effort de cisaillement et l'effort normal  $\tau$  et  $\sigma$  peuvent être calculés directement à partir des équations d'équilibre statique, puis être employés dans l'équation III.1 ou III.2 pour calculer le facteur de sécurité. Dans la plupart des autres cas, y compris la *Méthode de Bishop simplifiée*, la *Méthode suédoise modifiée* et la *Méthode de Spencer*, un procédé plus complexe est exigé pour calculer le facteur de sécurité en utilisant l'équation III.1 ou III.2, en cas des efforts effectifs, l'effort de cisaillement selon l'équation III.2 est exprimé par

$$\tau = \frac{c'}{F_s} + \frac{(\sigma - u)tg\phi'}{F_s} \quad \text{Éq. (III.3)}$$

Le facteur de sécurité est calculé en supposant plusieurs valeurs de  $F_s$ , et on calcule l'effort de cisaillement correspondant à l'équation III.3 jusqu'à ce que l'équilibre soit réalisé. En effet, la contrainte est réduite par le facteur de sécurité  $F_s$ , jusqu'à atteindre l'état d'équilibre.

### III.3 Forme de la surface de glissement

Les méthodes d'équilibre limite nécessitent de définir au préalable la surface pour laquelle le coefficient de sécurité sera évalué. Les calculs du coefficient de sécurité sont répétés pour un nombre suffisant de surfaces de glissement arbitrairement choisies pour localiser la surface ayant le facteur minimal de sécurité. La forme de la surface de glissement dépend de la géométrie, des caractéristiques matérielles, et des possibilités du procédé d'analyse utilisé. Les formes de la surface de glissement peuvent être circulaire ou non circulaire -- Figure III.1. Les méthodes d'équilibre statique décomposent la masse du sol, au-dessus de la surface de glissement, en un nombre fini de tranches.

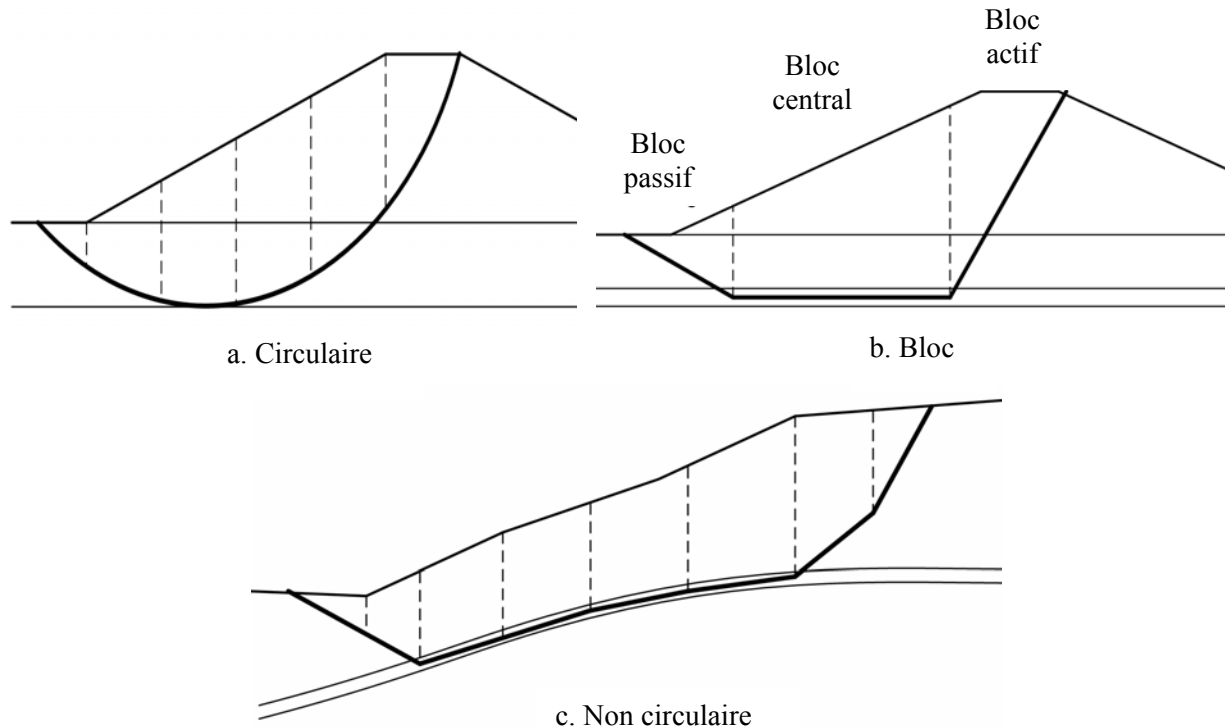


Figure III.1 : Forme de la surface de glissement (USACE, 2003).

#### III.3.1 Surfaces de glissement circulaires

La rupture est observée dans les matériaux relativement homogènes, elle se produit souvent le long des surfaces de rupture courbées. Une surface circulaire de glissement, comme celle représentée sur la figure III.2-a, est souvent employée parce qu'il est commode d'additionner des moments autour du centre du cercle, et aussi l'emploi d'un cercle qui simplifie les calculs. Les surfaces circulaires de glissement sont presque toujours utiles pour commencer une analyse. En outre, les surfaces circulaires de glissement sont généralement suffisantes pour analyser les remblais ou les pentes relativement homogènes, et sur des bases avec des couches relativement épaisses du sol (USACE, 2003).

Des arrangements de recherche pour les surfaces circulaires de glissement sont illustrés dans les figures III.2-a, III.2-b, et III.2-c. Une surface circulaire est définie par la position du centre de cercle, le rayon, et par le point par lequel le cercle doit passer, ou par le plan auquel la surface de glissement doit être tangente. Des recherches sont habituellement accomplies en changeant une de ces variables et en changeant une deuxième variable jusqu'à ce qu'un facteur minimum de sécurité soit trouvé.

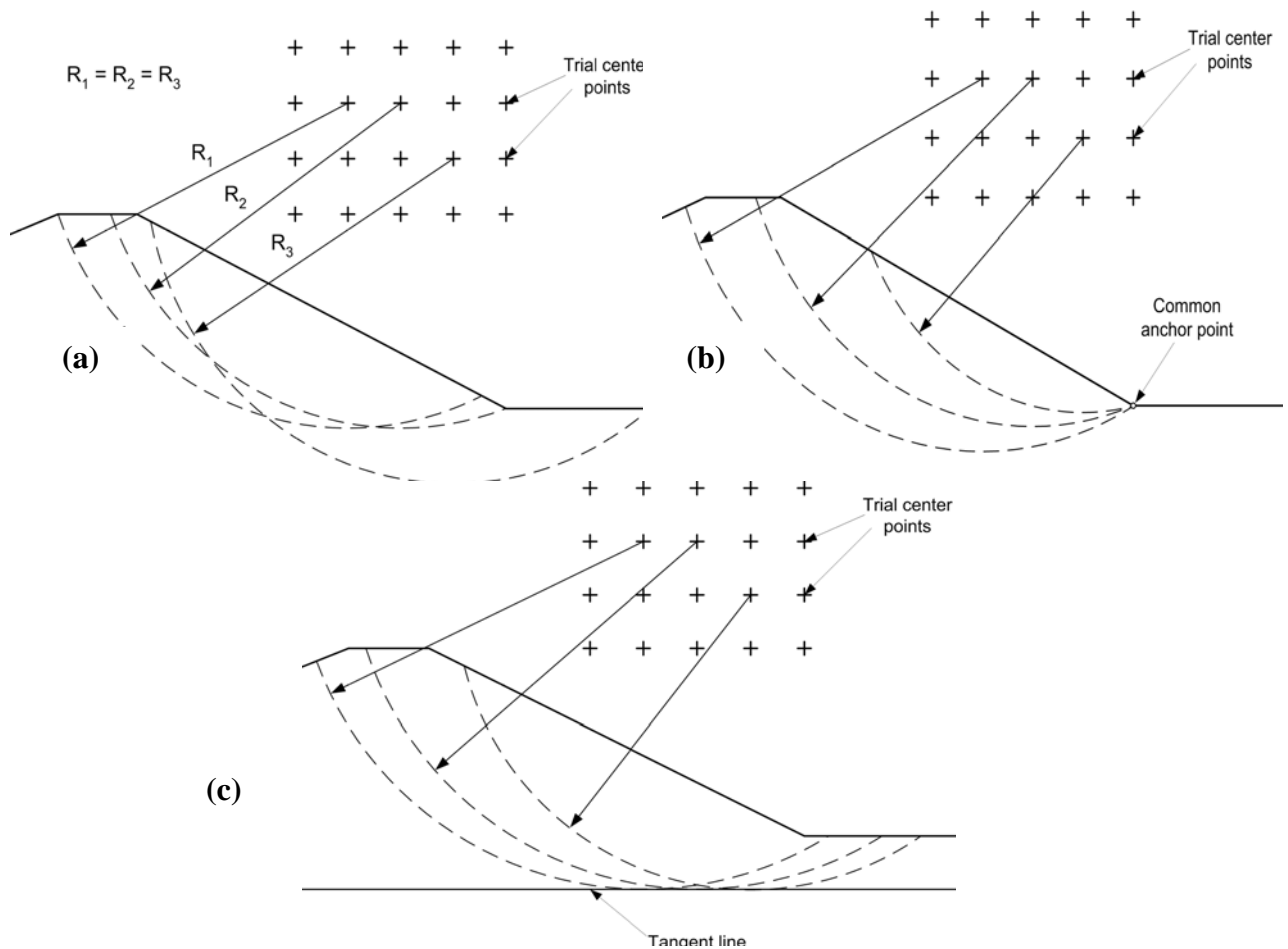


Figure III.2 : Surface circulaire de glissement

### III.3.2 Surfaces de glissement triangulaires

La rupture est définie par une surface de trois droites définissant une cale active, un bloc central, et une cale passive (Figure III.3-b). Les surfaces triangulaires de glissement exigent la recherche de l'endroit critique du bloc central et l'inclinaison critique des bases des cales actives et passives. La recherche de l'endroit critique du bloc central est illustrée dans la figure III.3-a et implique un changement systématique des coordonnées horizontales et verticales des deux extrémités de la base du bloc central, jusqu'à ce que le bloc central correspondant au facteur minimum de sécurité soit trouvé. Pour chaque position d'essai du bloc central, les inclinaisons de la base des segments actifs et passifs doivent être basées sur des règles simples. Une hypothèse simple et commune doit être faite pour l'inclinaison de chaque segment actif (mesuré à partir de l'horizontal)  $45 + \phi'_D/2$  degrés, et de chaque segment passif  $45 - \phi'_D/2$  degrés. La quantité  $\phi'_D$  représente l'angle de frottement développé par le facteur de sécurité calculé  $\tan(\phi'_D) = \tan(\phi'/F)$ .

Cette hypothèse pour l'inclinaison des cales actives et passives est seulement appropriée où les surfaces supérieures des cales actives et passives sont horizontales, mais fournit des résultats raisonnables pour les pentes doucement inclinées. Des méthodes communes pour la recherche de l'inclinaison de la base des cales sont montrées dans la figure III.3-b, telle que la valeur du  $\theta$  est changée jusqu'à ce que la force maximale d'inter-tranche soit trouvée

pour la cale active et la force d'inter-tranche minimale soit trouvée pour la cale passive (USACE, 2003).

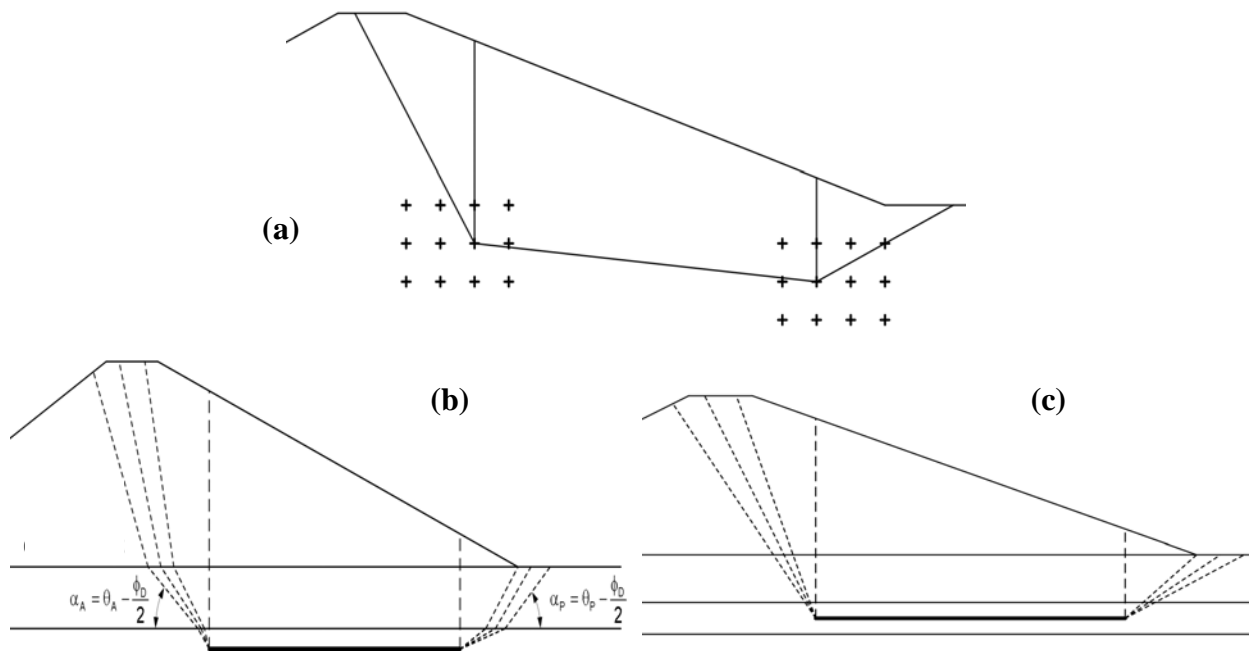


Figure III.3: Surfaces triangulaires de glissement

### III.3.3 Formes générales de la surface de glissement

L'une des procédures les plus puissantes, et utiles est celle développée par *Celestino et Duncan (1981)*. La méthode est illustrée dans la figure III.4. Dans cette méthode, une première surface de glissement est supposée et représentée par une série de points qui sont reliés par les lignes droites.

Le facteur de sécurité est d'abord calculé pour la surface supposée de glissement. Après, que tous les points supposés sont fixés, le point "flottant" est décalé par une petite distance dans deux directions. Les directions pourraient être verticalement en haut et en bas, horizontalement à gauche et à droite, ou au-dessus et au-dessous de la surface de glissement. Le facteur de sécurité est calculé pour chaque point décalé de la surface de glissement. Ce processus est répété pour chaque point sur la surface de glissement. Pendant le décalage du point flottante, tous les autres points sont laissés à leurs endroits originaux. Une fois que tous les points ont été décalés dans les deux directions et le facteur de sécurité a été calculé pour chaque décalage, un nouvel endroit est estimé pour la surface de glissement basée sur les facteurs de sécurité calculés. La surface de glissement est alors déplacée à l'endroit estimé. Ce processus est continué jusqu'à ce qu'aucune réduction supplémentaire du facteur de sécurité ne soit notée (USACE, 2003).



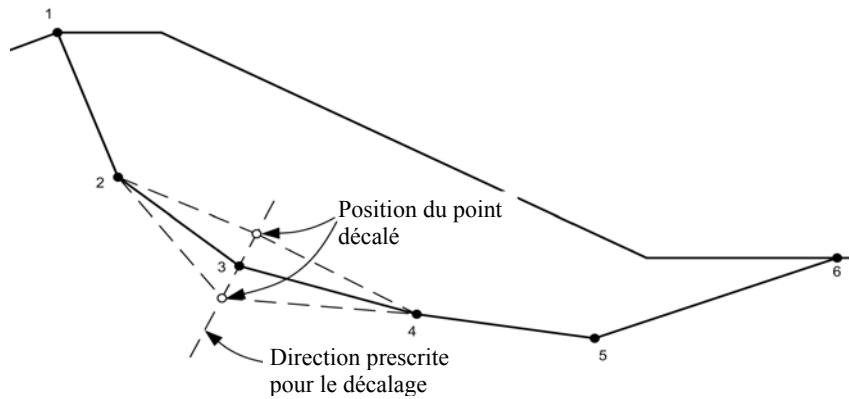


Figure III.4 : Formes générales de glissement --non circulaires.

### III.4 Méthode Des Tranches

Beaucoup de méthodes d'équilibre statique s'adressent à un équilibre statique en divisant la masse du sol au-dessus de la surface de glissement supposée en nombre fini de tranches verticales. Les forces agissantes sur une tranche individuelle sont illustrées dans la figure III.5. Les forces incluent

$W$  - Poids de la tranche

$E$  - Force d'inter-tranche normale horizontale des côtés de la tranche

$X$  - Force d'inter-tranche verticale de cisaillement entre les tranches

$N$  - Force normale sur le fond de la tranche

$S$  - Force de cisaillement sur le fond de la tranche

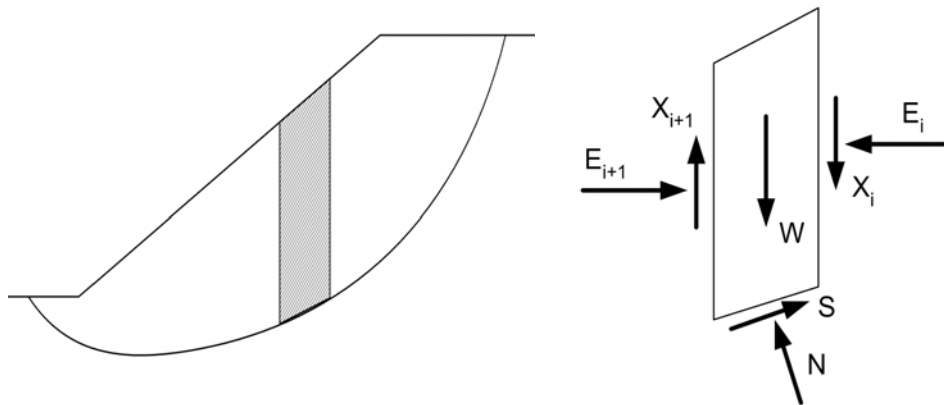


Figure III.5: Forces agissantes sur une tranche  $i$ , --décomposition complète.

Excepté le poids de la tranche, toutes ces forces sont inconnues et doivent être calculées de telle sorte satisfassent l'équilibre statique.

La force de cisaillement  $S$  sur le fond de la tranche n'est pas considérée directement comme inconnue dans les équations d'équilibre. Cette force est exprimée en termes d'autres quantités connues et inconnues, comme suit :  $S$  sur la base d'une tranche est égale à l'effort de cisaillement  $\tau$ , multiplié par la longueur de la base de la tranche  $\Delta l$ ,

$$S = \tau \cdot \Delta l \quad \text{Éq. (III.4)}$$

D'où :

$$S = \frac{c' \Delta l}{F_s} + \frac{(N - u \Delta l) \operatorname{tg} \phi'}{F_s} \quad \text{Éq. (III.5)}$$

Les diverses méthodes d'équilibre limite emploient différentes hypothèses pour faire le nombre d'équations égal au nombre d'inconnus. Elles diffèrent également en ce qui concerne les hypothèses de calcul dans les équations d'équilibres. Par exemple, la méthode ordinaire de tranches, la méthode de *Bishop simplifiée*, et la méthode *suédoise modifiée simplifiée* les conditions –contraintes ou hypothèses-- dans les équations d'équilibres statiques. Les méthodes telles que, *Morgenstern–Price et Spencer* exigent plus de contraintes –hypothèse-- dans les équations d'équilibres statiques.

Des limitations communes aux méthodes d'équilibre limite sont définies comme suit

1. On suppose que le facteur de sécurité est constant le long de la surface de glissement.
2. Les caractéristiques de contrainte–déformation ne sont pas explicitement présent en considération.
3. La distribution initiale des efforts le long de la surface de glissement n'est pas explicitement considérée.
4. Les forces normales négatives peuvent être calculées le long de la base des tranches dans certaines conditions.
5. Le processus de calcul est itératif, et dans certaines situations la convergence est difficile.

#### III.4.1 Méthode ordinaire des tranches OMS (Méthode de *Fellenius*)

La méthode ordinaire des tranches –OMS-- a été développée par *Fellenius (1936)*. Dans cette méthode, les forces inter–tranches sont négligées --Figure III.6. La force normale sur la base de la tranche est calculée en additionnant les forces dans une direction perpendiculaire au fond de la tranche. Une fois que la force normale est calculée, les moments au centre du cercle sont additionnés pour calculer le facteur de sécurité. Le facteur de sécurité est calculé par l'équation III.6 (*Brunsdén, 1987*)

$$F = \frac{\sum [c' \Delta l + (W \cos \alpha - u \Delta l \cos^2 \alpha) \tan \Phi']}{\sum W \sin \alpha} \quad \text{Éq. (III.6)}$$

Dans le cas d'une pente possédant de l'eau externe, on traite l'eau comme une charge externe et hydrostatique sur le dessus des tranches --Figure III.7. Dans le point de droit où les charges de l'eau agissent sur le dessus de la tranche, l'expression du facteur de sécurité doit être modifiée comme suit

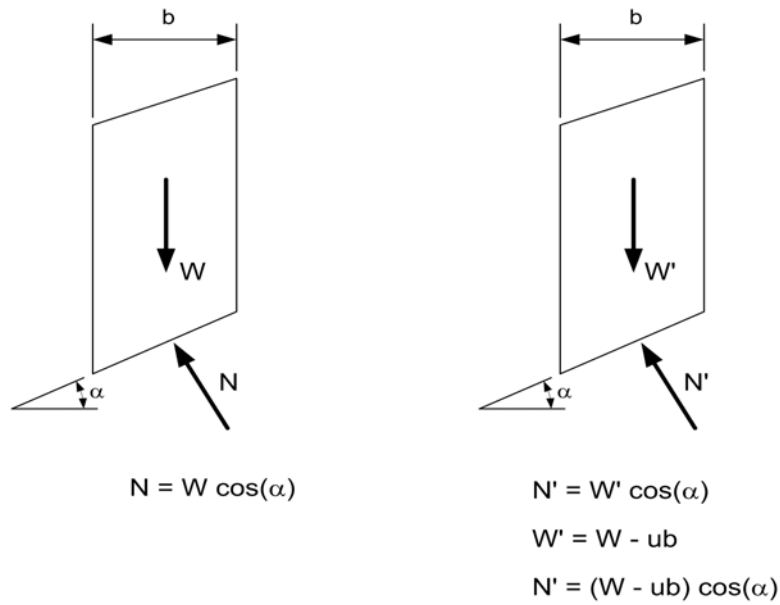
$$F = \frac{\sum \left\{ c' \Delta l + \left[ W \cos \alpha + P \cos(\alpha - \beta) - u \Delta l \cos^2 \alpha \right] \tan \Phi' \right\}}{\sum W \sin \alpha - \frac{\sum M_P}{R}} \quad \text{Éq. (III.7)}$$

Tel que

$P$  = force résultante de l'eau agissant perpendiculairement au dessus de la tranche

$\beta$  = inclinaison du dessous de la tranche

$M_P$  = moment produit par la force de l'eau agissant sur le dessus de la tranche



A. Analyse d'effort total sur une tranche    B. Analyse d'effort effectif sur une tranche

Figure III.6 : Forces agissantes sur une tranche pour la méthode ordinaire des tranches

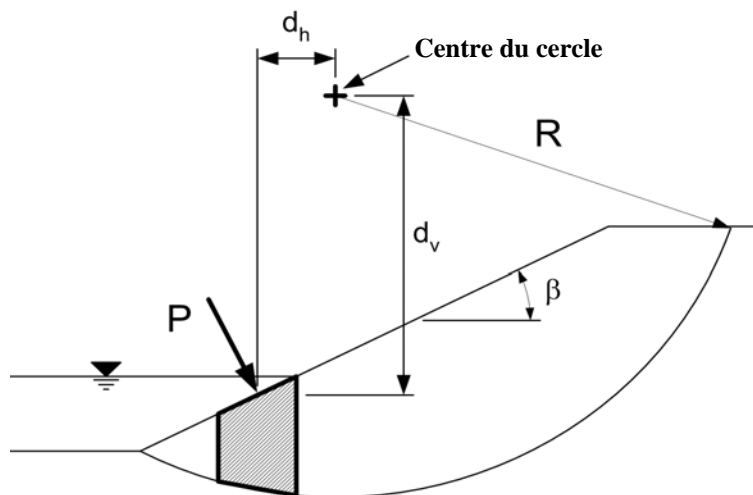


Figure III.7 : Forces agissantes sur une tranche avec de l'eau externe

### III.4.2 Développement général des équations du facteur de sécurité

Dans un système de forces en équilibre limite, la somme des forces et la somme des moments sont égales à zéro. Pour les surfaces de glissement circulaires, le centre des moments est le centre de la surface de glissement. Pour les surfaces de glissement non-circulaires n'importe quel point peut être considéré comme centre des moments.

La figure III.8 représente les forces à considérer lors de l'analyse d'un problème de stabilité de pentes.

$$W - S_m \sin \alpha - N \cos \alpha - (X_l - X_r) = 0 \quad \text{Éq. (III.8)}$$

La force de cisaillement  $S_m$  nécessaire pour l'équilibre limite :

$$S_m = \Delta l \times \tau_{req} = [c' \Delta l + (N - u \Delta l) \tan \phi'] / F \quad \text{Éq. (III.9)}$$

Remplaçons l'équation III.9 dans III.8, on obtient :

$$N = \left[ W - \frac{c' \Delta l \sin \alpha}{F} + \frac{u \Delta l \tan \phi' \sin \alpha}{F} - (X_{i+1} - X_i) \right] / m_\alpha \quad \text{Éq. (III.10)}$$

Avec :

$$m_\alpha = \left( \cos \alpha + \frac{\tan \phi' \sin \alpha}{F} \right) \quad \text{Éq. (III.11)}$$

La somme des équations d'équilibre des forces horizontales :

$$\sum N \sin \alpha - \sum S_m \cos \alpha + \sum KW + \sum (E_{i+1} - E_i) + (A_r - A_l) + L \cos \omega = 0 \quad \text{Éq. (III.12)}$$

Tel que :

$$\sum (E_{i+1} - E_i) = 0 \quad \text{Éq. (III.13)}$$

En remplaçant  $S_m$  de l'équation III.9 dans l'équation III.12, L'expression du facteur de sécurité  $F_f$ , déduit de l'équilibre des forces, est

$$F_f = \frac{\sum [c' \Delta l \cos \alpha + (N - u \Delta l) \tan \phi' \cos \alpha]}{\sum N \sin \alpha + \sum KW + (A_r - A_l) + L \cos \omega} \quad \text{Éq. (III.14)}$$

Tel que :

$L$  : chargement extérieur ;

$\omega$  : angle du chargement extérieur par rapport à l'horizontale ;

$Z$  : distance du chargement au centre des moments ;

$KW$  : force due à l'accélération horizontale ;

$A_b, A_r$  : les forces résultantes de la pression d'eau gauche et droite agissent sur la section

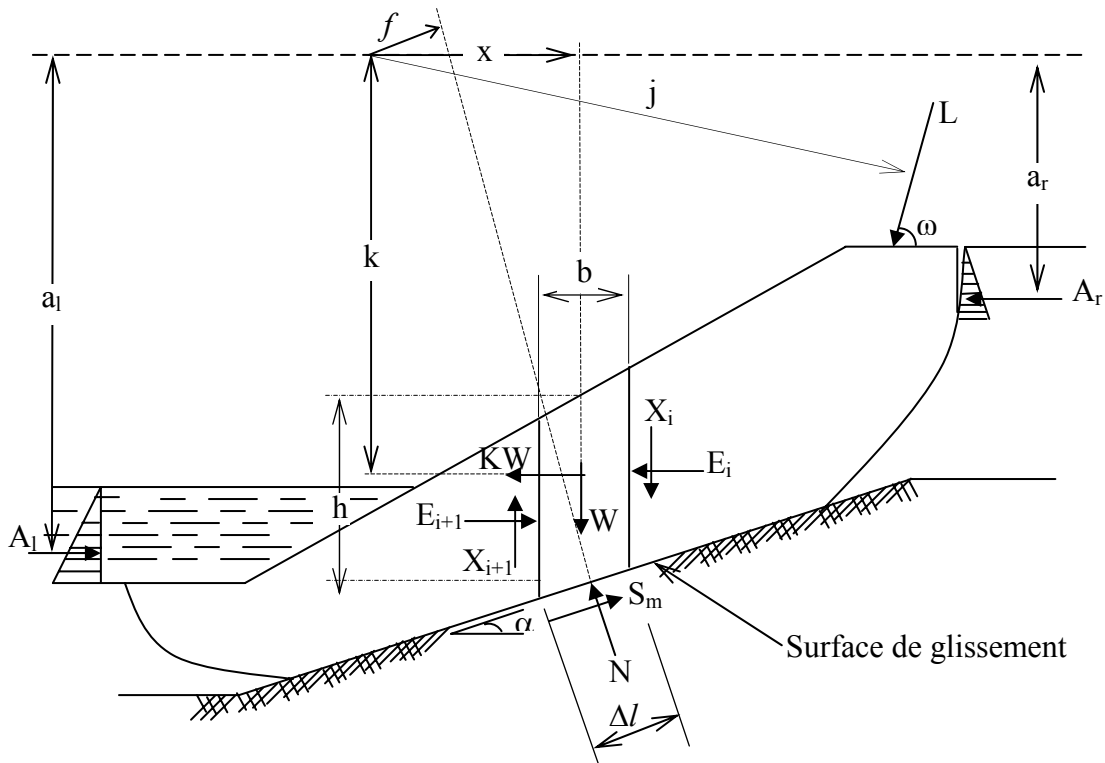


Figure III.8 : Paramètres utilisés dans la méthode généralisée

Notons que le facteur de sécurité le long de la surface de glissement est constant, et  $N$  est une fonction du facteur de sécurité --équation III.10--. De même dans l'équilibre limite, la somme des moments de toutes les forces autour du centre des moments est nulle. Le facteur de sécurité basé sur l'équilibre des moments.

$$\sum Wx + \sum KWk - (A_l a_l - A_r a_r) + Lj - \sum Nf - \sum S_m R = 0 \quad \text{Éq. (III.15)}$$

En remplaçant  $S_m$  dans l'équation III.9, on obtient le facteur de sécurité basé sur l'équilibre des moments :

$$F_m = \frac{\sum [c' \Delta l R + (N - u \Delta l) R \tan \phi']}{\sum Wx + \sum KWk - (A_l a_l - A_r a_r) + Lj - \sum Nf} \quad \text{Éq. (III.16)}$$

Le facteur de sécurité est calculé par des itérations sur les deux équations jusqu'à la satisfaction de la condition  $F_f = F_m$ . Les méthodes de calcul diffèrent par les hypothèses considérées sur les efforts inter-tranches.

### III.4.3 Méthode de *Bishop simplifiée* (1955)

La méthode admet que les forces inter-tranches sont horizontales, comme celles représentées sur la figure III.9 (*Brunsdén, 1987*), et que la surface de glissement est circulaire. Les forces sont additionnées dans la direction verticale. L'équation d'équilibre est combinée avec l'équation de *Mohr-Coulomb* et la définition du facteur de sécurité pour déterminer les forces sur la base de la tranche. Les moments sont additionnés autour du centre de la surface circulaire de glissement pour obtenir l'expression suivante du facteur de sécurité

$$F_m = \frac{\sum \left[ R \{ c'b + W(1 - r_u) \tan \phi' \} \frac{\sec \alpha}{\left( 1 + \frac{\tan \phi' \tan \alpha}{F} \right)} \right]}{\sum WR \sin \alpha - (A_l a_l - A_r a_r) + KWk} \quad \text{Éq. (III.17)}$$

Tel que :  $r_u = u / \gamma H$

Tous les termes sont connus et  $F_m$  est calculée par itérations successives. La première itération est faite en adoptant, comme valeur  $F_{m0}$ , le coefficient de sécurité obtenu par la méthode de *Fellenius*.

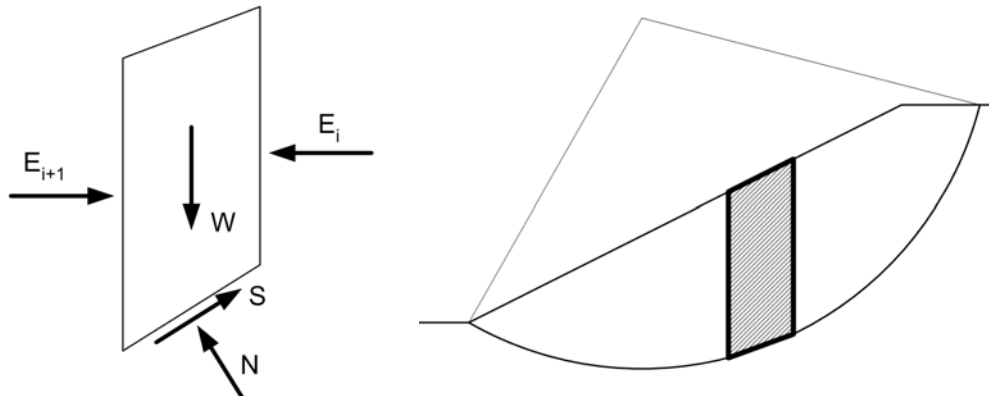


Figure III.9 : Forces agissant sur une tranche pour la Méthode de *Bishop simplifiée*

#### III.4.4 Méthode de *Janbu simplifiée*

La méthode de *Janbu* explique l'analyse simple de la surface de glissement, telles que les forces inter-tranches qui dérivent de l'expression de  $N$  sont négligées. L'expression de la force horizontale d'équilibre :

$$F_0 = \frac{\sum [c' \Delta l \cos \alpha + (N - u \Delta l) \tan \phi' \cos \alpha]}{\sum N \sin \alpha + \sum KW - (A_l - A_r) + L \cos \omega} \quad \text{Éq. (III.18)}$$

Cette solution simple est corrigée par l'introduction d'un facteur de correction  $f_0$

$$F_f = f_0 \times F_0 \quad \text{Éq. (III.19)}$$

Le facteur de correction  $f_0$  dépend du terme de cohésion, de l'angle de frottement et de la forme de la surface de glissement.

#### III.4.5 Méthode rigoureuse de *Janbu*

Cette méthode diffère de celle de *Janbu simplifiée*, où les forces inter-tranches sont négligées. L'évaluation des forces inter-tranches se fait par une procédure successive de détermination de moment autour du centre de la base de la tranche, telle que la force  $X_{i+1}$  devient

$$X_{i+1} = E_{i+1} \tan \alpha_i - (E_{i+1} - E_i) f_{i+1} / b + (KWh / 2) / b \quad \text{Éq. (III.20)}$$

Où  $f_{i+1}$  et  $\alpha_i$  sont la position et l'inclinaison par rapport au centre de la base de la tranche.

Les forces horizontales d'inter-tranches ( $E_{i+1} - E_i$ ) --équation III.20-- sont obtenues par la sommation des forces horizontales et verticales d'équations d'équilibre pour chaque tranche

$$(E_{i+1} - E_i) = [W - (X_{i+1} - X_i)] \tan \alpha - S_m / \cos \alpha + KW \quad \text{Éq. (III.21)}$$

Les forces d'inter-tranches dépendent de  $S_m$  dans l'équation III.21 et de la valeur du facteur de sécurité  $F_f$  déterminé dans l'équation III.9. On adopte une solution itérative sur la valeur de  $F_f$  --équation III.14-- jusqu'à l'obtention de la surface de glissement recherchée.

#### III.4.6 Méthode de Spencer

La méthode de *Spencer* suppose que les forces latérales sont parallèles, --c'est-à-dire, l'inclinaison de la résultante des forces latérales inter-tranches est constante indépendamment de la tranche considérée ; et que les forces normales sur le fond de la tranche agissent au centre de la base. La méthode de *Spencer* répond entièrement aux exigences d'équilibre des forces et des moments, tel que

$$\tan \theta = X_{i+1} / E_{i+1} = X_i / E_i = \text{constante}$$

Bien que *Spencer (1967)* a présenté à l'origine sa méthode pour les surfaces de glissement circulaires, *Wright (1969)* a prouvé que la méthode pourrait aisément être prolongée aux analyses des surfaces non circulaires de glissement. L'évaluation du facteur de sécurité d'une surface de glissement par la méthode de *Spencer* requiert un processus itératif. L'inclinaison des forces latérales inter-tranches est évaluée à plusieurs reprises jusqu'à ce que toutes les conditions d'équilibre des forces et des moments soient satisfaites pour chacune des tranches et que  $F_m = F_f$ .

#### III.4.7 Méthode de Morgenstern-Price

La méthode de *Morgenstern-Price* suppose que l'inclinaison  $\theta$  de la résultante des forces latérales inter-tranches varie systématiquement d'une tranche à une autre le long de la surface de glissement. La valeur de l'angle  $\theta$  est donnée par l'expression suivante

$$\tan \theta = X / E = \lambda \cdot f(x)$$

Avec

$\lambda$  : Un scalaire constant à déterminer lors du calcul du facteur de sécurité,

$f(x)$  : Une fonction supposée dépendante de  $x$ .

$x$  : Une distance varie le long de la surface de glissement.

Deux cas spéciaux sont mentionnés

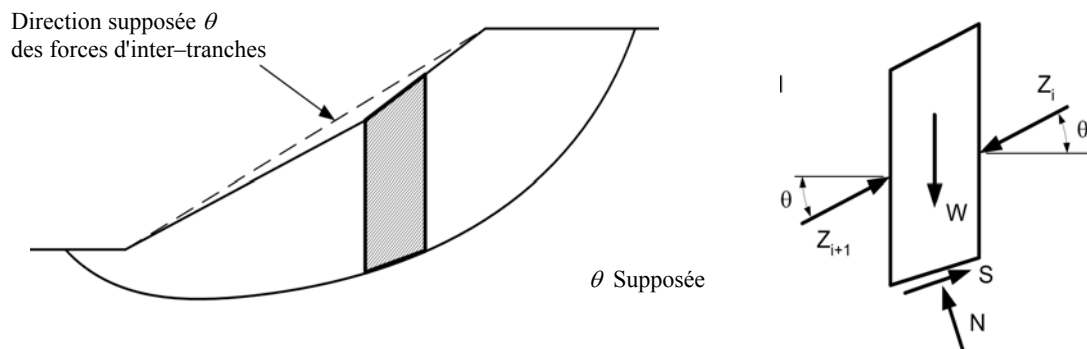
- $f(x)=0$  La solution est celle de *Bishop simplifiée*,
- $f(x)=$  Constante, la solution est celle de *Spencer*.

Les équations d'équilibres de cette méthode sont similaires à celles décrites précédemment --méthode *Bishop, Janbu, Spencer*--. L'effort de cisaillement inter-tranche est obtenu par les équations III.20 et III.21.

### III.4.8 Méthode suédoise modifiée (*Modified Swedish Method*)

La méthode *suédoise modifiée* satisfait l'équilibre des forces dans les directions horizontales et verticales, mais elle ne satisfait pas l'équilibre des moments. Toutes les méthodes d'équilibre des forces sont basées sur les inclinaisons de celles-ci entre les tranches.

Dans la méthode *suédoise modifiée*, les forces d'inter-tranches peuvent être représentées par deux manières. Dans la première, les forces d'inter-tranches représentent toutes les forces entre les tranches --efforts effectifs et les pressions interstitielles--. Dans la deuxième, les forces latérales représentent les forces effectives sur les frontières d'inter-tranches, et les forces résultantes des pressions interstitielles sont considérées comme des forces séparées sur les frontières d'inter-tranches. La valeur calculée du facteur de sécurité sera différente selon l'approche employée.



**Figure III.10 :** Forces agissantes sur une tranche pour la méthode *suédoise modifiée*

Le facteur de sécurité est obtenu par supposition de plusieurs valeurs --un procédé itératif--, et en construisant le polygone des vecteurs de forces pour chaque tranche jusqu'à ce que l'équilibre de forces soit satisfait pour toutes les tranches. Les forces agissantes au dessus pour le cas où il n'y a aucune pression interstitielle sont montrées dans la figure III.10.

Les forces comprennent le poids de la tranche  $W$ , les forces des côtés gauches et droites de la tranche ( $Z_i$  et  $Z_{i+1}$ ), et les forces normales et de cisaillement sur la base de la tranche ( $N$  et  $S$ ). La force d'inter-tranche,  $Z_i$ , représente la force du côté supérieur de la tranche, alors que  $Z_{i+1}$  représente la force du côté inférieur. La force de cisaillement sur le fond de la tranche est exprimée par :

$$S = \frac{1}{F} (c\Delta l + N \tan \phi) \quad \text{où} \quad S = (c_D \Delta l + N \tan \phi_D)$$

Tel que

$$c_D = \frac{c}{F} \quad \text{Et,} \quad \tan \phi_D = \frac{\tan \phi}{F}$$

En dessinant les polygones de forces illustrés sur une tranche dans la figure III.11-b, on voit que la force  $c_D \Delta l$  agit dans le sens parallèle à la base de la tranche, alors que la force  $F_D$  agit sous un angle  $\phi_D$  à la normale de la base de la tranche. Les polygones de forces sont construits pour chaque tranche comme le montre la figure III.11-d.

Dans le cas d'une pente qui possède de l'eau externe, la résistance au cisaillement est exprimée en utilisant des efforts effectifs --Figure III.12--. On a en plus du premier cas, des forces de pressions interstitielles sur la gauche et la droite de la tranche  $U_L$  et  $U_R$ , les forces



de côté résultantes d'efforts effectifs  $Z_i$  et  $Z_{i+1}$ , une force additionnelle  $P$  et la force résultante des pressions d'eau interstitielles sur la base de la tranche  $U_b$

Toutes les forces  $W, U_L, U_R, U_b$  et  $P$  sont des forces connues. Le polygone de ces forces connues est représenté par une force résultante simple  $R$  --Figure III.12-c--. La force  $R$  sera verticale s'il n'y a aucune infiltration --débit nul-- ; autrement la force,  $R$ , sera inclinée de la verticale --Figure III.12-d.

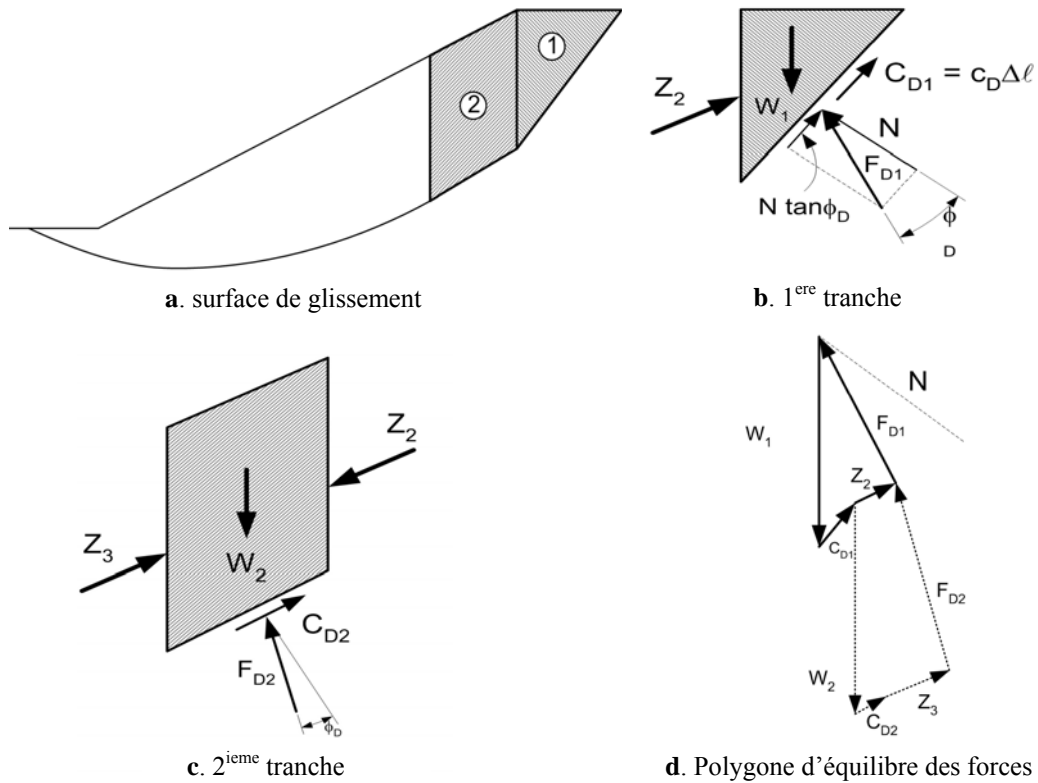
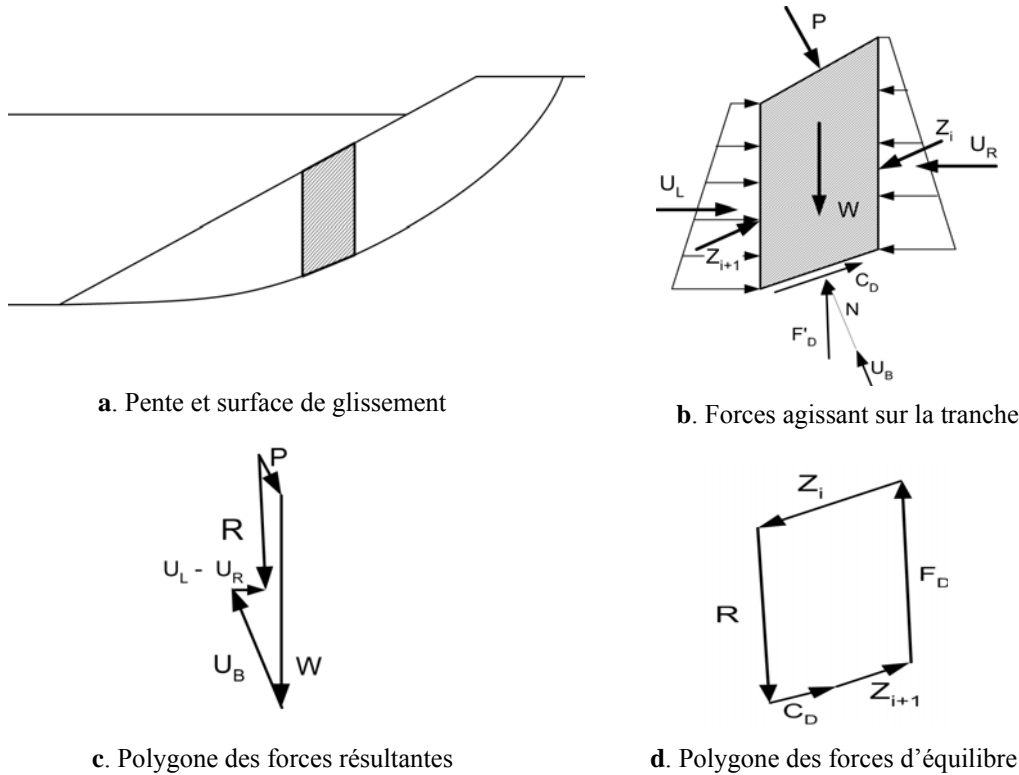


Figure III.11 : Forces et polygones des forces agissant sur une tranche



**Figure III.12 :** Forces et polygones des forces agissant sur une tranche avec l'eau externe

La solution numérique pour n'importe quelle méthode d'équilibre de forces (méthode *suédoise modifiée*), la force latérale du côté de la tranche est calculée en utilisant l'équation suivante, dérivée des équations de l'équilibre vertical et horizontal de forces

$$Z_{i+1} = Z_i + \frac{C_1 + C_2 + C_3 - C_4}{n_\alpha} \quad \text{Éq. (III.22)}$$

Tel que

$$C_1 = W \left[ \sin \alpha - \frac{\tan \phi' \cos \alpha}{F} \right] \quad \text{Éq. (III.23)}$$

$$C_2 = (U_i - U_{i+1}) \left[ \cos \alpha + \frac{\tan \phi' \sin \alpha}{F} \right] \quad \text{Éq. (III.24)}$$

$$C_3 = P \left[ \sin(\alpha - \beta) - \frac{\tan \phi' \cos(\alpha - \beta)}{F} \right] \quad \text{Éq. (III.25)}$$

$$C_4 = (c' - u \tan \phi') \frac{\Delta l}{F} \quad \text{Éq. (III.26)}$$

$$n_\alpha = \cos(\alpha - \theta) + \frac{\tan \phi' \sin(\alpha - \theta)}{F} \quad \text{Éq. (III.27)}$$

L'équation III.22 commence par la première tranche où  $Z_i = 0$ , ensuite on applique tranche par tranche jusqu'à ce que la dernière tranche est atteinte. Ici on suppose que les calculs sont effectués à partir du fond de la pente, indépendamment de la direction de la pente.

La force d'inter-tranche  $Z_{i+1}$  calculée du côté inférieur de la dernière tranche --orteil de la surface de glissement-- devrait être zéro si une valeur correcte a été supposée pour le facteur de sécurité.

Si la force du côté inférieur de la dernière tranche n'est pas égale à zéro, une nouvelle valeur est supposée pour le facteur de sécurité et le processus est répété jusqu'à ce que la force du côté inférieur de la dernière tranche soit zéro.

#### III.4.9 Méthode *Sarma* (1979)

La méthode de *Sarma* est basée sur l'équilibre des forces et des moments des tranches individuelles. Les tranches sont créées en divisant la région située au-dessus de la surface de glissement par des plans généralement inclinés --tranches inclinées--. Cette méthode est basée sur les hypothèses suivantes

- Le mouvement de translation est le seul autorisé ;
- Les extensions de joints sont illimitées ;
- Les déformations réelles dans les blocs rocheux sont négligeables ;
- Le critère de rupture de *Mohr-Coulomb* est utilisé sur la surface de glissement polygonale et sur les joints entre les tranches --inter-tranches-- ;
- Le facteur de sécurité est supposé le même pour toutes les surfaces de glissement.

La méthode de *Sarma* est adaptable à l'analyse de stabilité d'un milieu non homogène, comme une pente rocheuse fracturée,

Il est initialement nécessaire de définir les tranches. Il faut d'abord partir des blocs en contact avec la surface de glissement puis définir les tranches à partir de ces blocs, c'est-à-dire regrouper les blocs de bases avec les blocs situés au dessus. Dans cette situation, nous pouvons imaginer plusieurs états de tranches.

Il est donc nécessaire d'analyser toutes les situations possibles et de choisir la moins stable d'entre elles. Tel que le choix inadéquat de la géométrie des tranches, en particulier de leur inclinaison, peut provoquer des problèmes de forces négatives. C'est un problème particulier pour l'analyse des massifs rocheux car on ne peut pas choisir les tranches comme on le souhaite.

#### III.4.10 Méthode des Cales (The Wedge Method)

La méthode suppose que la masse coulissante se compose de trois régions --Figure III.13--, la cale active, le bloc central, et la cale passive, et les forces sur les frontières verticales sont supposées inclinées. Cette méthode satisfait entièrement l'équilibre des forces dans les directions verticales et horizontales et ignore l'équilibre des moments. Les seules différences entre la méthode des cales et la méthode suédoise modifiée sont les hypothèses pour la forme de la surface de glissement, et probablement les inclinaisons des forces d'inter-tranche entre les cales. Cependant, on suppose parfois que la force d'inter-tranches entre le bloc central et la cale passive est horizontale.

Les solutions pour la méthode des cales sont les mêmes que pour n'importe quelle de ces procédures d'équilibre de forces. Le facteur de sécurité calculé en utilisant la méthode de cales est sensible aux inclinaisons des forces latérales. La méthode de cales peut être employée pour examiner les solutions de Spencer pour assurer les surfaces non circulaires en trois parties de cisaillement. L'inclinaison latérale des forces est prise comme l'inclinaison latérale des forces trouvée par Spencer.

Les mêmes procédures, graphiques ou numériques, employées pour vérifier les calculs exécutés par la méthode *suédoise modifiée*, peuvent être employées pour vérifier des calculs par la méthode des cales.

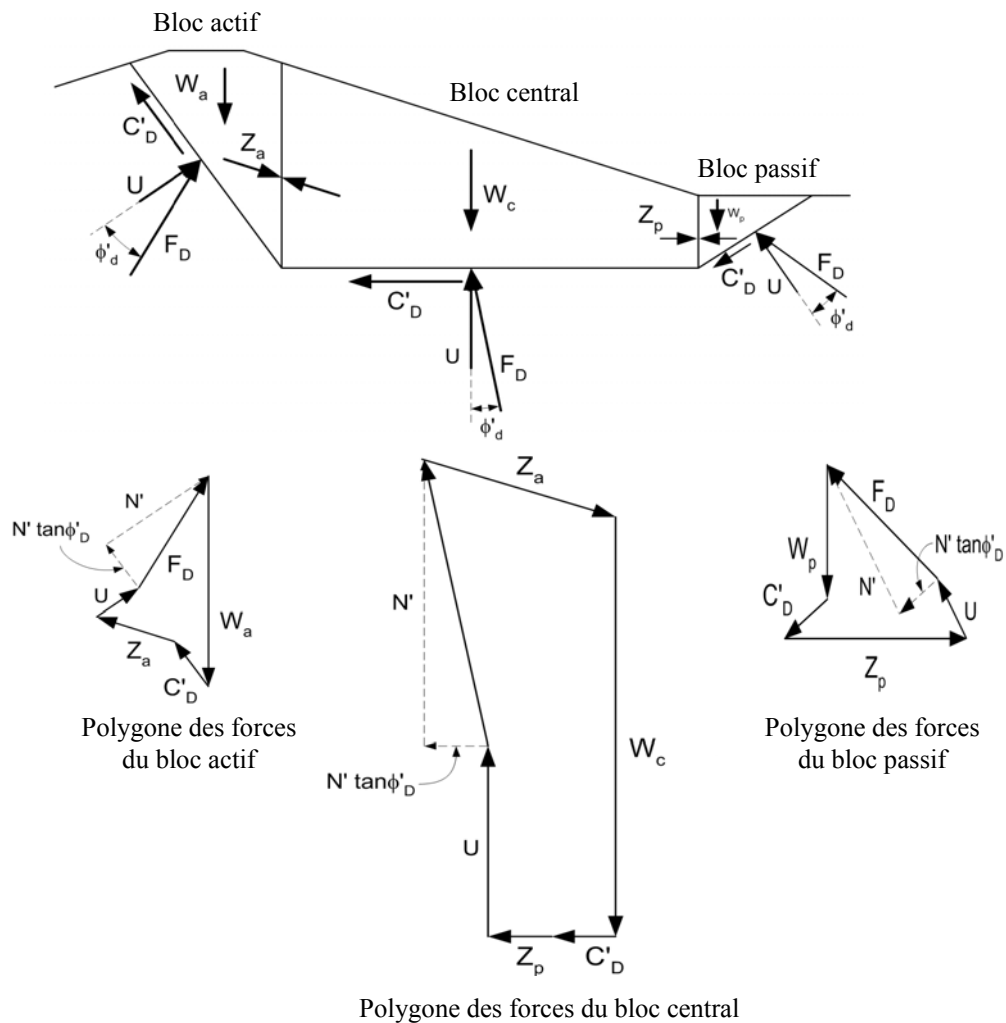


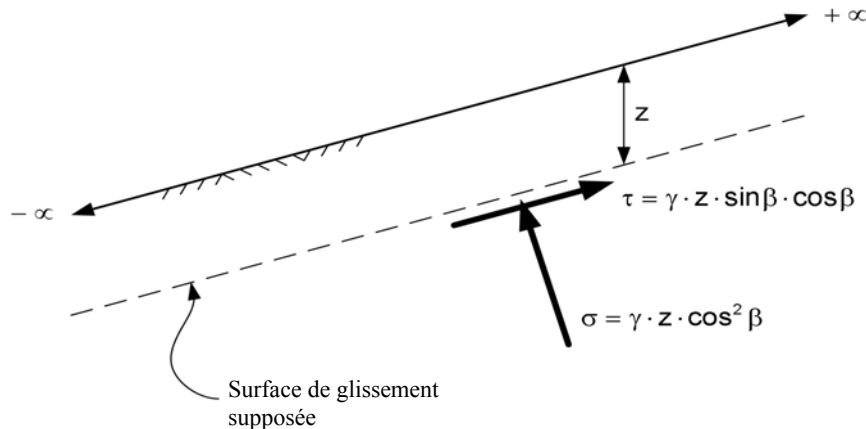
Figure III.13 : Forces et polygones d'équilibre pour la méthode de cales

### III.4.11 Méthode de Pente infinie (The Infinite Slope Method)

La méthode de pente infinie suppose que la pente est une surface latérale infinie, et que le glissement se produit le long d'une surface plane parallèle à la surface de la pente --Figure III.14--. Pour des pentes composées de sols de faible cohésion ( $c'=0$ ), la surface critique de glissement sera parallèle à la pente externe sur une petite profondeur --  $z \approx 0$ .

Dans cette situation, la surface de glissement est considérée comme une surface circulaire peu profonde avec un rayon très grand qui est proche du mécanisme infini de rupture. Le facteur de sécurité sera identique à celui calculé en utilisant une analyse de pente infinie. Cependant, l'analyse de pente infinie est plus simple et plus facile, et elle devrait être employée pour des pentes en matériaux de faible cohésion. La méthode de pente infinie est un cas spécial du procédé d'équilibre des forces, avec une tranche. Avec seulement une tranche, deux équations sont disponibles --équilibre horizontal et vertical de forces--, et

deux inconnus doivent être évaluées --le facteur de sécurité et la force normale sur la base de la tranche--. Ainsi, la méthode est statiquement déterminée.



**Figure III.14:** Forces agissantes pour la méthode de Pente infinie

Pour des résistances au cisaillement exprimées en termes d'efforts effectifs et du terme de cohésion nul  $c' = 0$ , le facteur de sécurité est donné par

$$F = \frac{(\sigma - u) \operatorname{tg} \phi'}{\tau}$$

Or  $\tau = \gamma \cdot z \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta$  et  $\sigma = \gamma \cdot z \cdot \cos^2 \beta$

D'où

$$F = \frac{(\cos^2 \beta - r_u) \operatorname{tg} \phi'}{\cos \beta \sin \beta} \quad \text{Éq. (III.28)}$$

L'équation III.16 peut aussi s'écrire

$$F = \frac{\operatorname{tg} \phi'}{\tan \beta} [1 - r_u (1 + \tan^2 \beta)] \quad \text{Éq. (III.29)}$$

Tel que

$$r_u = u / \gamma z$$

Dans le cas spécial de pression d'eau interstitielle ( $u = 0$  ;  $r_u = 0$ ) l'équation III.29 se réduit à

$$F = \frac{\operatorname{tg} \phi'}{\tan \beta} \quad \text{Éq. (III.30)}$$

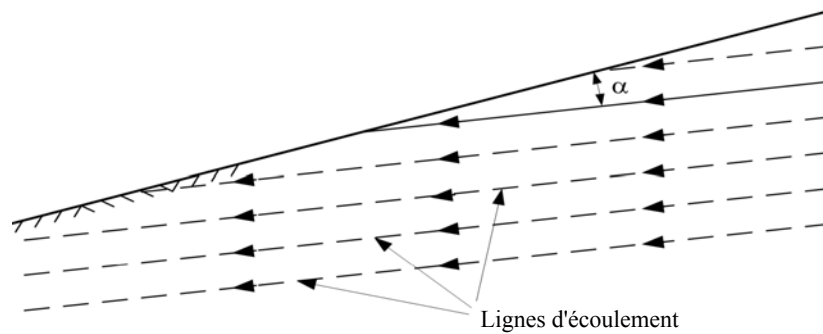
Le facteur de sécurité pour des conditions comportant l'infiltration comme celle représentée sur la figure III.15 peut être exprimé comme suit --terme de cohésion nul ;  $c' = 0$ --

$$F = \frac{\gamma' - \gamma_w \tan \alpha_s \tan \beta}{\gamma_{sat}} \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \quad \text{Éq. (III.30)}$$

Avec

$\alpha_s$  = angle entre les lignes d'écoulement et la surface de la pente (Figure III.15)

$\beta$  = l'inclinaison de la pente mesurée à partir de l'horizontal



**Figure III.15 :** Pente infinie avec des lignes de flux parallèles

### III.5 Conclusion

Les géotechniciens calculent par habitude le facteur de sécurité pour évaluer la stabilité des pentes en utilisant les méthodes déterministes malgré la différence entre les résultats obtenus –le facteur de sécurité, la surface hypothétique de glissement--. Mais l'analyse de la stabilité des pentes obtenue par la méthode d'équilibre limite calcule le facteur de sécurité en se basant sur un ensemble fixe de conditions et de paramètres matériels.

Dans la pratique géotechnique, il y'a plusieurs de sources d'incertitude dans l'analyse de la stabilité de pentes, par exemple, incertitudes spatiales (topographie et stratigraphie d'emplacement, etc...) et incertitudes des données d'entrée (caractéristiques du sol, propriétés mécanique du sol, etc..). L'analyse déterministe de la stabilité de pentes par le calcul du facteur de sécurité, n'est pas une bonne manière pour considérer la variabilité des paramètres de résistance du sol. Une approche de fiabilité complète l'analyse et la conception de pentes, parce qu'elle explique et considère la variabilité des paramètres d'entrée dans le calcul.

# **CHAPITRE IV**

## **RUPTURE PROGRESSIVE**

## IV.1 Introduction

Le déclenchement de la rupture d'une pente est causé par diverses sources, dépend essentiellement de la réserve de résistance au cisaillement disponible le long de la surface hypothétique de glissement. Cependant, plusieurs auteurs ont observés que la rupture des pentes est une conséquence d'un développement de grandes contraintes de cisaillement bien avant le début de la rupture, menant par la suite à une rupture progressive (*Skempton 1964 ; Bishop, 1967 ; Bjerrum 1967*). Plus récemment, certains auteurs confirment que la rupture des pentes est souvent d'une nature progressive (*Gilbert et autres 1996*).

Le changement de la probabilité de glissement ou de la rupture globale est basé sur des événements 'conditionnels' qui peuvent être simulés. Une telle simulation peut être utile pour évaluer le risque de glissement à de diverses conditions de déformations le long de la surface de glissement. Le modèle exige la définition d'une marge de sécurité appropriée représentant l'événement de la rupture progressive jusqu'à une certaine position le long de la surface de glissement. Les probabilités de tels événements peuvent être calculées si les paramètres de résistance sont représentés par des champs aléatoires appropriés. Les modèles déjà établis par *Chowdhury* ne prennent pas en considération tous les cas de figure --les variabilités des paramètres de résistance au pic et post-pic--.

Ce chapitre a pour objectif le développement d'un nouveau modèle de la rupture progressive des pentes dans un cadre probabiliste.

## IV.2 Rupture Progressive

La propagation de la rupture est définie comme la prolongation spatiale et continue de la zone de rupture le long de la surface de glissement critique dans un milieu statistiquement homogène.

L'analyse de la rupture progressive exige une information plus détaillée du comportement du sol, et une bonne connaissance des conditions initiales et à long terme in situ du sol. Cependant, dans la plupart des cas, il est impossible d'obtenir l'ensemble complet des informations nécessaires à une analyse rigoureuse de la stabilité.

La distinction entre les concepts de la rupture 'simultanée' et 'progressive' est de plus en plus identifiée (*Chowdhury et al, 1987*). Des modèles bien connus d'équilibre limite pour l'analyse de la stabilité des pentes considèrent la rupture comme étant 'simultanée' le long d'une surface de glissement. Les approches conventionnelles consistent à calculer le facteur de sécurité global  $F_S$  le long d'une hypothétique surface de glissement; la surface critique de glissement est celle pour laquelle la valeur du facteur de sécurité  $F_S$  est minimale. La rupture d'une masse en pente se développe souvent progressivement et les directions de propagation de la rupture peuvent être différentes selon les situations (*Chowdhury et al, 1987*).

Les conditions nécessaires du développement de la rupture progressive sont

- Fragilité du sol
- Irrégularité dans la distribution des efforts de cisaillement
- Efforts de cisaillement locaux qui excèdent la force maximale du sol
- Etats de frontière.

Les distributions non uniformes de contraintes et de déformations le long d'une potentielle surface de glissement rendent complexe la localisation de la zone du déclenchement de la



rupture --la rupture peut progresser de la crête d'une pente ou de son orteil ou d'un point dans son intérieur. En général, la zone la plus surchargée est le siège d'une rupture locale. Une rupture locale induit une redistribution des contraintes, et le facteur de sécurité global se trouve ainsi réduit. L'analyse déterministe par les méthodes d'équilibre limite ne calcule que le facteur de sécurité global. Par conséquent, le déclenchement et la propagation de rupture ne peuvent pas être considérés avec un facteur de sécurité global.

L'analyse de la stabilité des pentes est souvent associée à une courbe de contrainte-déformation du sol qui atteint un post pic pour une très grande déformation. Pour une courbe de contrainte- déformation le long de la surface de rupture possédant un pic, il est impossible de mobiliser la même résistance au cisaillement sur l'ensemble de cette surface.

Après atteinte de la résistance au cisaillement disponible au pic, La résistance de cisaillement se réduit à la résistance au cisaillement au post pic avec une déformation continue de la masse de sol. Pour la simplicité, nous employons une courbe simplifiée montrée dans la figure IV.2 au lieu d'une courbe d'essai réel --Figure IV.1. Ceci signifie que le déplacement ne change pas, tandis que l'effort de cisaillement change de la valeur maximale à la valeur de post pic -- résiduelle --. Avec cette hypothèse on suppose que la contrainte de cisaillement du sol diminue directement de la valeur maximale à la valeur résiduelle.

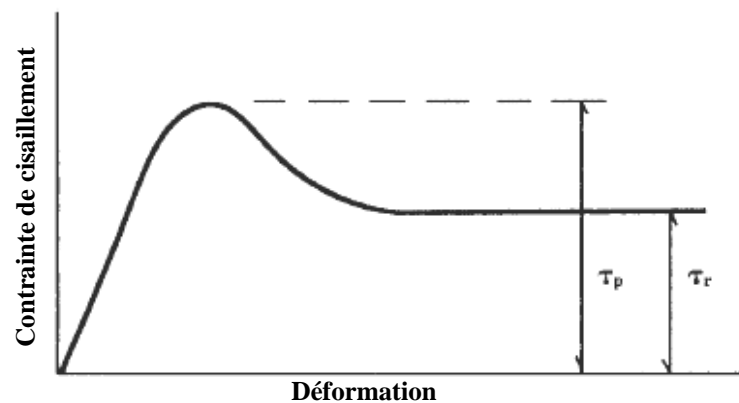


Figure IV.1 : Forme typique de la courbe contrainte- déformation.

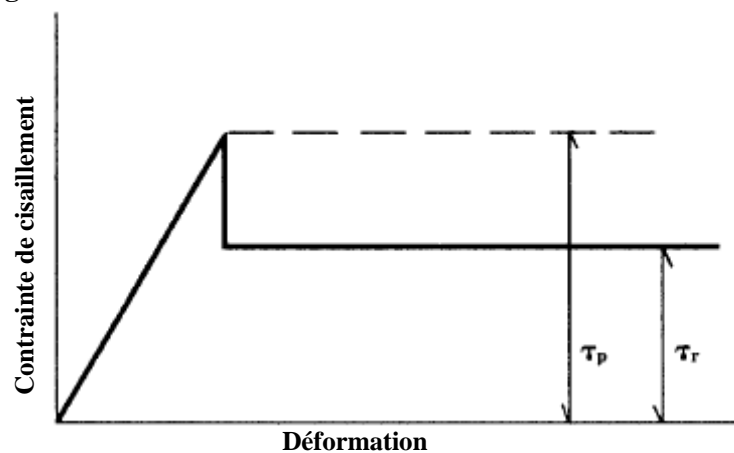


Figure IV.2 : Courbe contrainte- déformation utilisée dans le modèle.

La rupture générale d'une pente se produit quand les états cinématiques sont tels que la masse de sol peut subir des grands déplacements. Quand la résistance au cisaillement est entièrement mobilisée partout le long d'une surface de glissement, la rupture de la pente se développe. Dans ce cas, la rupture de la pente dépend essentiellement de l'état d'effort et force disponible le long de cette surface. Les mécanismes de la rupture dans les sols intacts sont complexes, parce que l'orientation de la surface de glissement se développe partout dans le sol.

L'évaluation de la fiabilité d'une pente, cas de la rupture progressive, est une tâche difficile. La rupture progressive est particulièrement répandue dans l'argile surconsolidée qui peut induire un dégagement d'une pression horizontale élevée. Par conséquent, la résistance de cisaillement est localement atteinte la résistance au cisaillement maximale du sol. Il y a une rupture locale qui est susceptible de se lancer, qui est due à la concentration de contraintes. Les éléments passés à l'état de rupture supporteront un effort de cisaillement décroissant. La partie de l'effort de cisaillement qui n'est plus soutenue par les éléments passés à l'état de rupture est alors transférée aux éléments voisins, qui peuvent eux mêmes passer à l'état de rupture progressivement. Par conséquent, la rupture peut par la suite se propager aux autres parties de la surface de glissement.

Le potentiel d'une rupture complète de pente dépend de (*Hayashi et Tang, 1994*)

- La variation des valeurs de la résistance du sol, au pic et post pic --résiduelle, le long de la surface de glissement ;
- La redistribution de l'effort de cisaillement à l'autre partie de la surface de glissement.

Même si l'équilibre est atteint, à un moment donné il peut être modifié et le processus de la rupture progressive peut reprendre ou continuer. Les facteurs principaux menant à cette situation sont

- Un changement dans la géométrie du problème et les efforts de cisaillement (par exemple érosion à l'orteil ou chargement au dessus d'une pente)
- Une diminution d'effort effectif normal, et ainsi les forces maximales et résiduelles -- par exemple l'augmentation de la pression des pores en général--
- Une diminution des paramètres de résistance --par exemple le fluage ou la fatigue--.

### IV.3 Approches Probabilistes

Dans un cadre probabiliste le facteur de sécurité  $F_S$  ou la marge de sécurité  $G$  d'une pente est considérée comme une variable aléatoire, c'est une fonction des variables aléatoires et des constantes de base. La fonction de performance ( $F_S$  ou  $G$ ) doit être basée sur un modèle de calcul et ses moments statistiques sont dérivés en utilisant des procédures appropriées. Les paramètres statistiques, de l'indice de fiabilité ou de la probabilité de rupture, peuvent être calculés sur la base d'une distribution supposée de probabilité de la fonction de performance.

Le problème de stabilité de pentes peut être considéré comme un système avec beaucoup de surfaces de rupture. Néanmoins, la détermination de la fiabilité exacte du système pour les problèmes de stabilité de pentes est difficile. La probabilité de rupture de la surface critique de glissement est employée comme une évaluation de la probabilité de rupture du système, cette approche suppose que la probabilité de rupture le long des différentes

surfaces de glissement est fortement corrélée (Mostyn et Li, 1993 ; Chowdhury et Xu, 1995).

L'approche commune dans l'analyse probabiliste débute par la localisation de la surface déterministe critique, puis le calcul de la probabilité de rupture correspondante à cette surface. Cependant, la surface qui a un facteur de sécurité minimal peut ne pas être la surface de la probabilité de rupture maximale (Hassan et Wolff, 1999). La surface probabiliste critique est associée à la probabilité de rupture la plus élevée ou de la plus faible fiabilité qui pourrait être considérée (Bhattacharya et al, 2003 ; Chowdhury et Xu, 1995 ; Li et Lumb, 1987 ; Liang et al, 1999).

La recherche de la surface probabiliste critique n'est pas différente dans le concept de celle de la surface critique déterministe. Le problème dans la localisation de la surface probabiliste critique peut être exécuté en réduisant au maximum l'indice de fiabilité lié à un ensemble de paramètres géotechniques comprenant les propriétés statistiques.

### IV.3.1 Probabilité de rupture simultanée

Des modèles probabilistes de rupture simultanée d'une pente ont été présentés par Vanmarcke et par Alonso. Dans la rupture simultanée, les tranches se passent à l'état de rupture simultanément. Ce dernier est défini comme un ensemble d'événements ayant une cause commune, qui peuvent produire des ruptures de tranches multiples à des temps aléatoires. Les probabilités de rupture sont difficilement calculées, identifiées par la structuration du système à l'aide de la technique des arbres, et par une quantification du temps exacte de rupture.

### IV.3.2 Probabilité de rupture progressive

Savoir que la distribution de contraintes dans une pente est non uniforme, induit à une modélisation de la probabilité de rupture progressive délicate. Chaque surface de glissement dans une pente est associée à une probabilité de rupture toujours différente de zéro. Par conséquent on peut considérer la probabilité conditionnelle de rupture d'une tranche d'une surface de glissement, étant donné que la tranche précédente a déjà passé à l'état de rupture.

Un modèle basé sur la probabilité bivalente de rupture des tranches successives d'une surface de glissement a été présenté par Chowdhury et A-Grivas 1983. Ce modèle a été développé pour incorporer la probabilité progressive globale de rupture d'une pente en considérant la propagation de la rupture le long de la totalité de la surface de glissement. La propagation de rupture est évidemment une conséquence de l'interdépendance de rupture des différentes tranches d'une surface de glissement. Les probabilités bivariantes calculées autant qu'élément de ce modèle, se rapportent à des événements progressifs successifs et par une paire de tranches de la surface de glissement. D'ailleurs, une telle probabilité dépend d'une définition de l'ordre dans lequel les différentes tranches se suivent pendant que le processus de la rupture propage.

## IV.4 Modèle proposé

Un modèle simple de rupture progressive est présenté dans un cadre probabiliste. Un tel modèle commence par le traitement probabiliste de la rupture progressive de pente basé sur des calculs probabilistes communs et conditionnels de rupture d'une manière formelle. La formulation des paramètres statistiques des marges de sécurité, et en particulier du

coefficient de corrélation entre les fonctions de performances  $G_{i-1}$  et  $G_i$  des tranches  $i-1$  et  $i$  est pénible.

D'ailleurs, l'extension du problème des paramètres de résistance aux quatre paramètres  $(c_p, \phi_p), (c_r, \phi_r)$  représentant les paramètres de résistance respectivement au pic et à l'état résiduel, et la variabilité spatiale de chacun des paramètres est particulièrement encombrante. Par conséquent, il est très souhaitable de développer un modèle simple dans lequel les calculs complexes impliquant de telles corrélations et probabilités conjointes des événements ne sont pas requis.

#### IV.4.1 Fonction de performance pour la rupture progressive

La fonction de performance d'une tranche  $i$  est définie comme la marge de sécurité calculée en supposant que la résistance au cisaillement a atteint le maximum -- au pic, qui est notée par  $G_i$  (Chowdhury et al, 1987).

$$G_i = (R_p)_i - S_i \quad \text{Éq. (IV.1)}$$

La fonction de performance  $G_j^*$  pour la rupture progressive conditionnelle est définie comme la marge de sécurité liée à la propagation de rupture jusqu'à la  $j^{\text{ième}}$  tranche de la surface de glissement

$$G_j^* = (R_p)_j + (R_r)_{1,j-1} - S_{1,j} \quad \text{Éq. (IV.2)}$$

Tel que  $(R_p)_j$  est la résistance au cisaillement au pic de la tranche  $j$ ,  $(R_r)_{1,j-1}$  est la somme des résistances résiduelles au cisaillement des tranches 1 à  $(j-1)$ ,  $S_j$  est la sollicitation de cisaillement de la tranche  $j$  et  $S_{1,j}$  est la somme des sollicitations de cisaillement le long des tranches 1 à  $j$ .

Les expressions des résistances  $R$  et des sollicitations  $S$  diffèrent selon les méthodes d'analyse de la stabilité des pentes utilisées.

#### IV.4.2 Probabilité de rupture progressive

On note  $F_j$  l'événement conditionnel pour que la rupture – mobilisation de la résistance au pic, se développe au niveau de la tranche  $j$  étant donné que les  $(j-1)$  tranches précédentes mobilisent la résistance post pic – résistance résiduelle. L'événement conditionnel  $F_j$  s'exprime par

$$F_j = (G_j^* < 0) \quad \text{Éq. (IV.3)}$$

La probabilité de rupture de la tranche  $j$  ou la probabilité d'apparition de l'événement  $F_j$  s'écrit

$$P[F_j] = P[G_j^* < 0] \quad \text{Éq. (IV.4)}$$

Mais il ne s'agit pas de la probabilité de rupture progressive, car la rupture du deuxième élément est conditionnée par celle du premier et la rupture du troisième élément est conditionnée par celle des deux éléments précédents.

$E_j$  est l'événement de la rupture progressive des tranches 1 à  $j$  dans l'ordre indiqué ; l'ordre 1 à  $j$  représente l'ordre d'atteinte de la rupture de chacune des tranches.

La probabilité que la rupture se développe progressivement à partir de la tranche 1 jusqu'à la tranche  $j$  est une la probabilité conditionnelle

$$P[E_j] = P[F_j/F_{j-1}]P[E_{j-1}] \quad \text{Éq. (IV.5)}$$

Si on considère la situation dans laquelle la rupture s'est propagée à la tranche  $j$ , cette situation ne se produit que si les tranches 1 à  $(j-1)$  sont au-delà du pic -- en post pic, cette situation particulière permet d'écrire

$$P[F_{j-1}/F_j] = 1 \quad \text{Éq. (IV.6)}$$

Sachant que

$$P[F_{j-1}/F_j] = \frac{P[F_j F_{j-1}]}{P[F_j]} \quad \text{Éq. (IV.7)}$$

$$P[F_j/F_{j-1}] = \frac{P[F_j F_{j-1}]}{P[F_{j-1}]} \quad \text{Éq. (IV.8)}$$

De l'équation IV.5, IV.6 et IV.7 on aura

$$P[F_j/F_{j-1}] = \frac{P[F_j]}{P[F_{j-1}]} \quad \text{Éq. (IV.9)}$$

D'où

$$P[E_j] = \frac{P[F_j]}{P[F_{j-1}]} P[E_{j-1}] \quad \text{Éq. (IV.10)}$$

L'équation IV.9 est valable lorsque la probabilité de rupture de la  $j^{\text{ème}}$  tranche est inférieure à chacune des probabilités de rupture des  $(j-1)$  premières tranches. Dans le cas contraire on a

$$P[F_j/F_{j-1}] = 1 \quad \text{Éq. (IV.11)}$$

La propagation de rupture basée sur l'événement conditionnel est un processus par lequel un nombre de tranches est déjà passé à l'état de rupture, et pour lesquelles la probabilité de rupture doit être considérée égale à l'unité. La probabilité de rupture progressive du système composé de  $n$  tranches sachant que les  $j$  premières tranches sont déjà au-delà de l'état de rupture est

$$P[E_{(j+1)_n}] = P[E_n | (E_1 = E_2 = E_3 = \dots = E_j = 1)] \quad \text{Éq. (IV.12)}$$

Où

$$P[E_{(j+1)_n}] = P[E_n/E_{n-1}]P[E_{n-1}/E_{n-2}]P[E_{n-2}/E_{n-3}] \dots P[E_{j+1}/E_j] \quad \text{Éq. (IV.13)}$$

Les calculs sont faits sur trois étapes distinctes. La première est le calcul successif des probabilités liées à chaque tranche ou à l'indice de fiabilité de la fonction de performance  $G_i$ . Après évaluation de la probabilité de rupture de chacune des tranches, la direction de propagation de la rupture est identifiée. Un nouvel indice  $j$  est utilisé pour ordonner les tranches selon un ordre décroissant de probabilité de rupture de la tranche.

La deuxième étape est le calcul des probabilités conditionnelles  $P [F_j / F_{j-1}]$  et les probabilités  $P[E_j]$  calculées à l'aide de la fonction de performance  $G_j^*$  --Equation IV.2-- pour les différentes tranches  $j$ , d'un procédé étape par étape. L'étape finale est la simulation de la probabilité de rupture progressive du système composé de  $n$  tranches, en considérant qu'une proportion croissante de la surface à potentiel de glissement préalablement localisée, définit par un nombre de tranches, passe au-delà du pic de résistance et de ce fait mobilise uniquement une résistance résiduelle.

## IV.5 Conclusion

Dans la littérature géotechnique l'étude probabiliste de la stabilité de pentes, en introduisant une forme de la courbe contrainte-déformation du sol, a été peu abordée. Dans cette étude un nouveau modèle pour étudier l'interdépendance des divers éléments d'une pente est proposé.

Pour un système géotechnique à plusieurs composants, la fiabilité globale dépendra non seulement de la fiabilité des composants mais également des corrélations entre les composants du système. D'une manière semblable, pour un système géotechnique à divers modes de rupture, la fiabilité globale dépendra du mode de rupture et des corrélations entre les différents modes de défaillance.

# **CHAPITRE V**

## **FIABILITE DES PENTES**

## V.1 Introduction

L'évaluation de l'indice de fiabilité pour analyser la stabilité des pentes en tenant compte de la rupture progressive, est faite en considérant l'approximation des modèles physiques de la fonction de performance développée pour chaque méthode déterministe sur la base de l'approche de premier ordre par les méthodes FORM, FOSM et les simulations de Monte Carlo --MCS.

On étudie l'influence des incertitudes sur les paramètres qui apparaissent dans les équations des méthodes d'équilibre limite en tenant compte du potentiel d'une rupture progressive. Une étude paramétrique a été effectuée pour examiner l'influence, sur l'indice de fiabilité obtenu par les méthodes FORM, FOSM et MCS, des incertitudes du type aléatoire des paramètres. Cette étude paramétrique a été réalisée en utilisant diverses procédures d'analyses de stabilité des pentes – *Bishop*, *Morgenstern-Price* et *Spencer* et en considérant des distributions normales ou lognormales des incertitudes.

## V.2 Fiabilité des pentes

L'évaluation de l'indice de fiabilité des pentes, en tenant compte de la rupture progressive, est faite en deux étapes. Dans une première étape, les méthodes d'équilibres limites -- *Bishop*, *Morgenstern-Price* et *Spencer* ont été utilisées pour localiser la surface critique de glissement à travers l'évaluation du facteur de sécurité qui lui est associé. Les paramètres géométriques sont supposés déterministes avec leurs valeurs moyennes indiquées au tableau V.1.

Dans une seconde étape, une analyse probabiliste des surfaces critiques de glissement est effectuée par le biais des modèles physiques de la fonction de performance développée pour chacune des méthodes déterministes considérées, en tenant compte de la variation des paramètres de résistance et en y incluant l'incidence d'une rupture progressive à travers une évolution des paramètres de résistance de leurs valeurs initiales ( $C_p$ ,  $\phi_p$ ) au pic vers leurs valeurs ( $C_r$ ,  $\phi_r$ ) en régime permanent des déformations. Les méthodes probabilistes du premier ordre FORM, FOSM, et MCS ont été utilisées. Les paramètres considérés comme variables aléatoires dans les analyses de fiabilité des pentes sont  $C_p$ ,  $\phi_p$ ,  $C_r$ , et  $\phi_r$  indiqués au tableau V.1.

La variation de l'indice de fiabilité ou de la probabilité de rupture en fonction du coefficient de variation d'une des variables aléatoire est obtenue, en maintenant les moyennes des variables aléatoires constantes, et en changeant le coefficient de variation de la variable en considération et en fixant les coefficients de variations des autres variables aléatoires à une valeur fixée arbitrairement à 30%. Les distributions des variables aléatoires sont considérées soient normales soient lognormales. Les paramètres de résistance au pic et en post pic sont soit indépendants soit négativement corrélés avec un coefficient de corrélation  $\rho = -0.5$ .

Dans la technique de simulation de Monte Carlo, l'analyse probabiliste a nécessité, dans notre cas, un grand nombre de tirage --100 000 tirages-- de la fonction d'état limite pour obtenir une convergence.

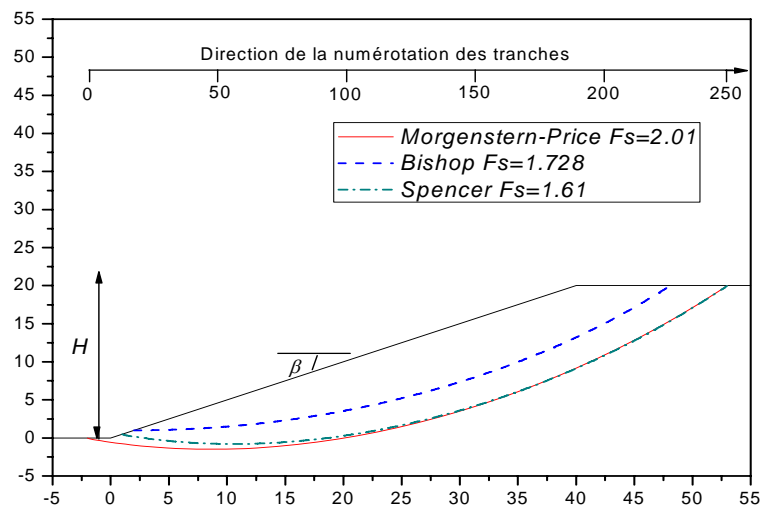


**Tableau V.1 :** Paramètres et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste de la stabilité des pentes.

Paramètre	Symbole	Variable	Valeur moyenne
Terme de cohésion au pic	$C_p$	Aléatoire	$20 \text{ kN/m}^2$
Angle de frottement au pic	$\phi_p$	Aléatoire	$25^\circ$
Terme de cohésion en post pic	$C_r$	Aléatoire	$10 \text{ kN/m}^2$
Angle de frottement en post pic	$\phi_r$	Aléatoire	$10^\circ$
Poids volumique sec	$\gamma$	Déterministe	$18 \text{ kN/m}^3$
Angle de la pente	$\beta$	Déterministe	$26.56^\circ$
Hauteur de la pente	$H$	Déterministe	$20 \text{ m}$

### V.2.1 Analyse déterministe de la stabilité des pentes

Dans ce qui suit, les résultats de l'étude déterministe de la stabilité des pentes obtenus par la méthode de *Morgenstern-Price*, *Bishop* et *Spencer*, sont représentés. Pour évaluer l'équilibre des forces et des moments, la masse du sol est divisée en 250 tranches. L'équilibre est examiné pour chacune des tranches et pour l'ensemble du système constitué de 250 tranches. Les surfaces critiques de glissement sont représentées sur la figure V.1. Les résultats de l'analyse déterministe de la stabilité de pentes sont donnés au tableau V.2.

**Figure V.1:** La surface de glissement critique, --Méthode de BISHOP, SPENCER et MORGENSTERN-PRICE.**Tableau V.2 :** Valeurs du facteur de sécurité calculé au pic et en post pic

Méthode	$Fs_p$	$Fs_r$
MORGENSTERN-PRICE	2.01	1.68
BISHOP	1.728	1.28
SPENCER	1.61	1.06

Les résultats de l'analyse déterministe de la stabilité des pentes montrent que

- Les surfaces critiques de glissement obtenues par la méthode de *Morgenstern-Price* et par la méthode de *Spencer* sont similaires, et elles diffèrent de celle obtenue par la méthode de *Bishop*.
- Les valeurs des facteurs de sécurité, évaluées en considérant les caractéristiques de résistance au pic, associées à chaque surface critique de glissement sont différentes et sont toutes supérieures à un.
- Les valeurs des facteurs de sécurité, pour chacune des surfaces critiques, évaluées en considérant les caractéristiques de résistance en post pic, sont aussi supérieures à un. Ce qui indique que, le long des surfaces critiques de glissement, la résistance mobilisable est suffisante pour garantir la stabilité même lorsque toutes les tranches atteignent leurs résistances résiduelles.

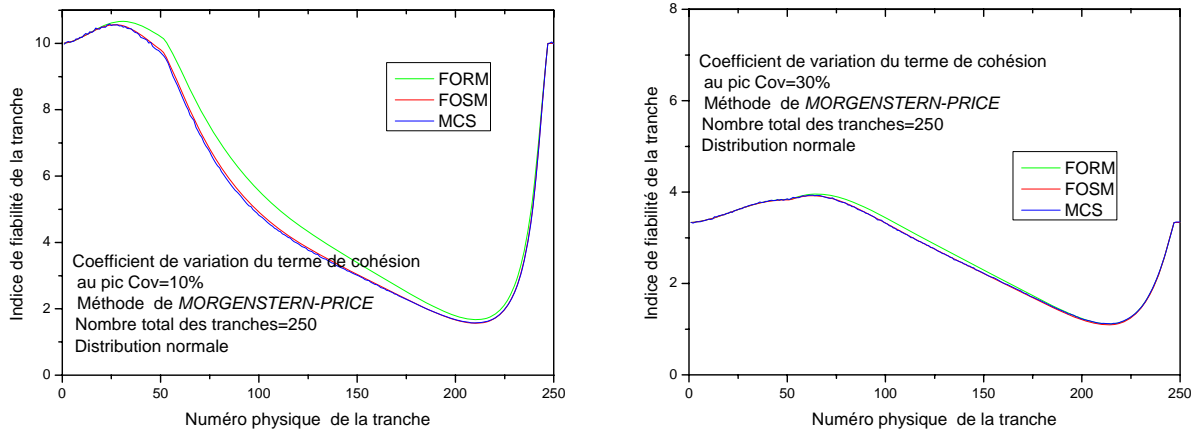
## V.2.2 Analyse probabiliste de la stabilité des pentes

### V.2.2.1 Méthode déterministe de *MORGESTERN-PRICE*

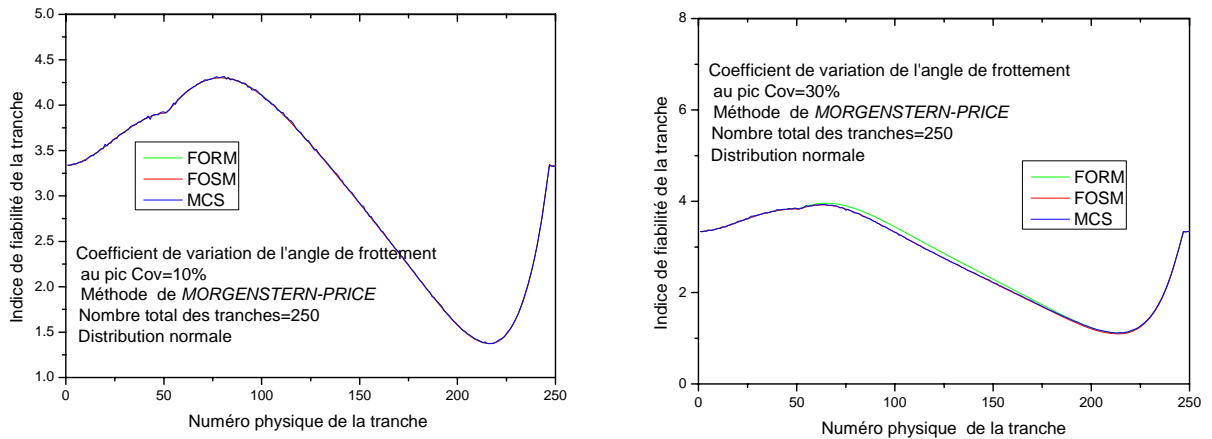
#### V.2.2.1.1 Analyse fiabiliste de chaque tranche

Les résultats de l'analyse de fiabilité de chaque tranche sont représentés sur les figures V.2 à V.8. Ces figures représentent les variations de l'indice de fiabilité, pour diverses valeurs du coefficient de variation des paramètres de résistance, des tranches du système en fonction du numéro physique des tranches, et en fonction du numéro des tranches ordonnées selon l'ordre croissant des indices de fiabilité. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

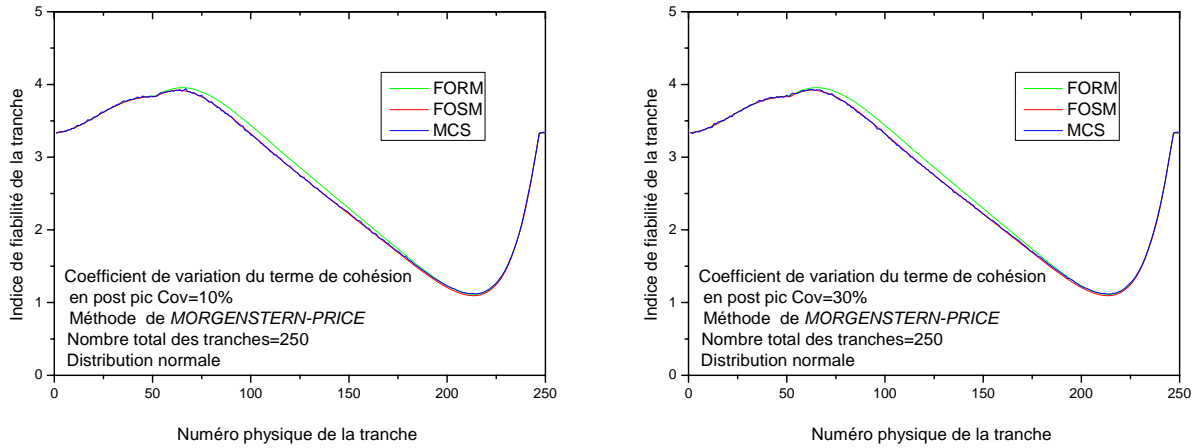
- La forme de la variation de l'indice de fiabilité en fonction du numéro physique des tranches permet de localiser la tranche susceptible de passer en premier à l'état de rupture, celle-ci correspond à la tranche d'indice de fiabilité le plus petit.
- La variation de l'indice de fiabilité se fait simultanément dans les deux directions, par rapport à la première tranche déclenchant la rupture, dans l'ordre croissant de l'indice de fiabilité de chaque tranche.
- La forte diminution de l'indice de fiabilité des tranches est observée pour des forts coefficients de variation des paramètres de résistance en post pic. Cette diminution traduit la forte sensibilité de l'indice de fiabilité d'une tranche aux paramètres de résistance en post pic par rapport aux paramètres de résistance au pic.
- La prise en compte de la corrélation entre les paramètres de résistance se traduit par une augmentation de l'indice de fiabilité des tranches, cette augmentation est plus sensible pour des faibles coefficients de variation.
- Pour tous les cas considérés, les méthodes FORM, FOSM et MCS donnent des résultats très proches, indépendamment du type de distribution des variables aléatoires -- normale ou lognormale, et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- Les méthodes de fiabilité FORM, FOSM et MCS permettent de situer la zone de déclenchement de la rupture. Pour le cas considéré, la zone de déclenchement de la rupture déterminée par les méthodes probabilistes FORM, FOSM et MCS est la même.



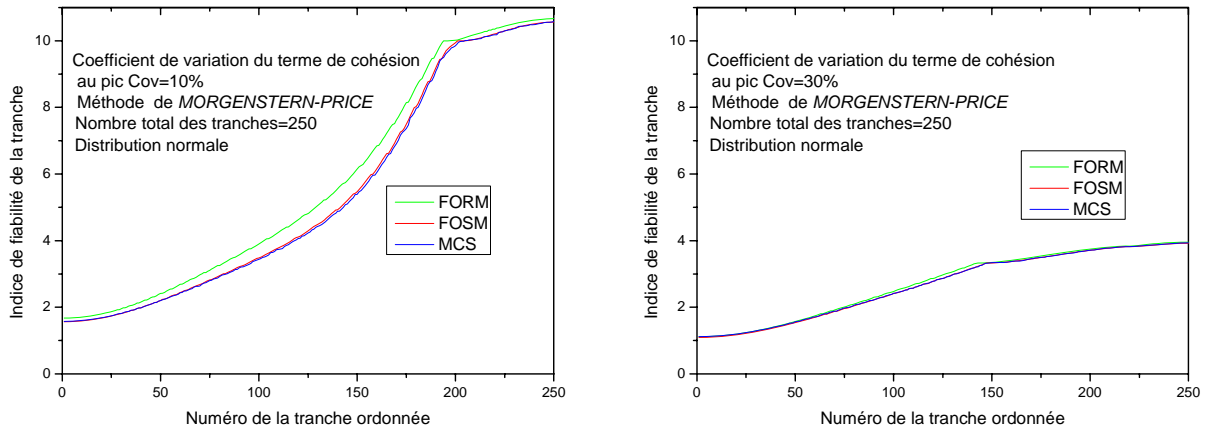
**Figure V.2:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranchée en fonction du numéro physique de la tranchée, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



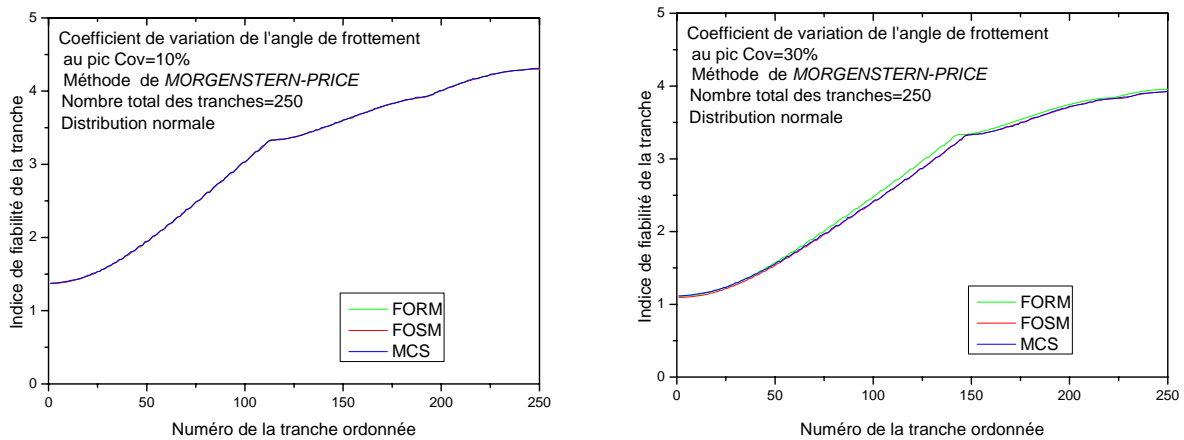
**Figure V.3:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranchée en fonction du numéro physique de la tranchée, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



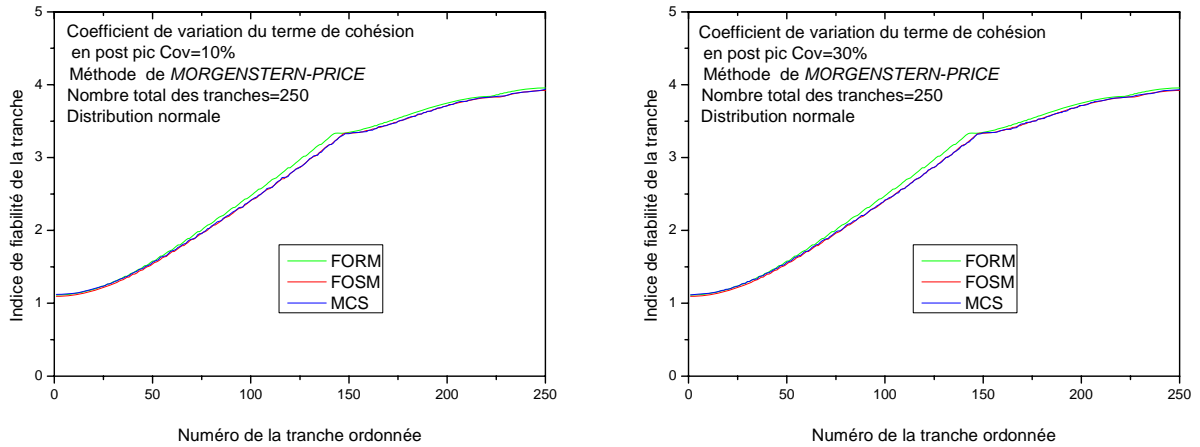
**Figure V.4:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



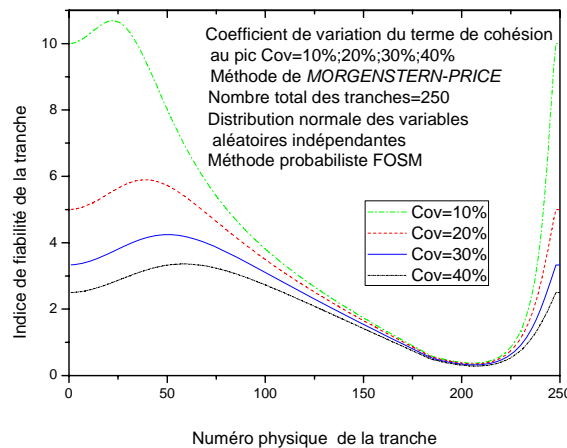
**Figure V.5:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.6:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.7:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.8:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Méthode probabiliste FOSM, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $20\%$  ;  $30\%$  ;  $40\%$ .

### V.2.1.2 Analyse probabiliste progressive des sous systèmes

Les résultats de l'analyse probabiliste de la rupture progressive des sous systèmes, constitués des tranches mobilisant des résistances au pic ou en post pic, sont représentés sur les figures en annexe A1. Ces figures représentent, pour chaque valeur du coefficient de variation des paramètres de résistance au pic ou en post pic, les variations de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

- Pour les méthodes FOSM et MCS, une diminution rapide de la probabilité de rupture progressive du sous système, indique l'existence d'un sous système à forte influence sur le système.

- Pour tous les cas considérés, les deux méthodes FOSM et MCS donnent des résultats très proches, indépendamment du type de distribution normale ou lognormale des variables aléatoires et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- Les résultats obtenus par les méthodes FORM, FOSM et MCS donnent la même probabilité de rupture progressive du sous système constitué d'une seule tranche --la première tranche--.
- Les probabilités de rupture, des sous systèmes constitués de plus d'une tranche, obtenues par les méthodes de fiabilité FOSM ou MCS diffèrent de celles obtenues par la méthode FORM.

### V.2.2.1.3 Analyse probabiliste du système

Les résultats de l'analyse probabiliste de la rupture du système sont représentés sur les figures en annexe A2. Ces figures représentent, pour chaque valeur du coefficient de variation des paramètres de résistance au pic ou en post pic, les variations de la probabilité de rupture du système en fonction du nombre des tranches constituant le système. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

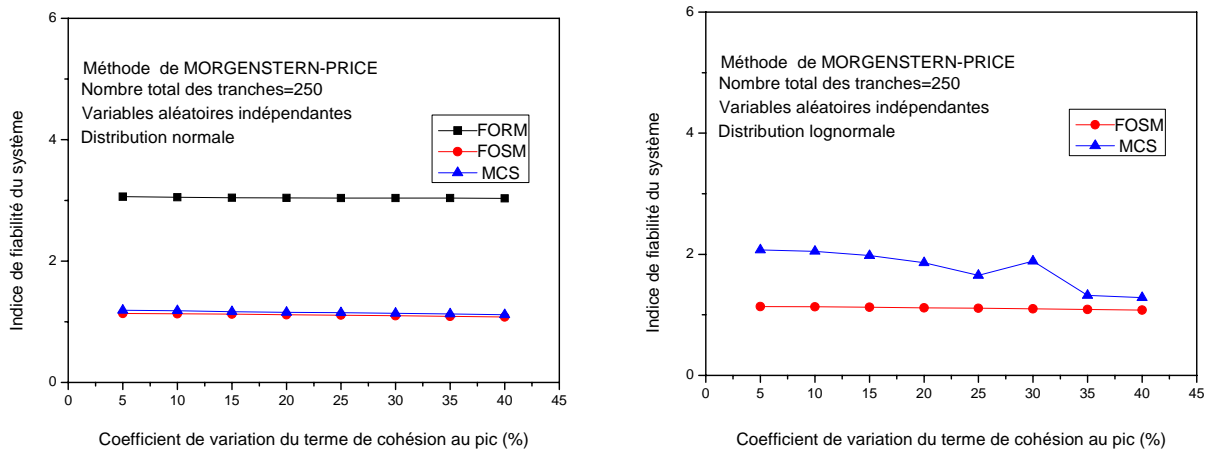
- Pour tous les cas considérés, les deux méthodes FOSM et MCS donnent des résultats très proches, indépendamment du type de distribution des variables aléatoires -- normale ou lognormale.
- Les probabilités de rupture du système obtenues par les méthodes de fiabilité FOSM et MCS diffèrent de celles obtenues par la méthode FORM ; et elles deviennent similaires lorsque le sous système à l'état de rupture est constitué de plus de 90% des tranches du système.
- La probabilité de rupture du système est relativement constante lorsque le sous système à l'état de rupture est constitué de moins de 45% des tranches du système.
- La prise en compte d'une corrélation négative entre les paramètres de résistance dans l'analyse probabiliste du système, se traduit par une diminution de la probabilité de rupture du système.

### V.2.2.1.4 Analyse fiabiliste du système

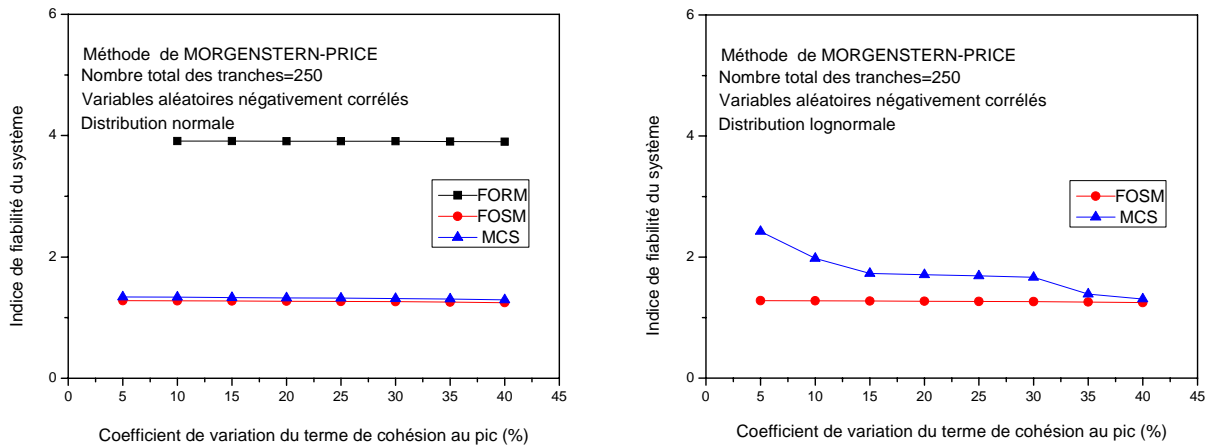
Les résultats de l'analyse fiabiliste du système sont représentés sur les figures V.9 à V.16. Ces figures représentent, pour chaque paramètre de résistance au pic ou en post pic, les variations de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation des variables aléatoires. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

- L'indice de fiabilité du système est fortement dépendant des paramètres de résistance en post pic par rapport aux paramètres de résistance au pic, indépendamment du type de distribution des variables aléatoires et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- La prise en compte d'une corrélation entre les paramètres de résistance dans l'analyse fiabiliste du système, se traduit par une augmentation de l'indice de fiabilité du système.
- En post pic, l'angle de frottement a une forte influence sur l'indice de fiabilité du système relativement au terme de cohésion.

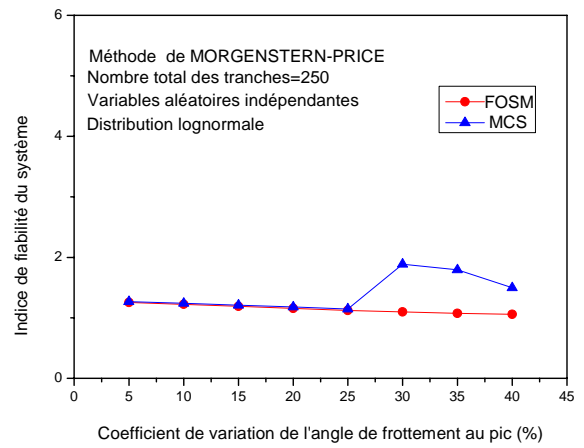
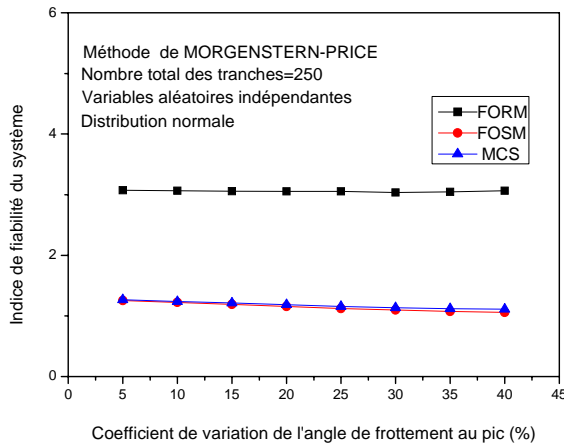
- La loi de distribution des paramètres de résistance a une forte influence sur l'indice de fiabilité. Pour une distribution lognormale des variables aléatoires et pour des grandes valeurs du coefficient de variation, la méthode de MCS induit des erreurs significatives.
- Pour tous les cas considérés, les deux méthodes FOSM et MCS donnent des résultats très proches, même lorsque les variables suivent une loi de distribution normale ou lognormale.
- L'indice de fiabilité du système obtenu par les méthodes FOSM et MCS diffère de celui obtenu par la méthode FORM.



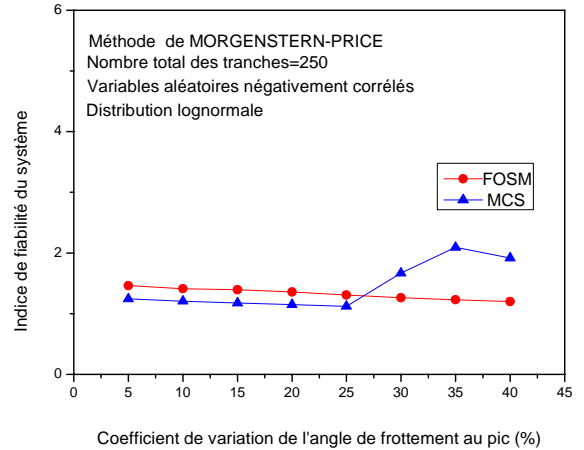
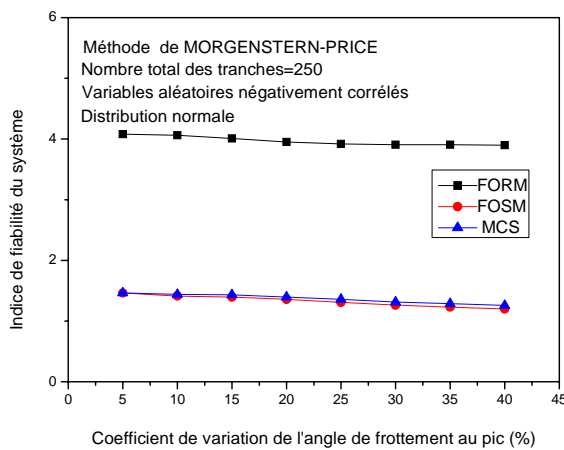
**Figure V.9:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Variables aléatoires indépendantes.



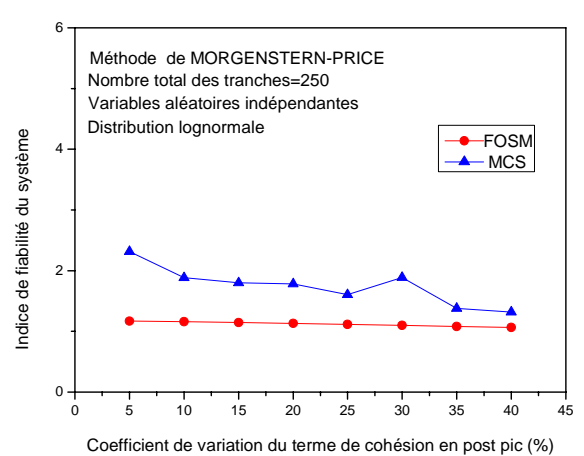
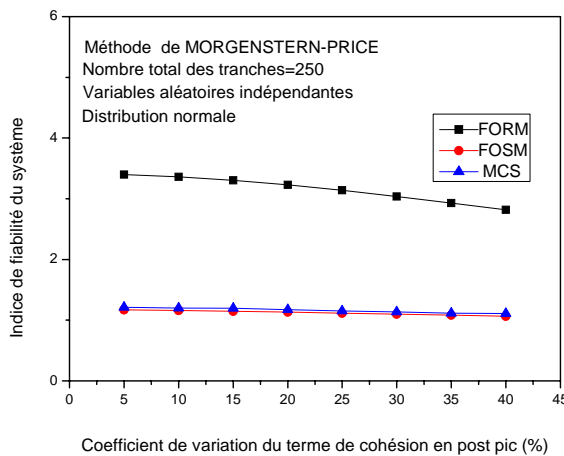
**Figure V.10:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Variables aléatoires négativement corrélés.



**Figure V.11:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Variables aléatoires indépendantes.

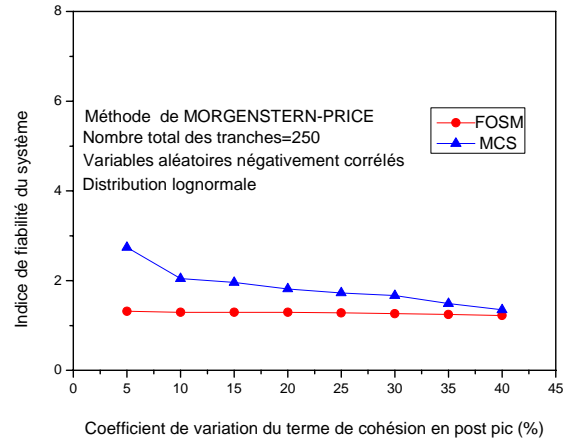
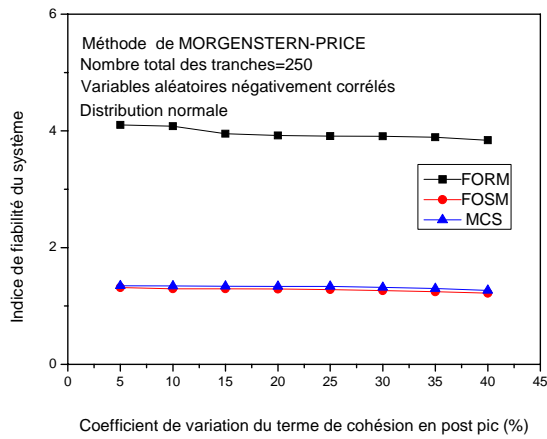


**Figure V.12:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Variables aléatoires négativement corrélés.

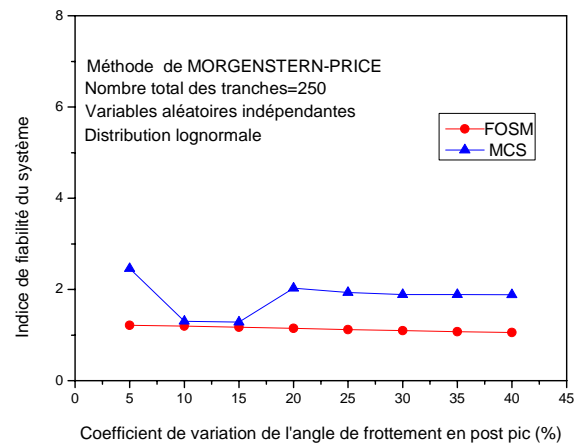
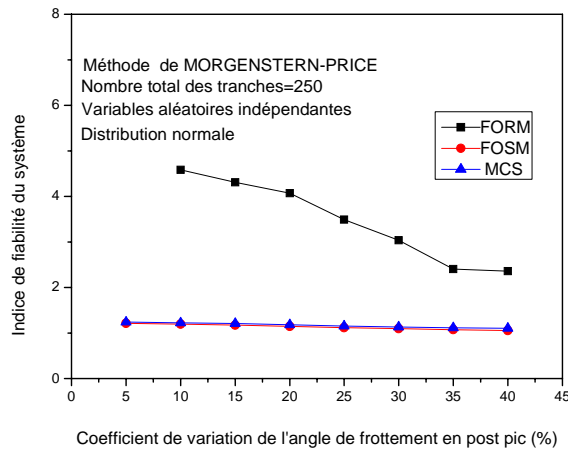


**Figure V.13:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Variables aléatoires indépendantes.

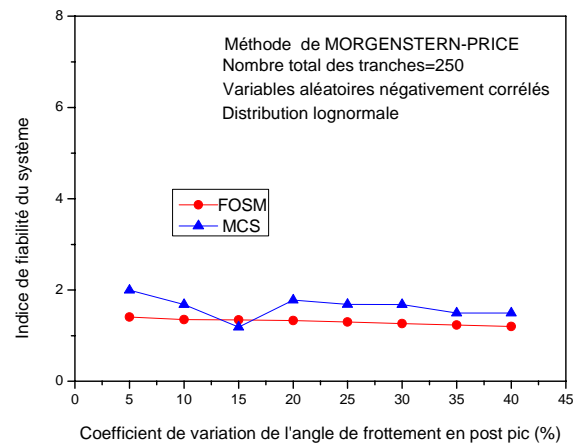
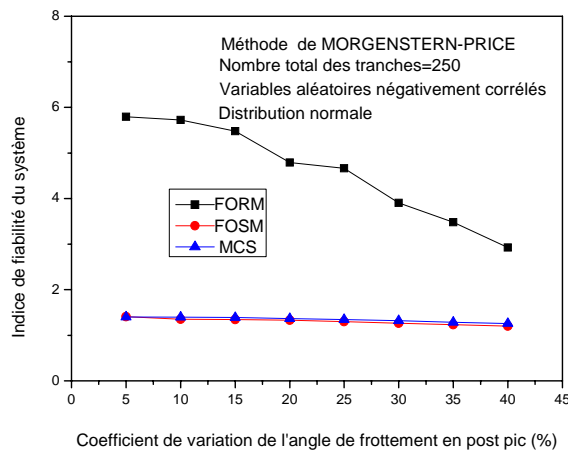




**Figure V.14:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Variables aléatoires négativement corrélés



**Figure V.15:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Variables aléatoires indépendantes.



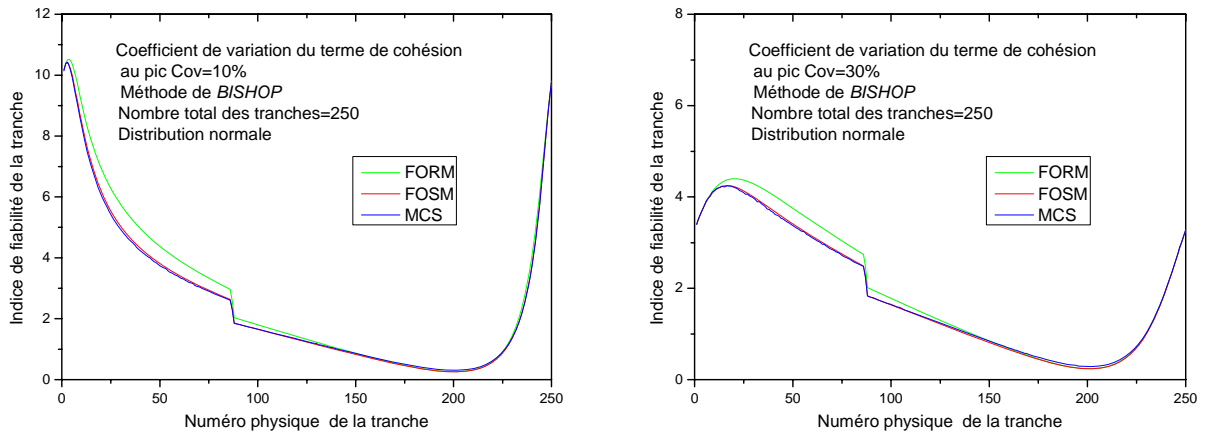
**Figure V.16:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Variables aléatoires négativement corrélés.

### V.2.2.2 Méthode déterministe de *BISHOP*

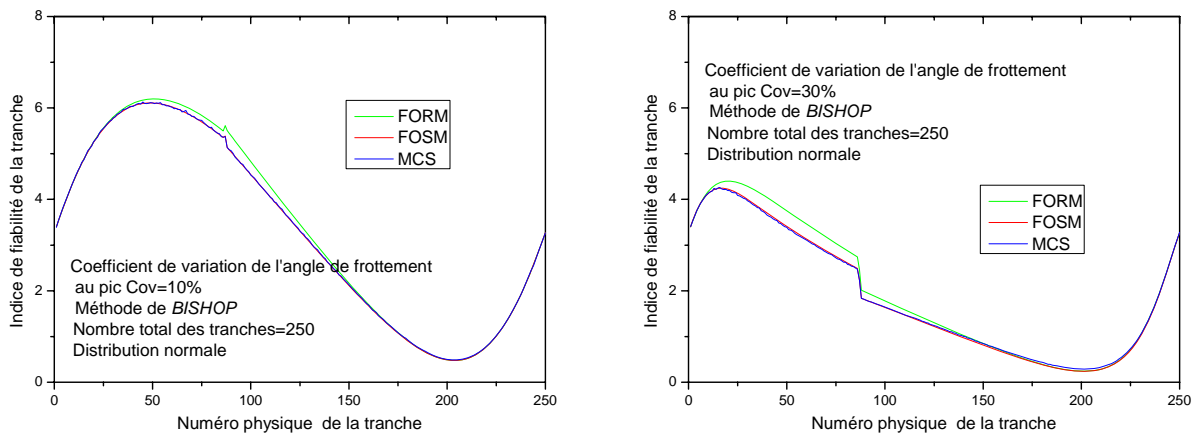
#### V.2.2.2.1 Analyse fiabiliste de chaque tranche

Les résultats de l'analyse de fiabilité de chaque tranche sont représentés sur les figures V.17 à V.22. Ces figures représentent les variations de l'indice de fiabilité, pour diverses valeurs du coefficient de variation des paramètres de résistance, des tranches du système en fonction du numéro physique des tranches, et en fonction du numéro des tranches ordonnées selon l'ordre croissant des indices de fiabilité. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

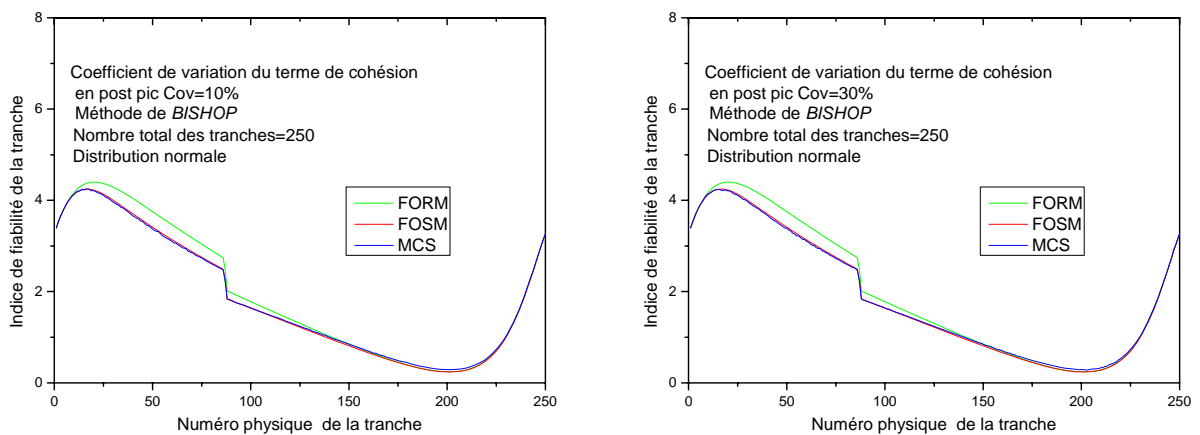
- La forme de la variation de l'indice de fiabilité en fonction du numéro physique des tranches permet de localiser la tranche susceptible de passer en premier à l'état de rupture, celle-ci correspond à la tranche d'indice de fiabilité le plus petit.
- La variation de l'indice de fiabilité se fait simultanément dans les deux directions par rapport à la première tranche de déclenchement de la rupture, dans l'ordre croissant de l'indice de fiabilité de chaque tranche.
- Une forte diminution de l'indice de fiabilité des tranches est observée pour des forts coefficients de variation des paramètres de résistance en post pic. Cette diminution traduit la forte sensibilité de l'indice de fiabilité d'une tranche aux paramètres de résistance en post pic par rapport aux paramètres de résistance au pic.
- Les méthodes fiabilistes montrent une variation irrégulière de l'indice de fiabilité des tranches sur l'un des cotés de la zone déclenchant la rupture, celle-ci est due à l'apparition d'un déséquilibre du système global.
- La prise en compte de la corrélation entre les paramètres de résistance se traduit par une augmentation de l'indice de fiabilité des tranches, cette augmentation est plus sensible pour des faibles coefficients de variation.
- Pour tous les cas considérés, les méthodes FORM, FOSM et MCS donnent des résultats très proches, indépendamment du type de distribution des variables aléatoires et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- La méthode MCS provoque des pics pour des grandes valeurs des coefficients de variation des variables aléatoires.
- Les résultats de l'indice de fiabilité des tranches obtenus par les méthodes FORM, FOSM et ceux obtenus par MCS sont similaires, indépendamment du type de distribution considérée de la variable aléatoire -- normale ou lognormale.
- Les méthodes de fiabilité FORM, FOSM et MCS permettent de situer la zone de déclenchement de la rupture. Pour le cas considéré, la zone de déclenchement de la rupture déterminée par les méthodes probabilistes FORM, FOSM et MCS est la même.



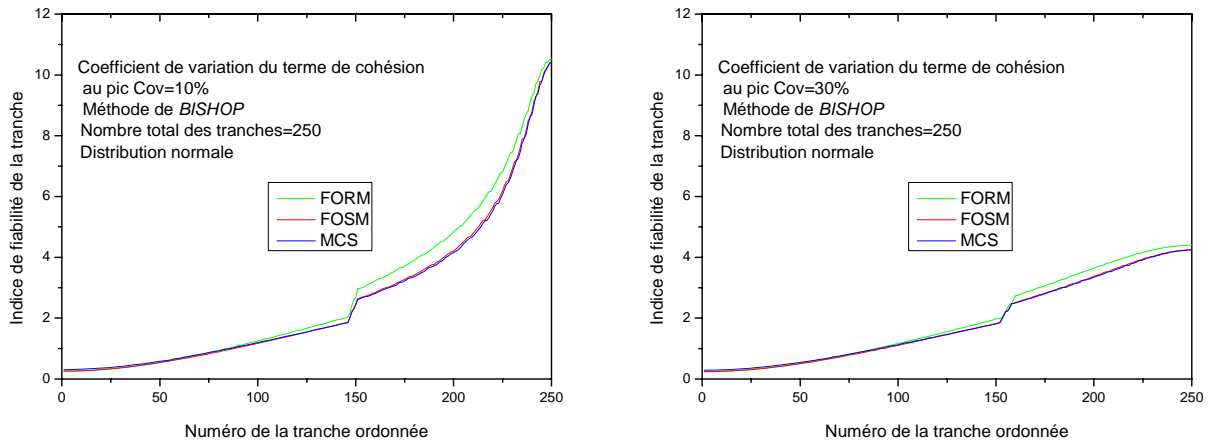
**Figure V.17:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



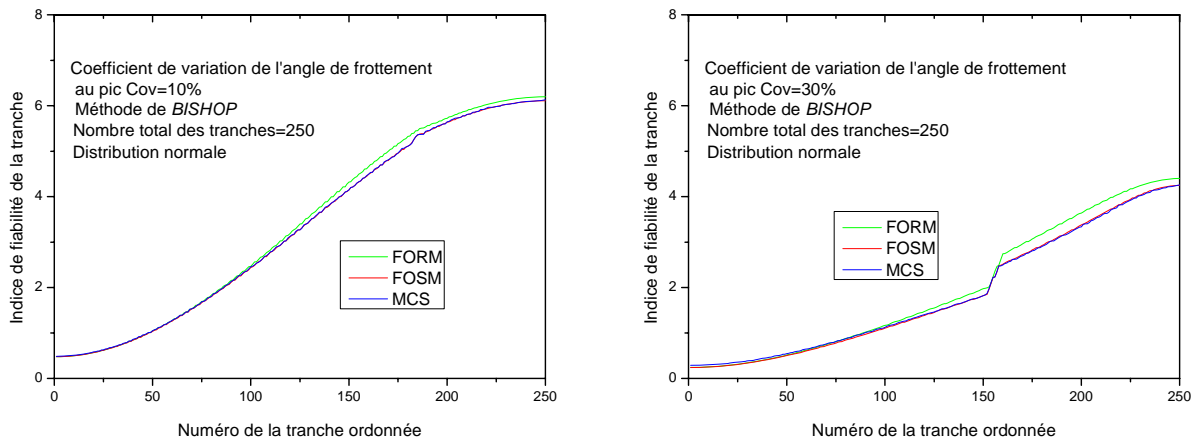
**Figure V.18:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



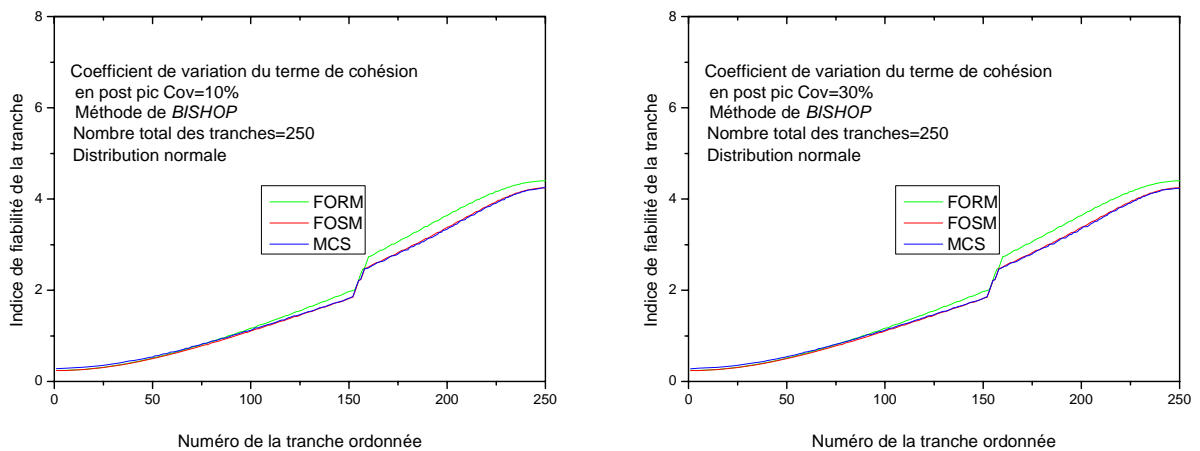
**Figure V.19:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.20:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.21:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.22:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .

#### V.2.2.2.2 Analyse probabiliste progressive des sous systèmes

Les résultats de l'analyse probabiliste de la rupture progressive des sous systèmes, constitués des tranches mobilisant des résistances soient au pic ou soient en post pic, sont représentés sur les figures en annexe B1. Ces figures représentent, pour chaque valeur du coefficient de variation des paramètres de résistance au pic ou en post pic, les variations de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

- La méthode MCS montre une diminution rapide de la probabilité de rupture progressive du sous système, c'est une indication de l'existence d'un sous système à forte influence sur le système.
- Pour tous les cas considérés, les deux méthodes FOSM et FORM donnent des résultats très proches, même lorsque les variables aléatoires suivent une loi de distribution normale ou lognormale, et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- Les résultats, obtenus par les méthodes FORM, FOSM et MCS, de la probabilité de rupture progressive du sous système constitué d'une seule tranche--la première tranche--, sont peu semblables, ce qui reflète l'importance de la zone de déclenchement de rupture.
- Les probabilités de rupture, des sous systèmes constitués de plus d'une tranche, obtenues par les méthodes de fiabilité FORM ou FOSM diffèrent de celles obtenues par la méthode MCS.

#### V.2.2.2.3 Analyse probabiliste du système

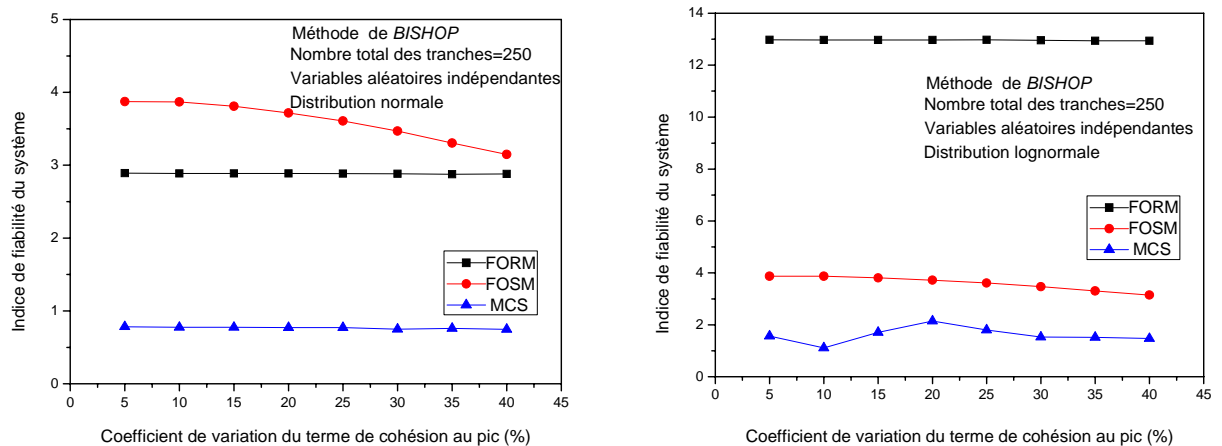
Les résultats de l'analyse probabiliste de la rupture du système sont représentés sur les figures en annexe B2. Ces figures représentent, pour chaque valeur du coefficient de variation des paramètres de résistance au pic ou en post pic, les variations de la probabilité de rupture du système en fonction du nombre des tranches constituant le système. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

- Pour tous les cas considérés, les deux méthodes FOSM et MCS donnent des résultats proches, et une forte probabilité de rupture du système, indépendamment du type de distribution des variables aléatoires.
- Les probabilités de rupture du système obtenues par les méthodes de fiabilité FOSM et MCS diffèrent de celles obtenues par la méthode FORM ; et elles deviennent similaires lorsque le sous système à l'état de rupture est constitué de plus de 90% de tranches du système.
- Les méthodes probabilistes FORM, FOSM et MCS prouvent l'existence d'un sous système, qui a une forte influence sur tout le système.
- La probabilité de rupture du système est relativement constante lorsque le sous système à l'état de rupture est constitué de moins de 45% des tranches du système.
- La prise en compte d'une corrélation négative entre les paramètres de résistance dans l'analyse probabiliste du système, se traduit par une diminution de la probabilité de rupture du système.

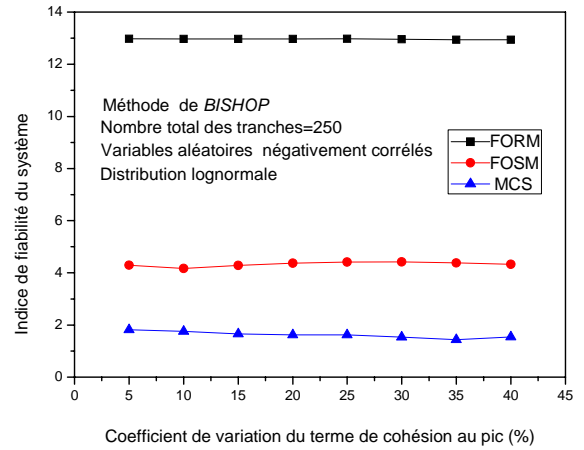
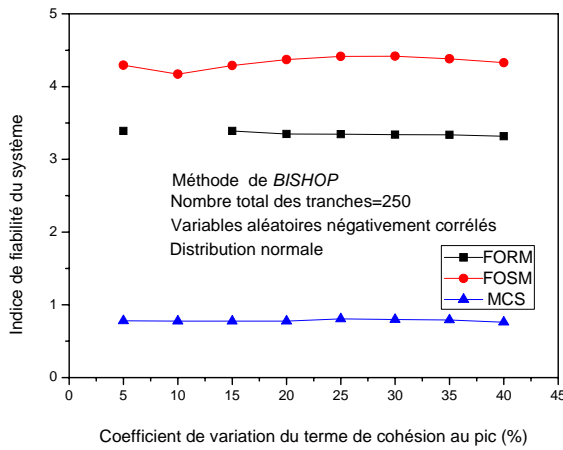
#### VI.2.2.2.4 Analyse fiabiliste du système

Les résultats de l'analyse fiabiliste du système sont représentés sur les figures V.23 à V.30. Ces figures représentent, pour chaque paramètre de résistance au pic ou en post pic, les variations de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation des variables aléatoires. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

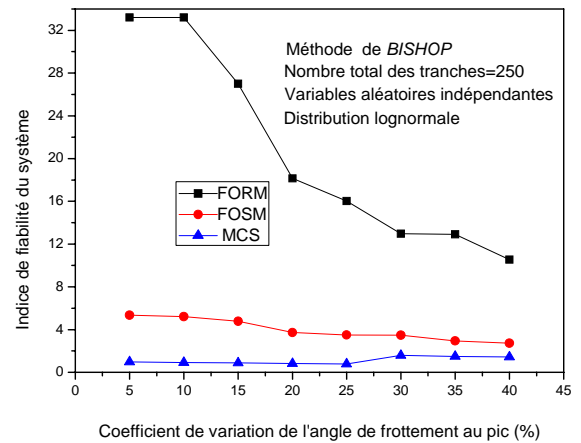
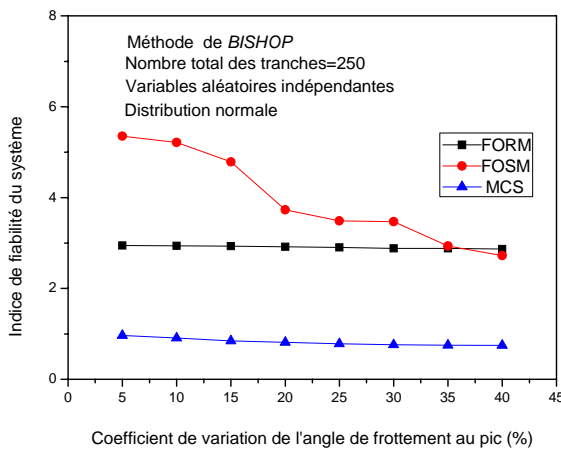
- L'indice de fiabilité du système est fortement dépendant des paramètres de résistance en post pic par rapport aux paramètres de résistance au pic, indépendamment du type de distribution des variables aléatoires, et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- Les méthodes fiabilistes montrent que la prise en compte d'une corrélation entre les paramètres de résistance dans l'analyse fiabiliste du système, se traduit par une augmentation de l'indice de fiabilité du système.
- En post pic, l'angle de frottement a une forte influence sur l'indice de fiabilité du système relativement au terme de cohésion.
- La loi de distribution des paramètres de résistance a une forte influence sur l'indice de fiabilité. Pour une distribution lognormale des variables aléatoires, et pour des grandes valeurs du coefficient de variation des variables aléatoires, la méthode de MCS induit des erreurs significatives.
- Pour tous les cas considérés, les méthodes fiabilistes FORM, FOSM et MCS donnent des résultats différents, mais avec une même tendance, même lorsque les variables suivent une loi de distribution normale ou lognormale, et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.



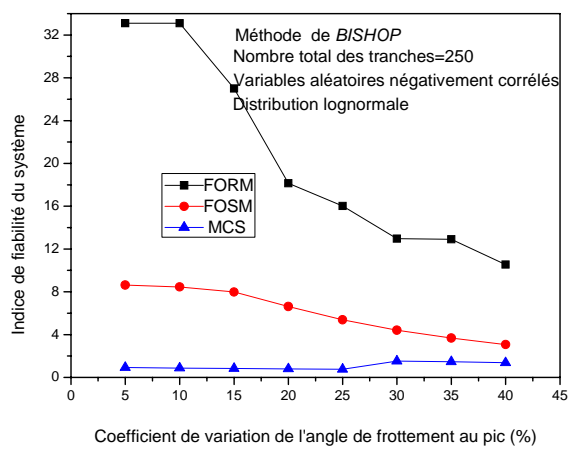
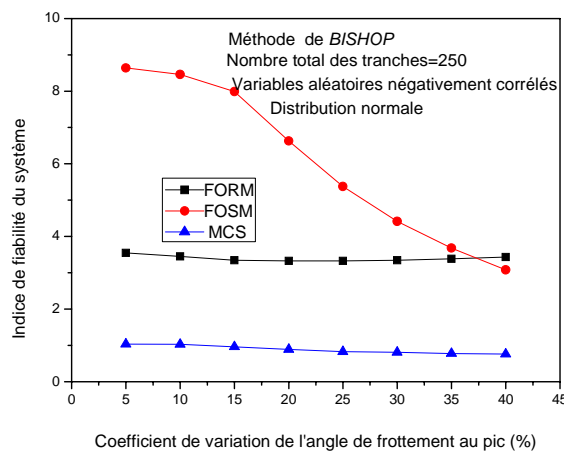
**Figure V.23:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de BISHOP, -- Variables aléatoires indépendantes.



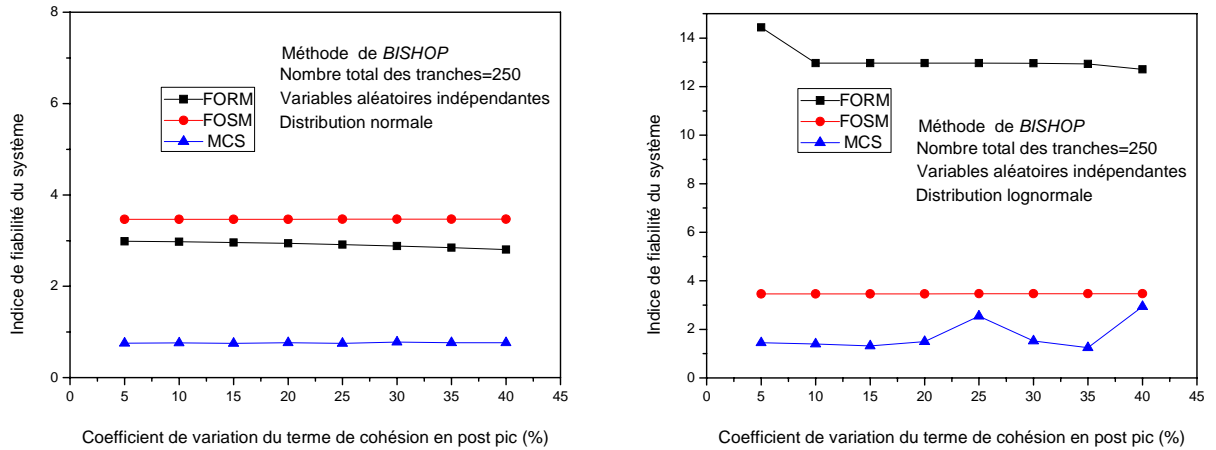
**Figure V.24:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de BISHOP, -- Variables aléatoires négativement corrélés.



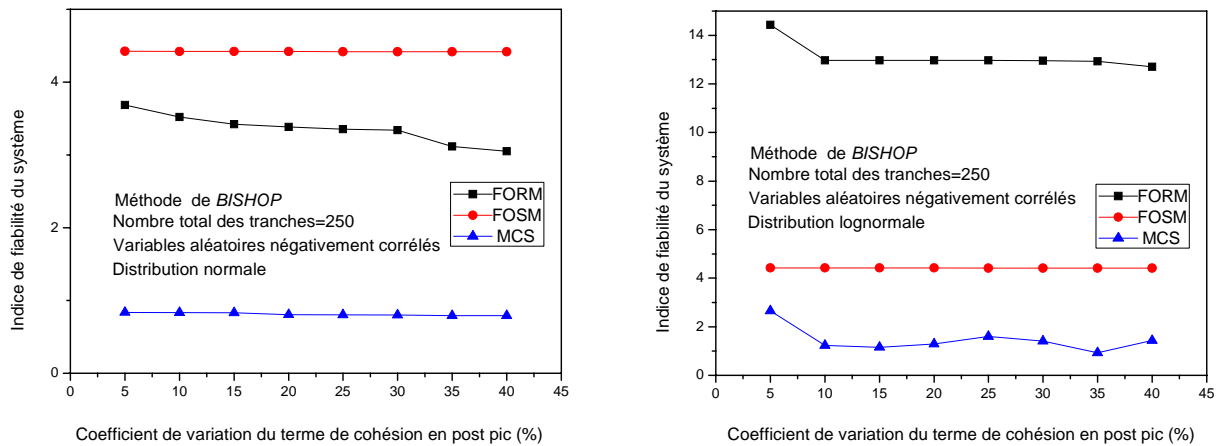
**Figure V.25:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de BISHOP, -- Variables aléatoires indépendantes.



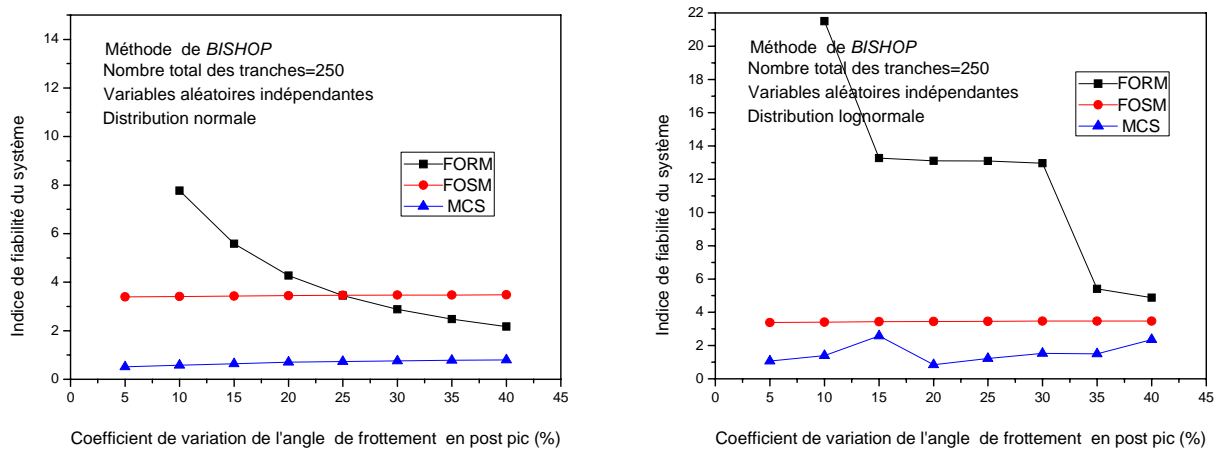
**Figure V.26:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de BISHOP, -- Variables aléatoires négativement corrélés.



**Figure V.27:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de BISHOP, -- Variables aléatoires indépendantes.

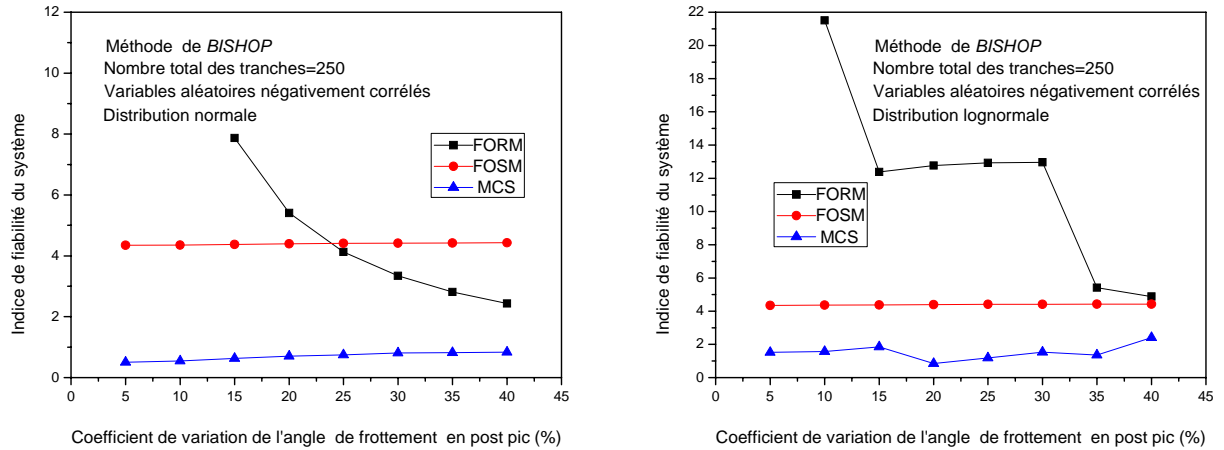


**Figure V.28:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de BISHOP, -- Variables aléatoires négativement corrélés.



**Figure V.29:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic, --Méthode de BISHOP, -- Variables aléatoires indépendantes.





**Figure V.30:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic, --Méthode de BISHOP, -- Variables aléatoires négativement corrélés.

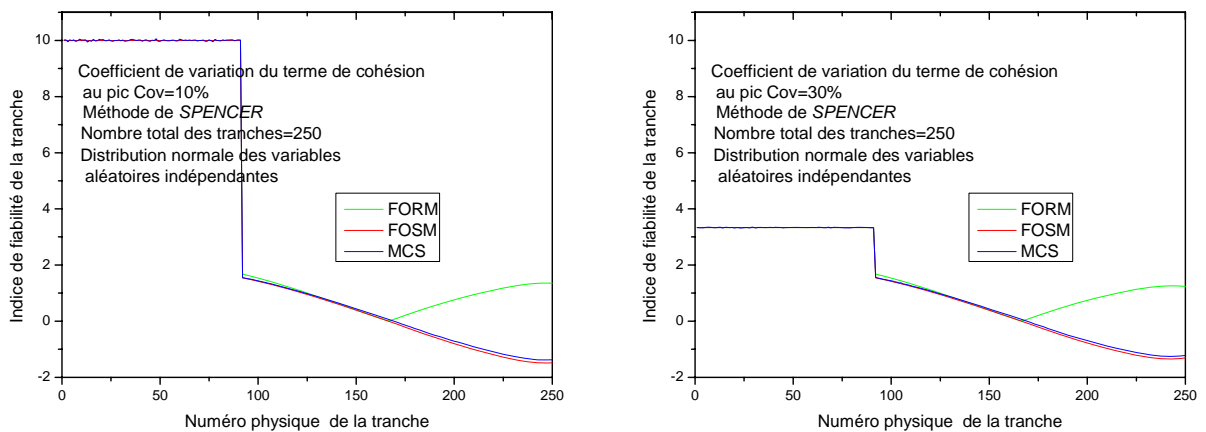
## V.2.2.2 Méthode déterministe de SPENCER

### V.2.2.2.1 Analyse fiabiliste de chaque tranche

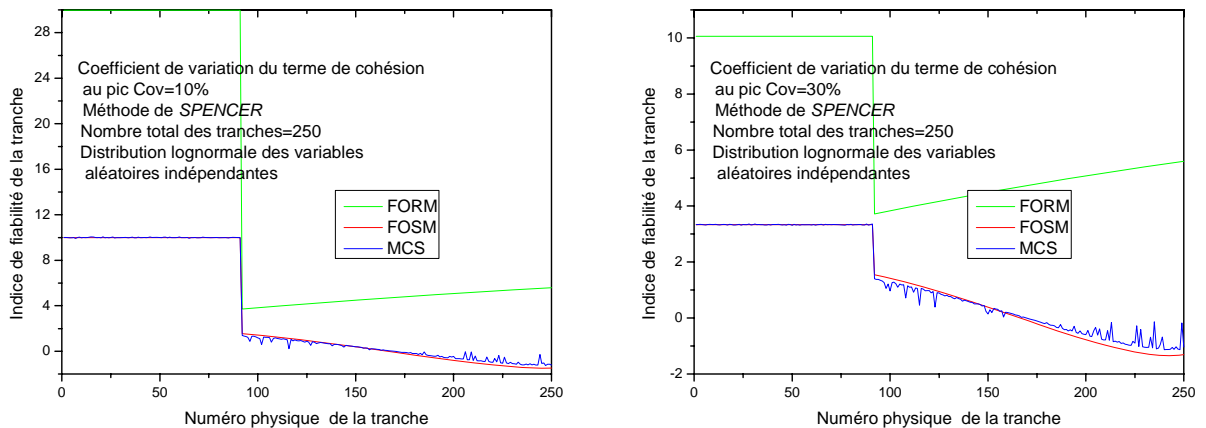
Les résultats de l'analyse de fiabilité de chaque tranche sont représentés sur les figures V.31 à V.38. Ces figures représentent les variations de l'indice de fiabilité, pour diverses valeurs du coefficient de variation des paramètres de résistance, des tranches du système en fonction du numéro physique des tranches, et en fonction du numéro des tranches ordonnées selon l'ordre croissant des indices de fiabilité. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

- La forme de la variation de l'indice de fiabilité en fonction du numéro physique des tranches permet de localiser la tranche susceptible de passer en premier à l'état de rupture, celle-ci correspond à la tranche d'indice de fiabilité le plus petit.
- La variation de l'indice de fiabilité se fait simultanément dans les deux directions, par rapport à la première tranche déclenchant la rupture, dans l'ordre croissant de l'indice de fiabilité de chaque tranche.
- Une forte diminution de la valeur absolue de l'indice de fiabilité des tranches est observée pour de forts coefficients de variation des paramètres de résistance en post pic. Cette diminution traduit la forte sensibilité de l'indice de fiabilité d'une tranche aux paramètres de résistance en post pic par rapport aux paramètres de résistance au pic.
- La diminution brusque de l'indice de fiabilité montre l'existence d'un sous système à forte influence sur le comportement du système.
- La prise en compte de la corrélation entre les paramètres de résistance se traduit par une augmentation de l'indice de fiabilité des tranches, cette augmentation est plus sensible pour des faibles coefficients de variation.
- Pour tous les cas considérés, et quelle que soit la matrice de corrélation considérée pour les variables aléatoires, les méthodes FORM, FOSM et MCS donnent des résultats proches, sauf pour les cas des valeurs de l'indice de fiabilité négatives -- probabilité de rupture supérieure à 0.5

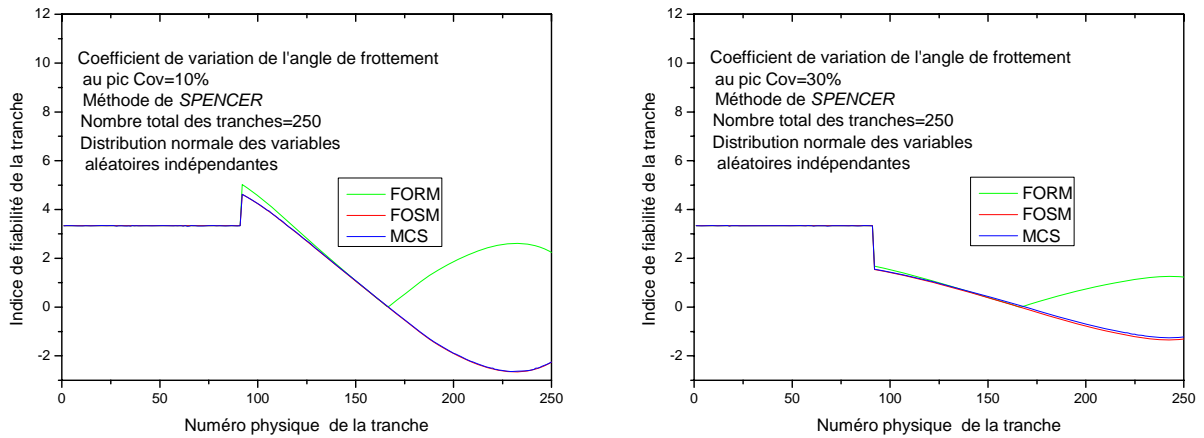
- Les résultats de l'indice de fiabilité des tranches obtenus par les méthodes FOSM et MCS sont similaires, indépendamment du type de distribution considérée des variables aléatoires -- normale ou lognormale.
- La méthode de fiabilité FORM donne des valeurs absolues de l'indice de fiabilité, ce qui provoque des erreurs dans l'évaluation des fortes valeurs de la probabilité de rupture --supérieure à 0.5, et résulte en une localisation erronée de la zone déclenchant la rupture.
- Les méthodes de fiabilité FOSM et MCS permettent de situer la zone de déclenchement de la rupture. Pour le cas considéré, la zone de déclenchement de la rupture déterminée par les méthodes probabilistes FOSM et MCS est la même.



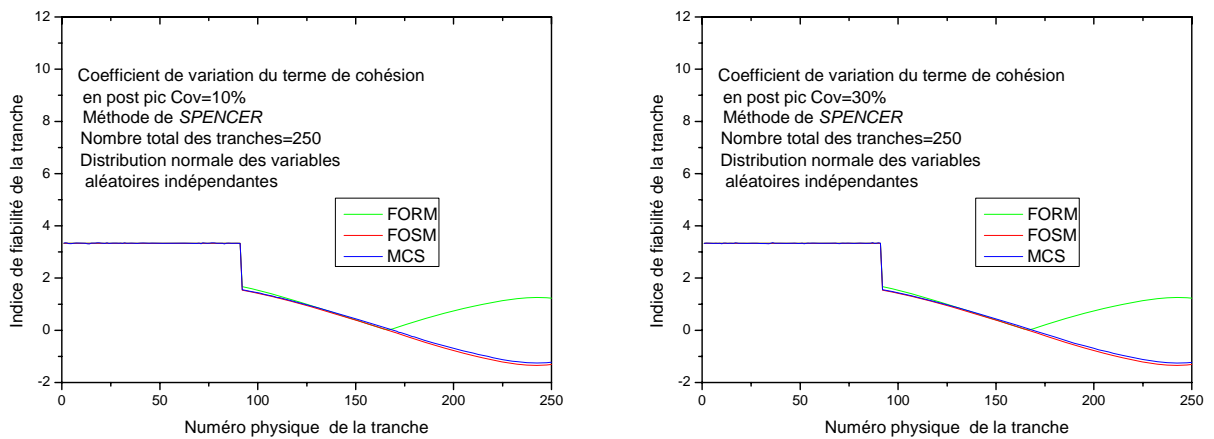
**Figure V.31:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



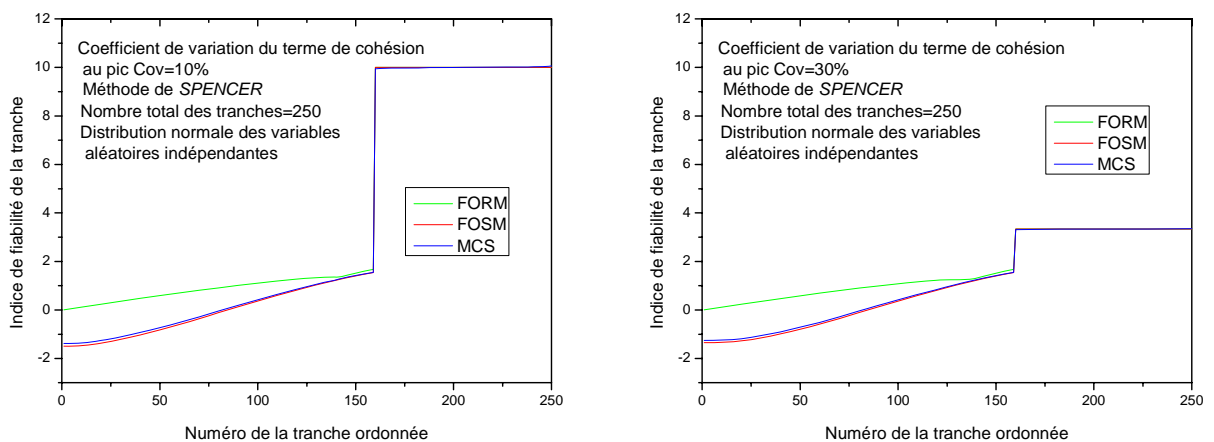
**Figure V.32:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



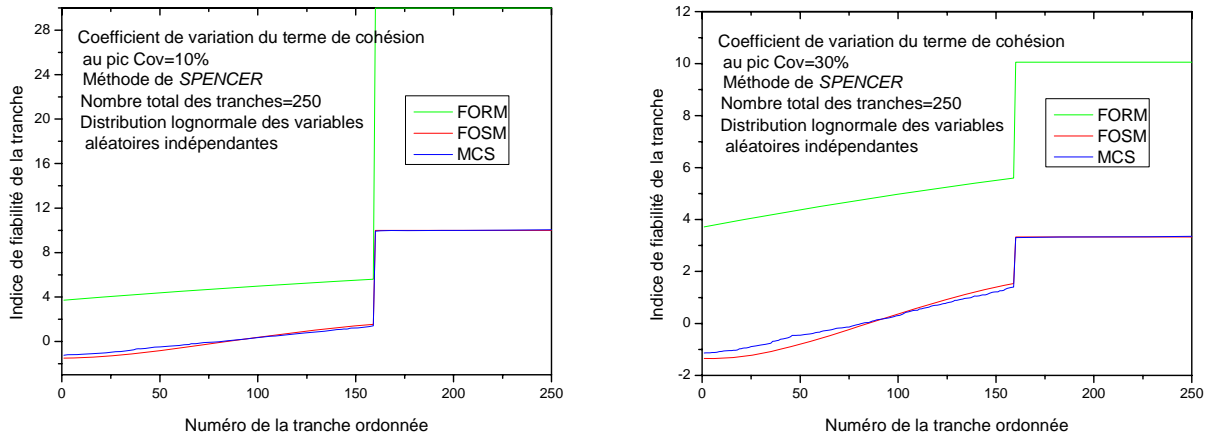
**Figure V.33:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



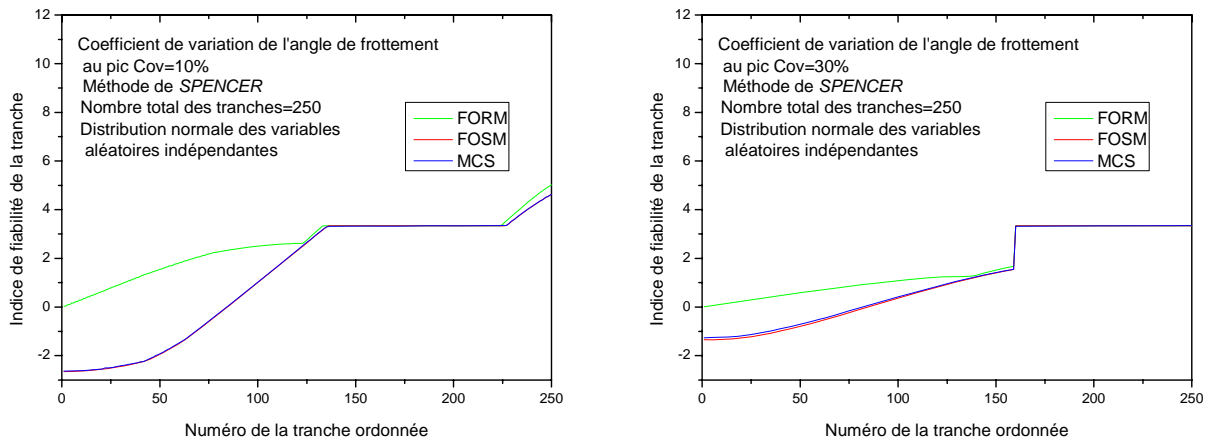
**Figure V.34:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



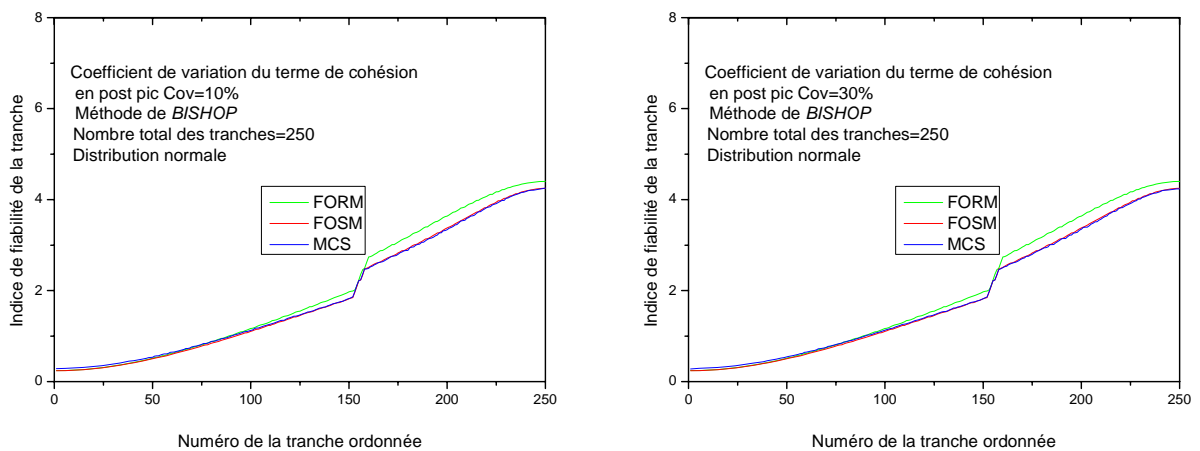
**Figure V.35:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.36:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.37:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .



**Figure V.38:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro de la tranche ordonnée, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic  $Cov=10\%$  ;  $30\%$ .

#### V.2.2.2.2 Analyse probabiliste progressive des sous systèmes

Les résultats de l'analyse probabiliste de la rupture progressive des sous systèmes, constitués des tranches mobilisant des résistances au pic ou en post pic, sont représentés sur les figures en annexe C1. Ces figures représentent, pour chaque valeur du coefficient de variation des paramètres de résistance au pic ou en post pic, les variations de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

- Pour les méthodes FOSM et MCS, on constate une diminution rapide de la probabilité de rupture progressive du sous système, ce qui indique l'existence d'un sous système à forte influence sur le système.
- Pour tous les cas considérés, et quelle que soit la matrice de corrélation considérée, les deux méthodes FOSM et MCS donnent des résultats peu différents, même lorsque les variables aléatoires suivent une loi de distribution normale ou lognormale.
- Les résultats obtenus par les méthodes FOSM et MCS donnent la même probabilité de rupture progressive du sous système constitué d'une seule tranche --la première tranche--.
- Les probabilités de rupture, des sous systèmes constitués de plus d'une tranche, obtenues par les méthodes de fiabilité FOSM ou MCS diffèrent de celles obtenues par la méthode FORM.

#### V.2.2.2.3 Analyse probabiliste du système

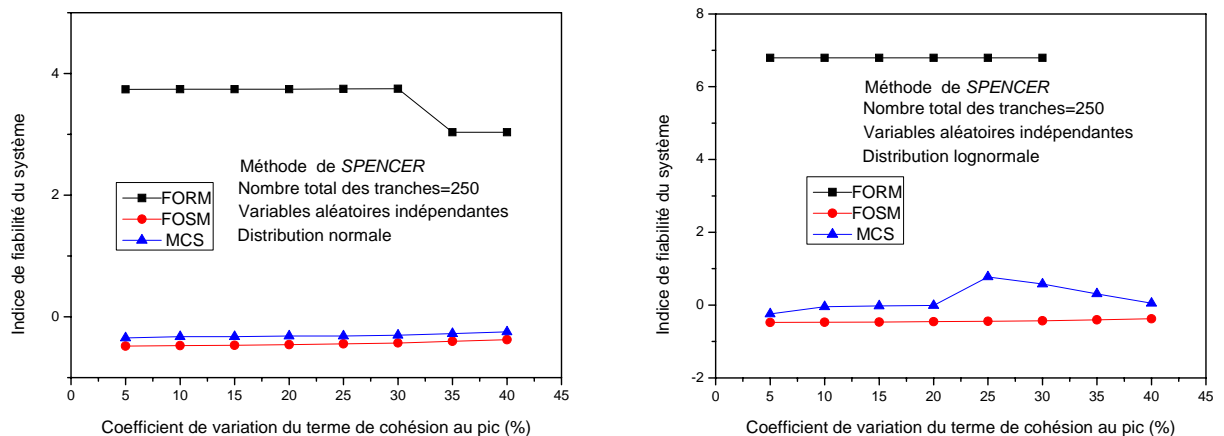
Les résultats de l'analyse probabiliste de la rupture du système sont représentés sur les figures en annexe C2. Ces figures représentent, pour chaque valeur du coefficient de variation des paramètres de résistance au pic ou en post pic, les variations de la probabilité de rupture du système en fonction du nombre des tranches constituant le système. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

- Pour tous les cas considérés, les deux méthodes FOSM et MCS donnent des résultats peu différents, indépendamment du type de distribution, et quelle que soit la matrice de corrélation considérée pour les variables aléatoires.
- La probabilité de rupture du système est plus sensible aux paramètres de résistance en post pic qu'aux paramètres de résistance au pic. Ainsi en post pic, l'angle de frottement a une forte influence sur la probabilité de rupture du système relativement au terme de cohésion, indépendamment, du type de distribution des variables aléatoires, et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- Avant la variation de la probabilité de rupture du système, il existe un sous système qui a une forte influence sur celui-ci, et manipule son comportement.
- La prise en compte d'une corrélation négative entre les paramètres de résistance dans l'analyse probabiliste du système, se traduit par une diminution de la probabilité de rupture du système.

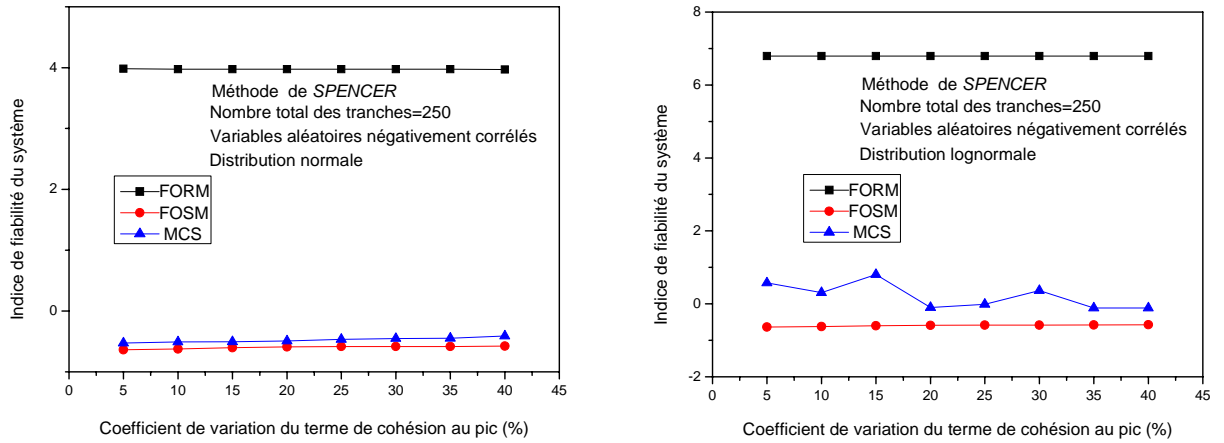
#### VI.2.2.2.4 Analyse fiabiliste du système

Les résultats de l'analyse fiabiliste du système sont représentés sur les figures V.39 à V.46. Ces figures représentent, pour chaque paramètre de résistance au pic ou en post pic, les variations de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation des variables aléatoires. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

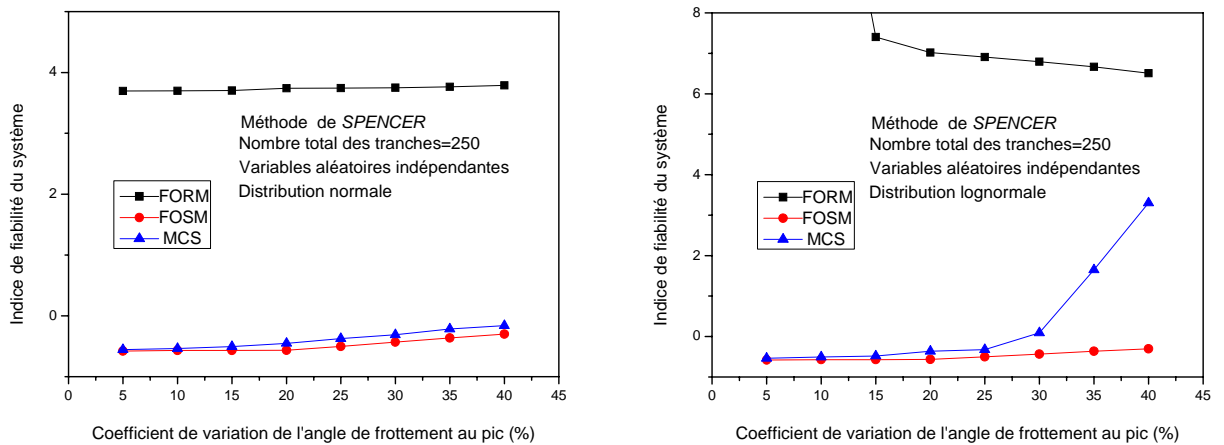
- L'indice de fiabilité est plus dépendant des paramètres de résistance en post pic que des paramètres de résistance au pic, indépendamment du type de distribution des variables aléatoires et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- Les valeurs de l'indice de fiabilité pour les trois méthodes probabiliste FORM, FOSM et MCS tendent toujours vers zéro au fur et à mesure que le coefficient de variation augmente.
- La prise en compte d'une corrélation entre les paramètres de résistance dans l'analyse fiabiliste du système, se traduit par une augmentation de l'indice de fiabilité du système.
- En post pic, l'angle de frottement a une forte influence sur l'indice de fiabilité du système relativement au terme de cohésion.
- La loi de distribution des paramètres de résistance a une forte influence sur l'indice de fiabilité. Une distribution lognormale des variables aléatoires provoque des erreurs significatives dans la méthode MCS.
- Les deux méthodes FOSM et MCS donnent des résultats peu différents, même lorsque les variables suivent une loi de distribution normale ou lognormale. Les résultats de la méthode MCS diffèrent de ceux de la méthode FOSM pour une distribution lognormale des variables aléatoire et pour des grandes valeurs du coefficient de variation.
- L'ordre de grandeur de l'indice de fiabilité du système obtenu par les méthodes FOSM et MCS diffère de celui obtenu par la méthode FORM.



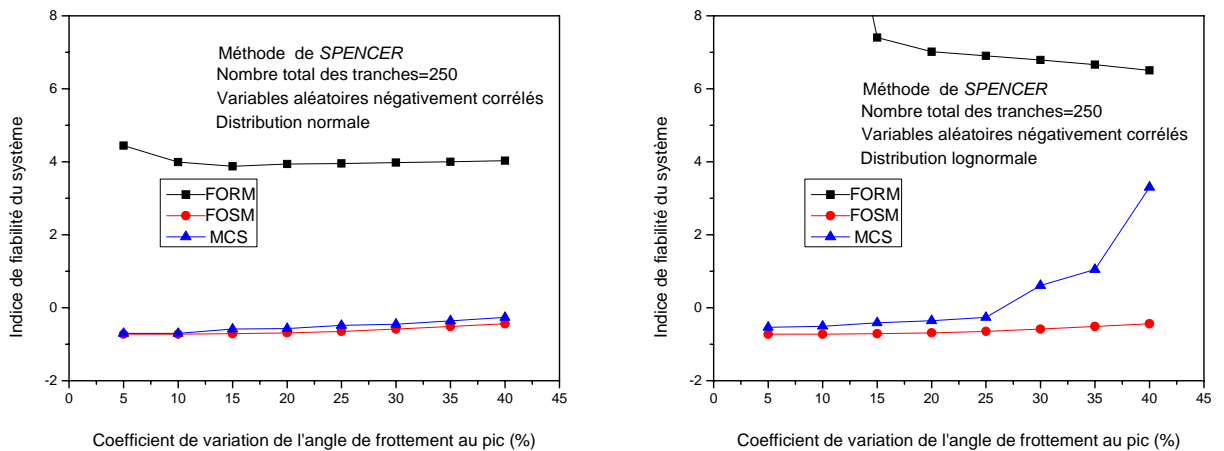
**Figure 39:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de SPENCER, -- Variables aléatoires indépendantes.



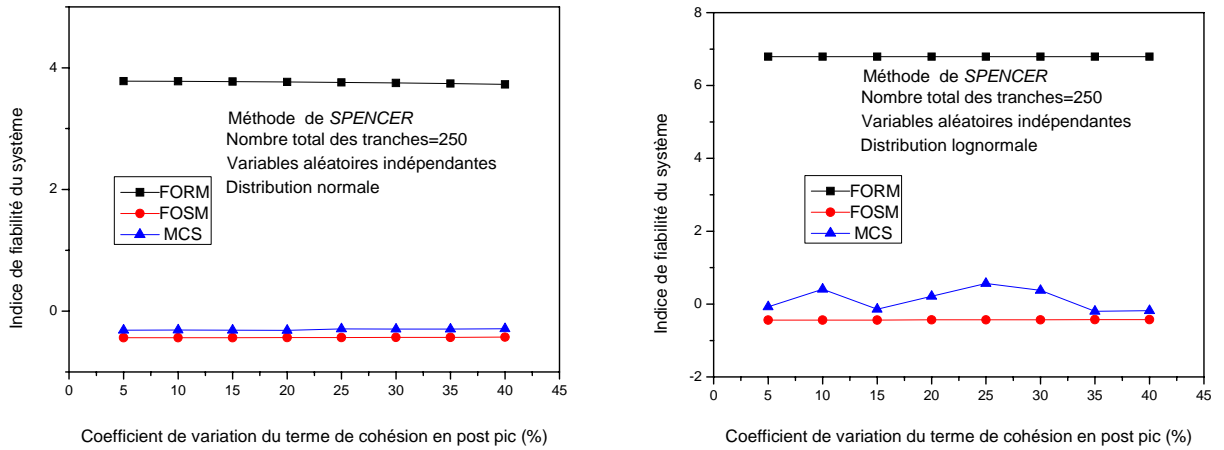
**Figure 40:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion au pic, --Méthode de SPENCER, -- Variables aléatoires négativement corrélés.



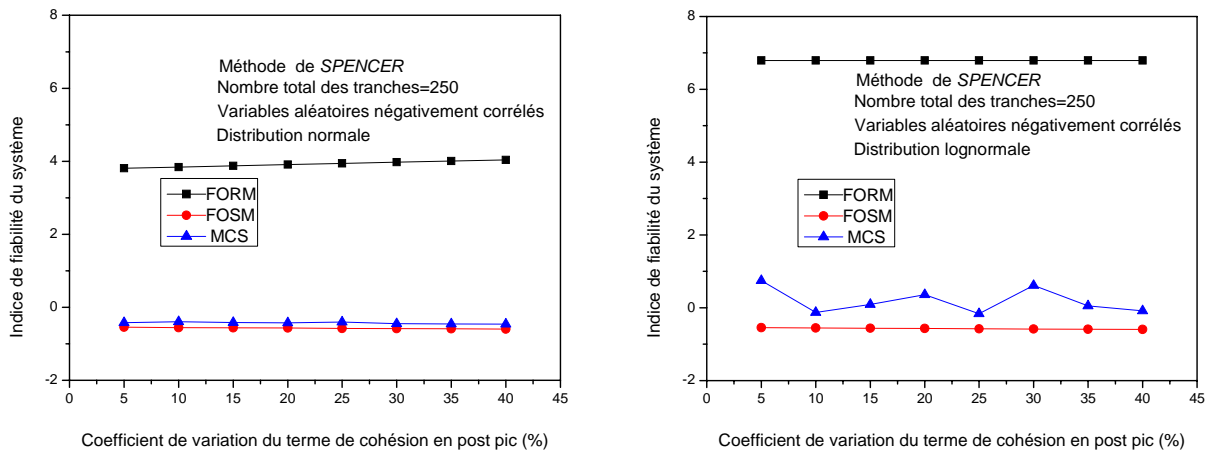
**Figure 41:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de SPENCER, -- Variables aléatoires indépendantes.



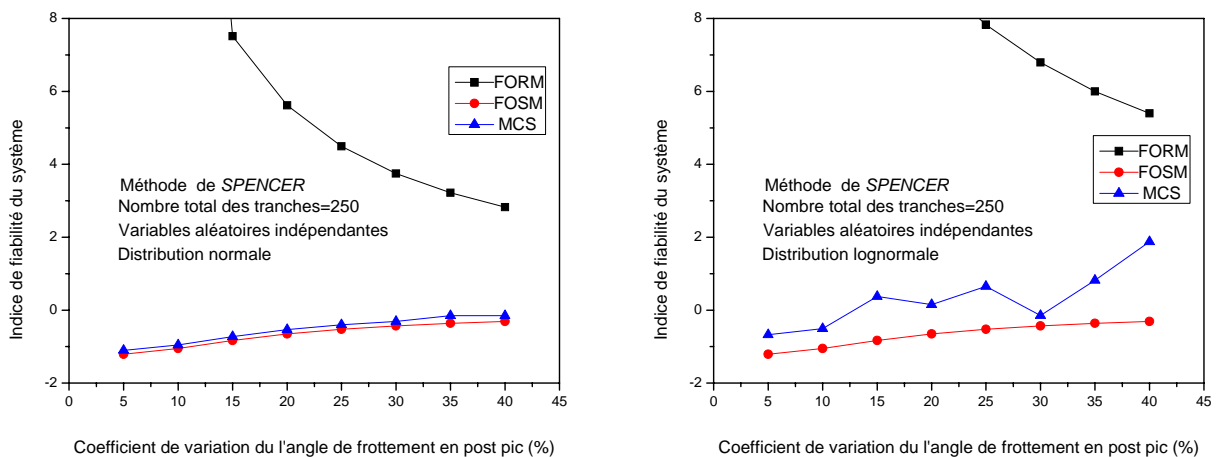
**Figure 42:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, --Méthode de SPENCER, -- Variables aléatoires négativement corrélés.



**Figure 43:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de SPENCER, -- Variables aléatoires indépendantes.

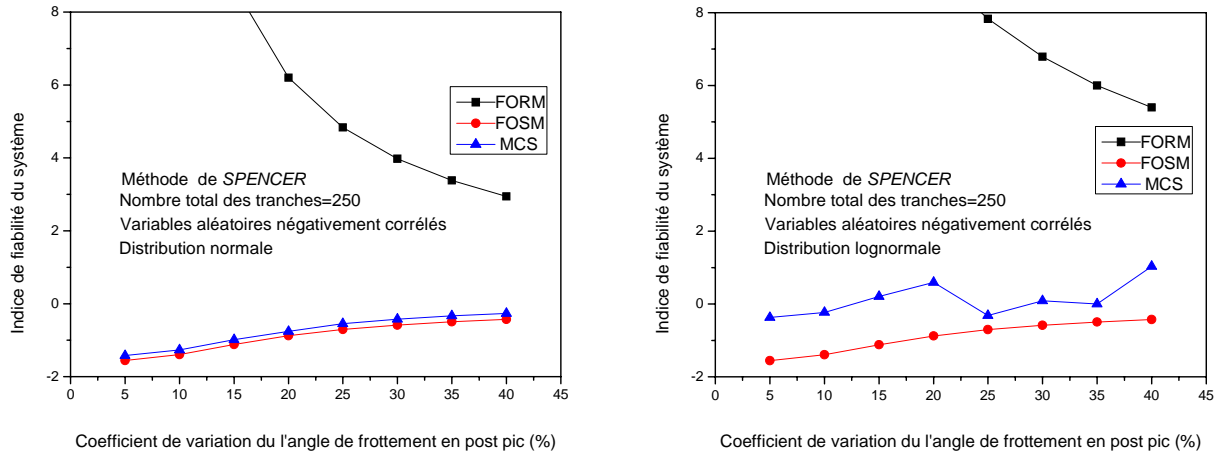


**Figure 44:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du terme de cohésion en post pic, --Méthode de SPENCER, -- Variables aléatoires négativement corrélés.



**Figure 45:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic, --Méthode de SPENCER, -- Variables aléatoires indépendantes.





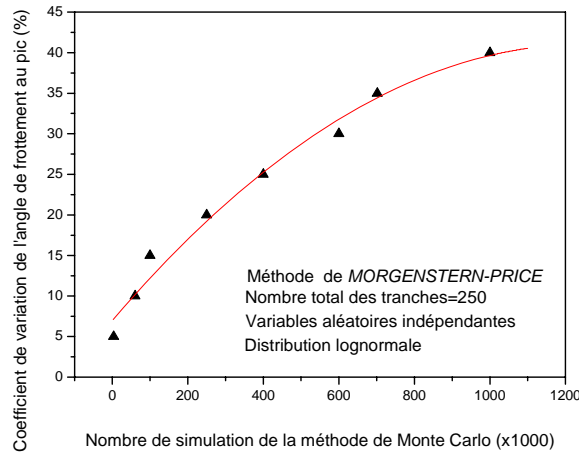
**Figure 46:** La variation de l'indice de fiabilité du système en fonction du coefficient de variation du l'angle de frottement en post pic, --Méthode de SPENCER, -- Variables aléatoires négativement corrélés.

### V.3 Efficacité de la méthode de simulation de Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo permet de mener successivement plusieurs calculs déterministes qui facilitent l'étude de la réponse du modèle. Le principal inconvénient de la méthode de Monte Carlo est le nombre de simulations --nombre de tirages, car un nombre suffisamment grand de tirages doit être effectué pour que l'étude statistique de la réponse converge. La précision de l'évaluation de la probabilité de rupture dépend du nombre de cycles de simulations. L'évaluation de la probabilité de rupture s'approche de la valeur vraie si le nombre de simulations  $N$  est trop grand.

L'étude de l'efficacité de la méthode de Monte Carlo est effectuée, sur les résultats obtenus par la méthode d'analyse déterministe de *MORGENSTERN-PRICE*, par une variation du nombre de simulations, pour des variables aléatoires indépendantes de distribution lognormale.

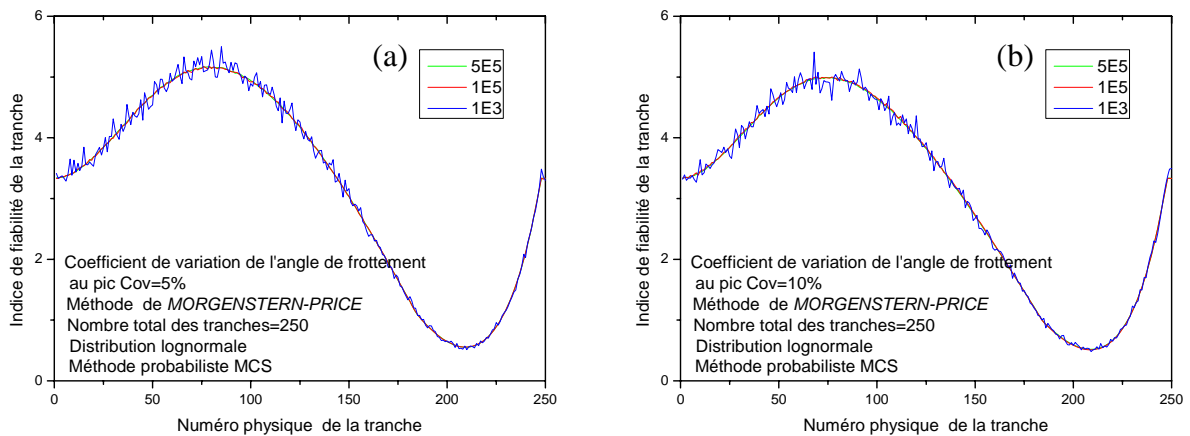
Les résultats de l'analyse de la variation du coefficient de variation de l'angle de frottement au pic, en fonction, du nombre de simulations de la méthode de Monte Carlo sont représentés dans la figure V.47. Cette figure montre que la méthode de Monte Carlo nécessite un très grand nombre de simulations pour des grands coefficients de variation des variables aléatoires.

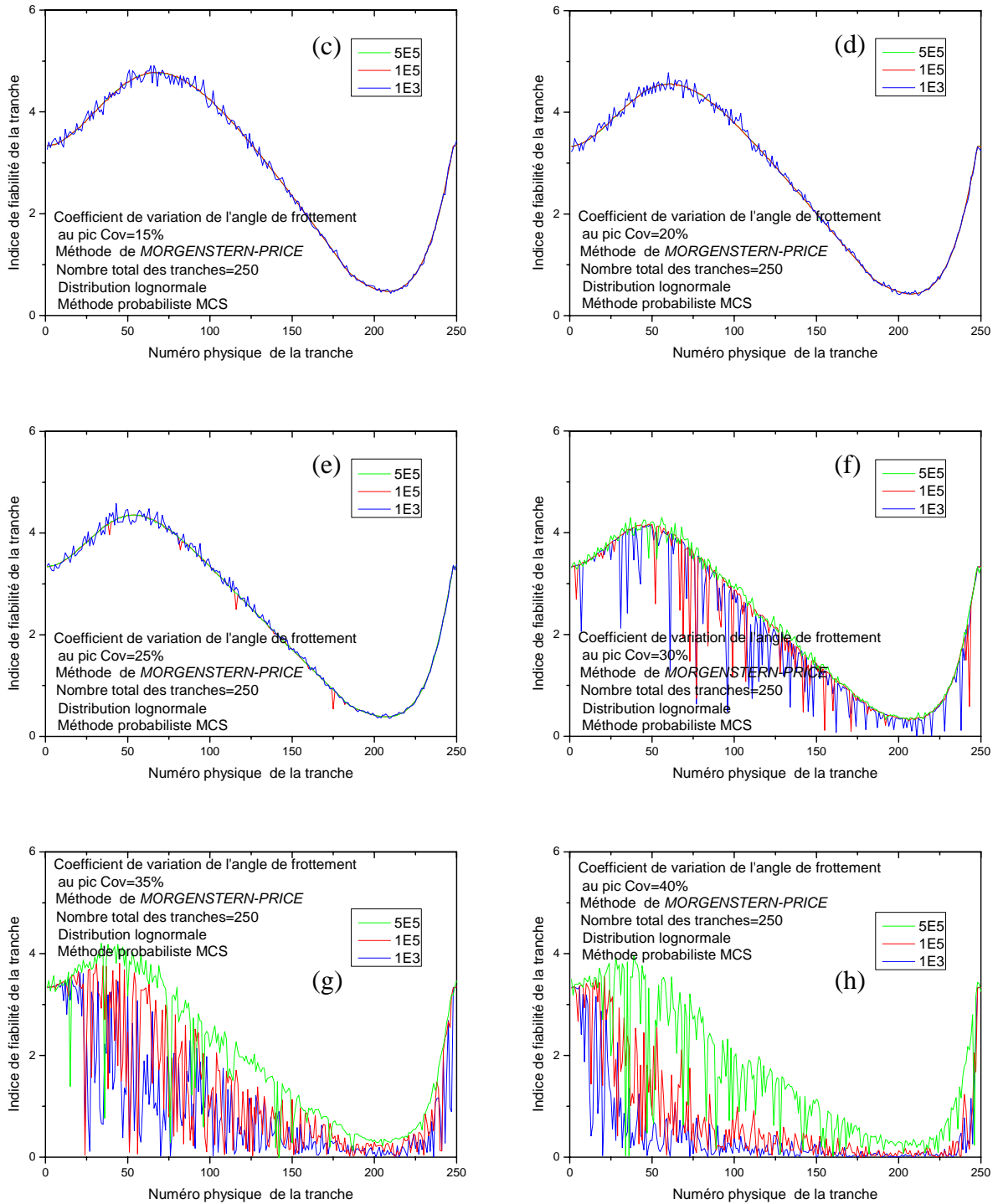


**Figure 47:** La variation de nombre de simulation de la méthode de Monte Carlo en fonction du coefficient de variation du l'angle de frottement au pic, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Variables aléatoires indépendantes, --Distribution lognormale

Les résultats de l'analyse de la variation de l'indice de fiabilité de la tranche, en fonction, du numéro physique de la tranche sont représentés sur la figure V.48. Trois nombres de simulations -- $5 \cdot 10^5$ ,  $10^5$  et  $10^3$  ont été utilisés dans la méthode MCS, et différents niveaux d'incertitude sur l'angle de frottement au pic ont été considérés. Les principaux résultats obtenus sont les suivants

- La méthode de Monte Carlo nécessite un très grand nombre de simulations pour des forts coefficients de variation des variables aléatoires.
- Un défaut de convergence dans la détermination de l'indice de fiabilité est constaté, lorsque le coefficient de variation augmente.





**Figure V.48:** La variation de l'indice de fiabilité de la tranche en fonction du numéro physique de la tranche, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Méthode probabiliste MCS, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.

## V.4 CONCLUSION

L'analyse de fiabilité de la stabilité des pentes a permis d'obtenir les conclusions suivantes

- La rupture se propage simultanément dans les deux directions par rapport à la première tranche de déclenchement de la rupture, dans l'ordre croissant de l'indice de fiabilité de chaque tranche, indépendamment de la loi de distribution et de la corrélation entre les paramètres de résistance.
- Les méthodes de fiabilité permettent de situer la zone de déclenchement de la rupture. Pour les cas considérés, la zone de déclenchement de la rupture déterminée par les méthodes probabilistes FORM, FOSM et MCS est la même, sauf pour des fortes valeurs de la probabilité de rupture --supérieur à 0.5, la méthode de fiabilité FORM provoque des erreurs dans le calcul de l'indice de fiabilité, qui induit à une localisation erronée de la zone déclanchant la rupture.
- Les méthodes de fiabilité FOSM et MCS sont des outils pratiques pour calculer les probabilités de rupture. Pour tous les cas considérés, les deux méthodes FOSM et MCS donnent des résultats proches, même lorsque les variables aléatoires suivent une loi de distribution normale ou lognormale et quelle que soit la matrice de corrélation considérée.
- La prise en compte d'une corrélation entre les paramètres de résistance dans l'analyse fiabiliste est traduite par une augmentation de l'indice de fiabilité du système.
- En post pic, l'angle de frottement a une forte influence sur l'indice de fiabilité du système relativement au terme de cohésion.
- La différence entre les résultats obtenus par les méthodes fiabilistes FORM, FOSM et MCS se réduit avec l'augmentation du nombre de tranches à l'état de rupture.
- Les probabilités de rupture du système obtenues par les méthodes de fiabilité FOSM et MCS diffèrent de celles obtenues par la méthode FORM ; cette différence dépend de la linéarité de la fonction d'état limite.
- Pour des faibles coefficients de variations, la méthode FORM, dans quelques situations, peut ne pas converger. Elle peut converger très lentement, ou osciller autour de la solution sans converger. Ce problème de convergence est lié au choix du point initial de l'algorithme.
- Les résultats obtenus par les méthodes FORM, FOSM et MCS donnent la même probabilité de rupture progressive du sous système constitué d'une seule tranche -- la première tranche.
- Les probabilités de rupture, des sous systèmes constitués de plus d'une tranche, obtenues par les méthodes de fiabilité FOSM et MCS diffèrent de celles obtenues par la méthode FORM.

# **CONCLUSIONS GENERALES**

Cette étude d'analyse de fiabilité de la stabilité des pentes a permis d'évaluer les effets des incertitudes des paramètres de résistance associés à une courbe contrainte-déformation dans le cas d'une rupture progressive. L'évaluation de l'indice de fiabilité et l'incidence de la rupture progressive a permis d'obtenir les conclusions suivantes :

- La pratique traditionnelle de conception des pentes qui utilise des facteurs de sécurité peut être fallacieuse. Les pentes conçues avec de grands facteurs de sécurité ne sont pas exemptées du risque de rupture.
- Les analyses de fiabilité fournissent un cadre logique pour introduire des incertitudes dans les processus de conception, et améliorent la perception du risque dans les méthodes de conception traditionnelle.
- Les fonctions d'état limite considérée par chaque méthode déterministe pour l'analyse probabiliste de la stabilité des pentes dépendent fortement des paramètres de résistance en post pic par rapport à celle du pic.
- L'intégration des paramètres de résistance ( $C_r$ ,  $\phi_r$ ) en régime permanent des déformations dans les modèles proposés, a permis de mieux simuler physiquement le processus de la rupture progressive des pentes.
- L'analyse fiabiliste du système global nécessite une analyse fiabiliste complémentaire des tranches et des sous systèmes pour estimer le niveau de sécurité. L'analyse fiabiliste des tranches a permis de localiser la zone déclenchant la rupture, et d'observer la direction de la propagation de rupture.
- Il est nécessaire de faire une identification préalable des éléments en rupture et de leur ordre de glissement. L'existence d'un sous système permet l'évaluation du comportement du système.
- Simuler la rupture progressive d'une pente lorsque la résistance au cisaillement diminue en régime permanent des déformations, et sur une longueur croissante de la surface critique de glissement permet d'anticiper le comportement de cette pente lors de déclenchement de la rupture.
- Les paramètres de résistance en post pic du sol sont les variables les plus dominantes. L'ordre d'influence des autres variables dépend du choix de la loi de distribution, et du choix de la méthode de base d'analyse déterministe. En post pic, l'angle de frottement a plus influence sur l'indice de fiabilité du système relativement au terme de cohésion.
- Les caractéristiques de corrélation des variables aléatoires ont une forte influence sur les probabilités de rupture et sur la convergence de l'analyse fiabiliste.
- Les méthodes de fiabilité FOSM et MCS sont des outils pratiques pour calculer les probabilités de rupture. La méthode de Monte Carlo est une méthode simple et robuste, toutefois elle nécessite un grand nombre de simulations.
- La méthode FORM présente un problème de convergence dans certain cas, particulièrement pour des faibles coefficients de variations. Ce problème est de nature chaotique. Ce problème de convergence, est fortement dépendant du choix du point initial de l'algorithme et de la fonction d'état limite. La méthode FORM peut, dans quelques situations, ne pas converger ou converger très lentement, ou osciller autour de la solution.

- La méthode FORM provoque des erreurs significatives dans la détermination de l'indice de fiabilité du système pour des grandes valeurs de la probabilité de rupture de tranche -- probabilité de rupture supérieure à 0.5, qui induisent un changement de la zone de déclenchement de la rupture.
- La différence entre les probabilités de rupture obtenues par les méthodes fiabiliste est principalement liée à la linéarisation, de la fonction d'état limite, utilisé dans le calcul des dérivés de la fonction d'état limite.
- L'analyse probabiliste est un moyen de prise de décision en présence d'incertitude. Elle aide à structurer le problème et avoir un complément utile à l'analyse conventionnelle afin que l'ingénieur puisse avoir un meilleur jugement.
- L'effet de la rupture progressive ramène la résistance au cisaillement disponible le long de la surface critique de glissement à la résistance de cisaillement résiduelle. Elle a une incidence considérable dans certaines méthodes d'analyse déterministe. En conséquence, étudier la stabilité avec les méthodes d'équilibre limite en utilisant les résistances maximales --paramètre de résistance au pic-- sans avoir une idée sur la résistance de cisaillement résiduelle est insuffisant pour analyser la stabilité de pentes.
- Le choix de la méthode déterministe a une grande importance dans l'analyse de la stabilité des pentes, parce que chacune d'elles montre de différents niveaux de risque. Ce qui rend difficile la simulation de la rupture progressive.
- Les méthodes probabilistes d'analyse de la stabilité de pentes ne considèrent pas toutes les composantes de conception de pentes, et elles ne fixent pas le niveau de la fiabilité qui doit être visé. Cependant, l'analyse probabiliste permet à l'ingénieur de disposer d'un outil systématique d'évaluation du risque. Ainsi, les modèles probabilistes permettent une meilleure appréciation du risque relativement aux méthodes déterministes conventionnelles.

Dans ce type d'analyse, l'hypothèse que tous les éléments du système sont en rupture n'est pas toujours vérifiée. Il arrive que des événements de rupture conditionnelle n'apparaissent pas. Aussi, la redistribution des efforts le long de la surface critique de glissement pendant que les tranches passent à l'état de rupture mérite d'être examiné.

En réalité, le long de la surface de glissement, il y a une variation du chemin des contraintes qui représente la méthode de chargement ; c'est une raison pour laquelle on a probablement une surestimation ou sous estimation du facteur de sécurité et de la probabilité de rupture.

**REFERENCES**  
**BIBLIOGRAPHIQUES**



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

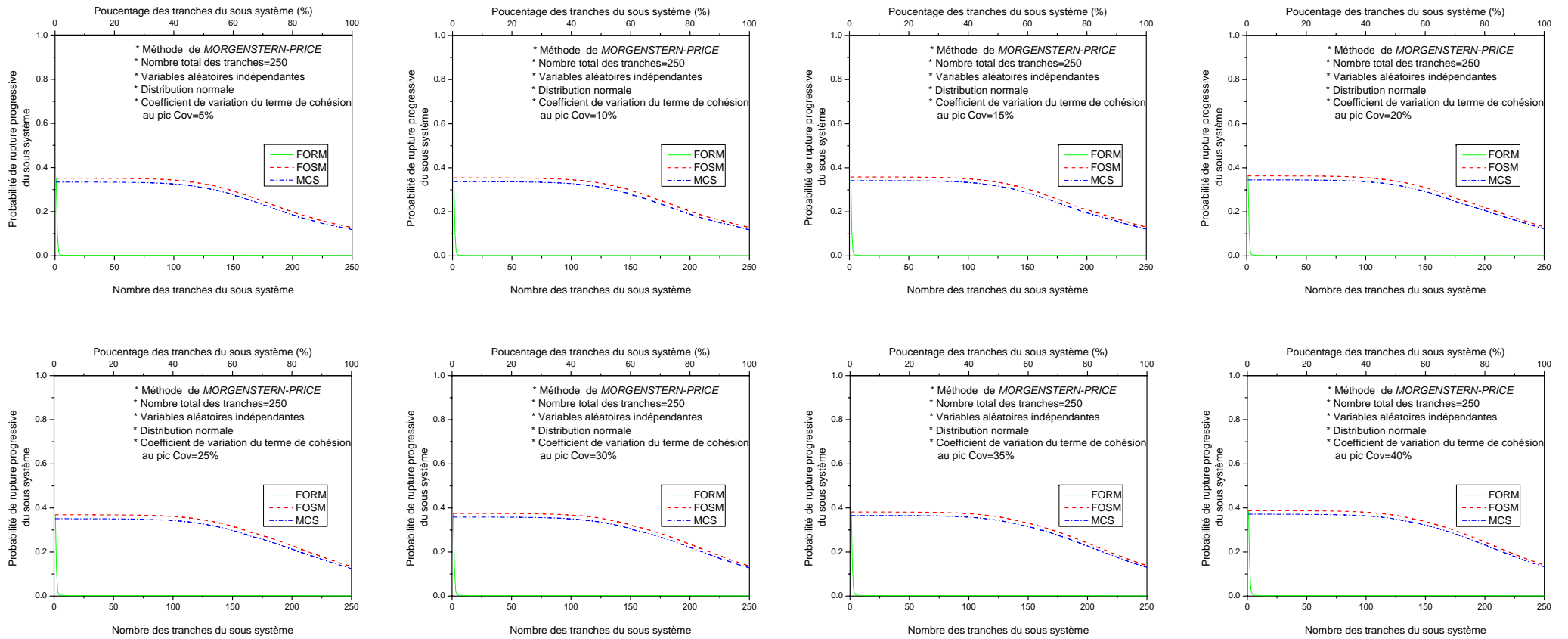
- Baecher, G. B & Christian, J.T.** 2003. « Reliability and statistics in geotechnical engineering ». *John Wiley*.
- Brunsdon, D.** 1987, « Slope Instability ». *Wiley*.
- Chandler, D. S.** 1995, « Monte Carlo simulation to evaluate slope stability », *Journal of geotechnical engineering and geoenvironmental engineering, Vol 126, pp 307-316*.
- Cho, S. E.** 2007. « Effects of spatial variability of soil properties on slope stability », *Engineering Geology, Vol 92, pp 97-109*.
- Chowdhury, R. N, Tang, W. H & Sidi, I.** 1987. « Reliability model of progressive slope failure », *Géotechnique, Vol 37, pp 467-481*.
- Chowdhury, R. N & Xu, D. W.** 1992. « Reliability index for slope stability assessment -- two methods compared », *Reliability Engineering and System Safety, Vol 37, pp 99-108*.
- Chowdhury, R. N & Xu, D. W.** 1995. « Geotechnical system reliability of slopes », *Reliability Engineering and System Safety, Vol 47, pp 141-151*.
- Chugh, A. K & Smart, J. D.** 1981. « Suggestions for slope stability calculations », *Computers & Structures, Vol. 14, N° 1-2, pp 43-50*.
- Duncan, J. M.** 2000. « Factors of safety and reliability in geotechnical engineering », *Journal of geotechnical engineering and geoenvironmental engineering, Vol 126, pp 307-316*.
- El-Ramly, H, Morgenstern, N. R & Cruden, D. M.** 2002. « Probabilistic slope stability analysis for practice », *Canadian geotechnical journal, Vol 39, pp 665-683*.
- Fellin, W, Lessmann, H, Oberguggenberger, M & Vieider, R.** 2005. « Analyzing uncertainty in civil engineering », *Springer*.
- Filz, G. M, Esterhuizen, J. J. B & Duncan, J. M.** October, 2001. « Progressive failure of lined waste impoundments », *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol 127, N° 10*
- Fishman, G. S.** 1999. « Monte Carlo Concepts, Algorithms, and Applications », *Springer*.
- Grivas, D. A & Chowdhury, R. N.** 1983. « Probabilistic 'Φ=0' stability analysis in Strain-softening soil », *Structural Safety, Vol 1, pp 199-210*.
- Halder, A & Mahadevan S.** 2000. « Reliability assessment using stochastic finite element analysis ». *John Wiley*.
- Hayashi, H & Tang, W. H.** 1994. « Probabilistic evaluation on progressive failure in cut slopes », *Structural Safety, Vol 14, pp 31-46*.
- Low, B.K & Tang, W. H.** 2004. « Reliability analysis using object-oriented constrained optimization ». *Structural safety, Vol 26, pp 69-89*.
- Liang, R.Y, Nusier, O.K & Malkawi, A.H.** 1999. « A reliability based approach for evaluating the slope stability of embankment dams », *Engineering Geology, N° 54, pp 271-285*.

- Malkawi, A. I. H, Hassan, W. F & Abdulla, F. A.** 2000. « Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability », *Structural Safety*, N° 22, pp 161-187.
- Park, H & West, T. R.** 2001. « Development of a probabilistic approach for rock wedge failure », *Engineering Geology*, Vol 59, pp 233–251.
- Pasternack, S. C & Gao, S.** 1988. « Numerical methods in the stability analysis of slopes », *Computers & Structures*, Vol 30, N° 3, pp 573-579.
- Peterson, J. L.** 1999, « Probability Analysis of Slope Stability », *Thèse Master de l'université de la technologie et des ressources minérales à l'université de la Virginie Occidentale*.
- Rackwitz, R.** 2001. « Reliability analysis – a review and some perspectives ». *Structural Safety*, Vol 23, pp 365-395.
- Rackwitz, R & Fiessler, B.** 1978. « Structural reliability under combined random load sequences ». *Computers and Structures*, Vol 9, pp 489-494.
- Skempton, A. W.** 1964. « Long-term stability of clay slopes », *Géotechnique*, London, N°14(1), pp 77–101.
- USACE, U S Army Corps Of Engineers.** 1997. « Engineering and design: introduction to probability and reliability methods for use in geotechnical engineering ». *Engineering technical letter N° 1110-2-547*. Department of the army, Washington, DC.
- USACE, U S Army Corps Of Engineers.** 1999. « Risk-Based Analysis in Geotechnical Engineering for Support of Planning Studies », N° ETL 1110-2-556. Department of the army, Washington, DC.
- USACE, U S Army Corps Of Engineers.** 2003. « Slope Stability ». N° EM 1110-2-1902. Department of the army, Washington, DC.
- Wong, F. S.** 1984. « Uncertainties in FE modeling of slope stability », *Computers and Structures*; Vol 19, N°5/6, pp 777-791.
- Yarahmadi-Bafghi, A.** 2003. « La méthode des groupes-clef probabiliste », *Thèse doctorat de l'INPL en Génie Civil - Hydrosystèmes – Géotechnique*.
- Zhao, Y. G & Ono, T.** 1994. « New Approximations for SORM: Part 1 », *Journal of Engineering Mechanics* N° 125, pp 79-85.
- Zhao, Y. G & Ono, T.** 1999. « New Approximations for SORM: Part 2 », *Journal of Engineering Mechanics* N° 125, pp 86-93.
- Zhu, D. Y, Lee, C. F, Qian, Q. H, Zou, Z. S & Sun, F.** 2001. « A new procedure for computing the factor of safety using the Morgenstern price method », *Canadian geotechnical journal*, Vol 38, pp 882-888.

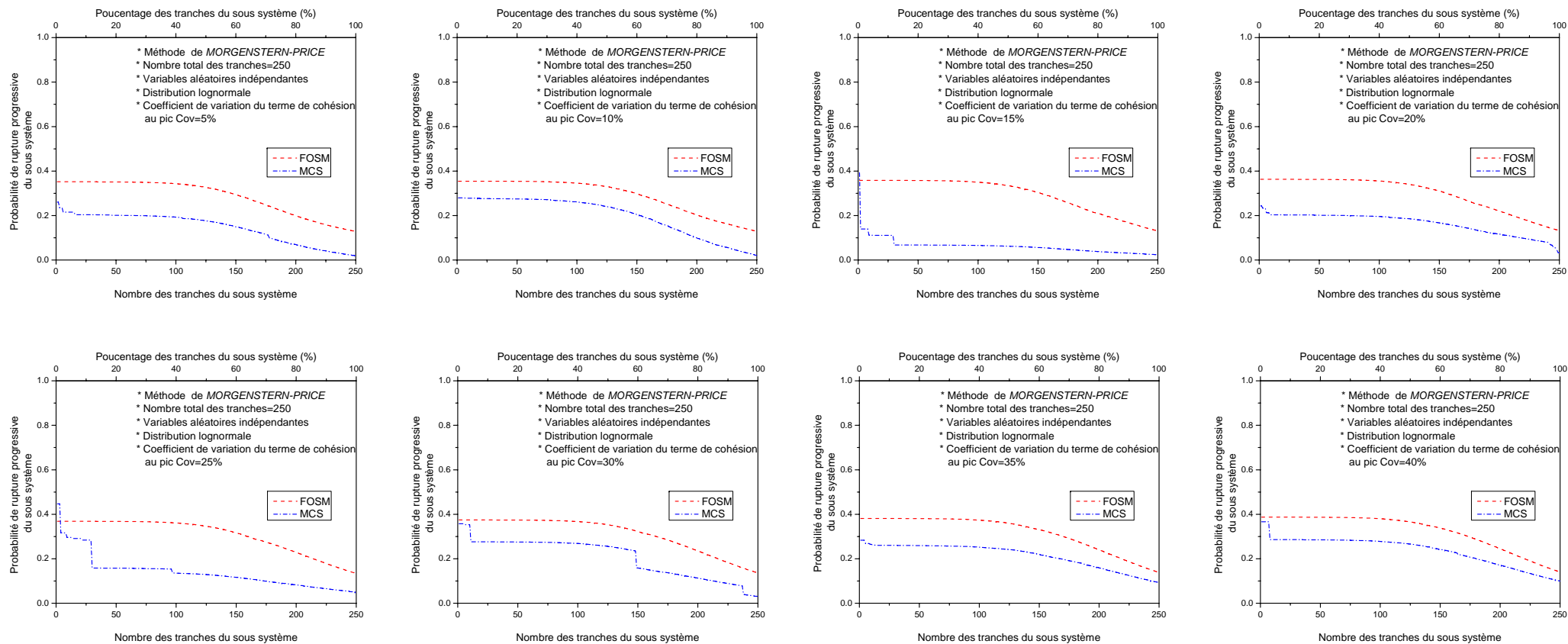
# **ANNEXES**

**ANNEXE A**

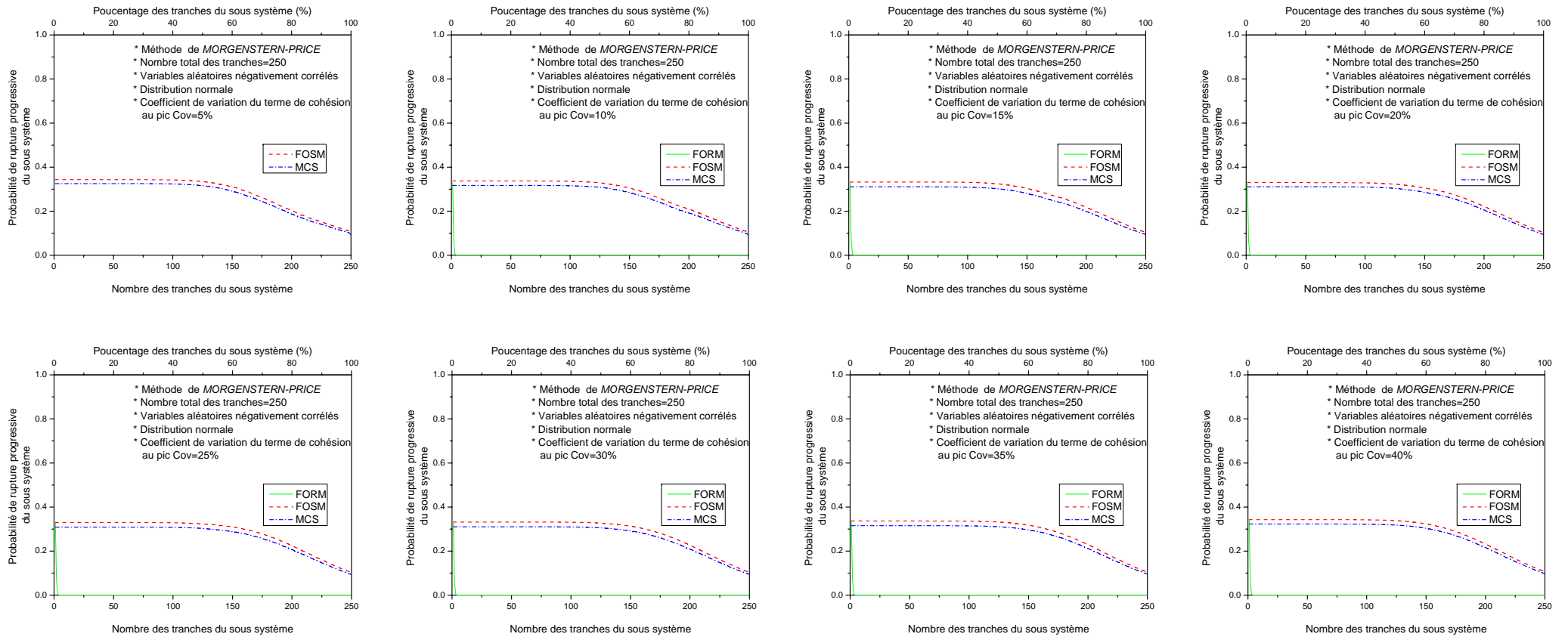
**RESULTATS D'ANALYSE  
PROBABILISTE, --Méthode  
déterministe de  
MORGENSTERN- PRICE**



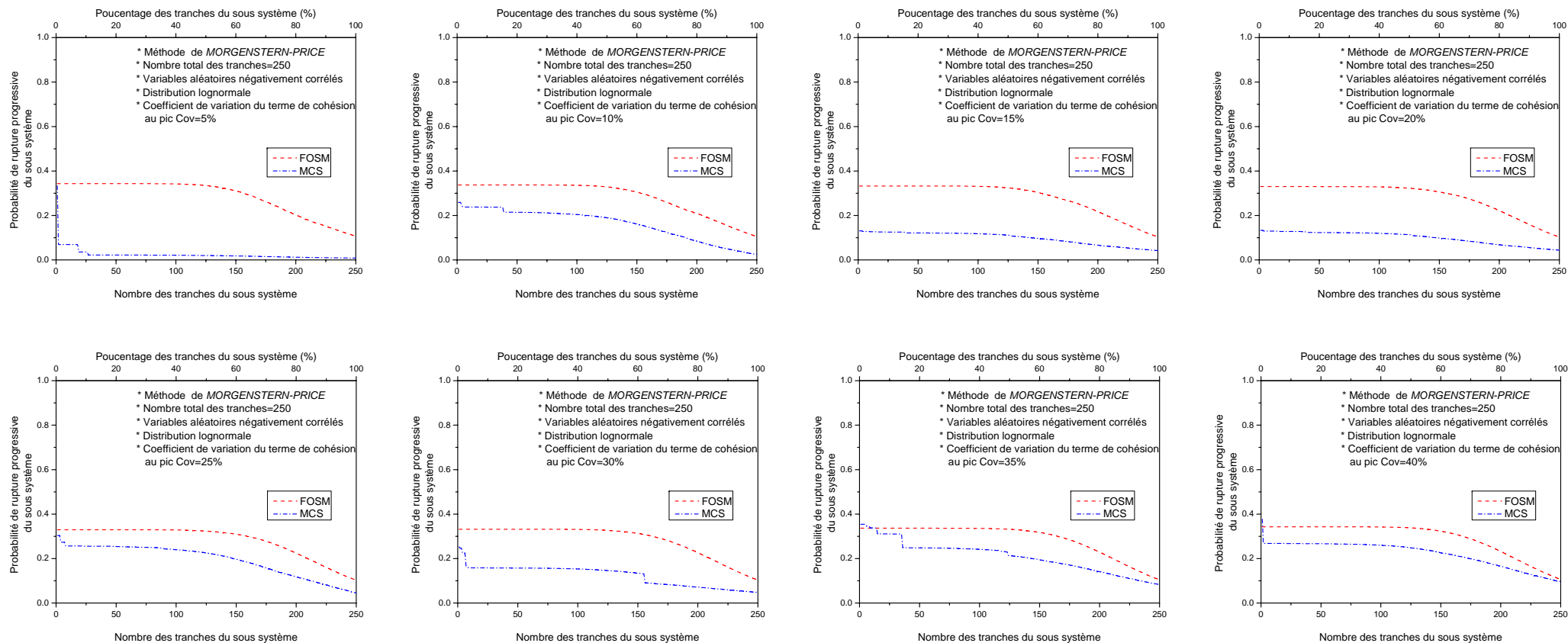
**Figure A1-1 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.



**Figure A1-2 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

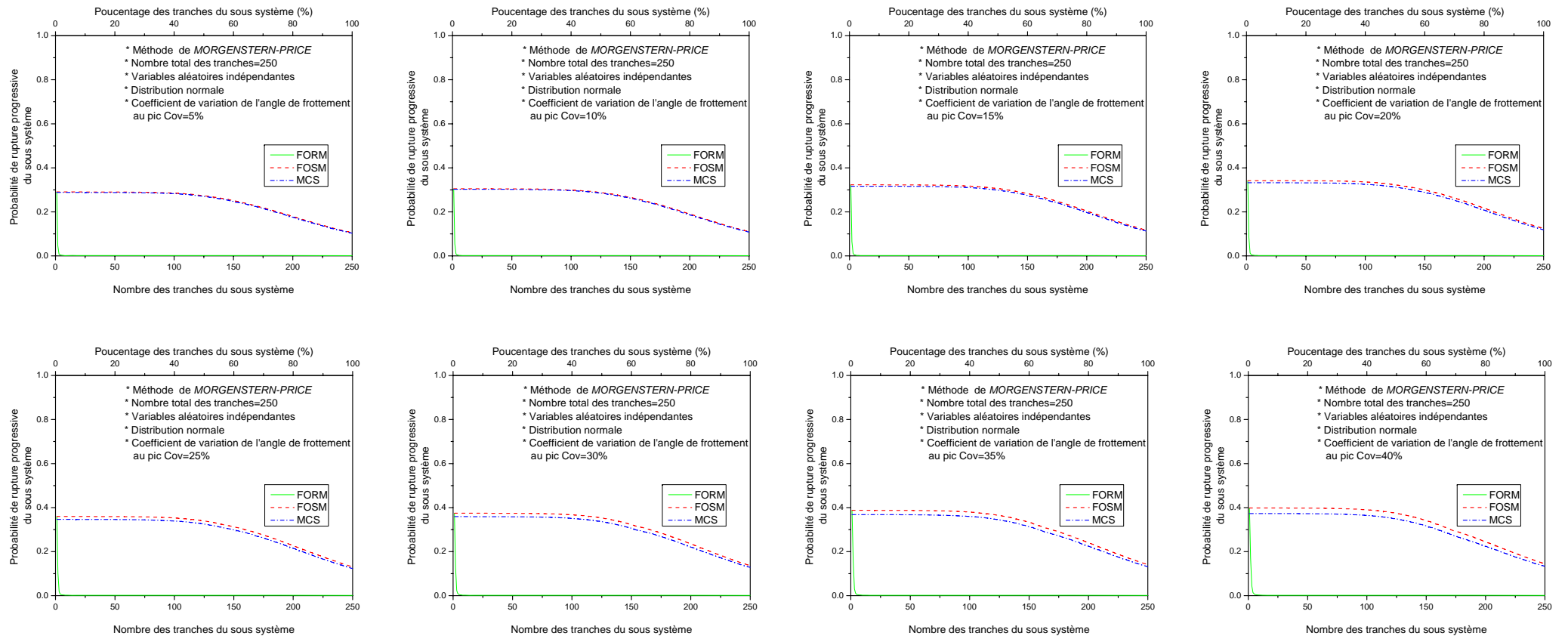


**Figure A1-3 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

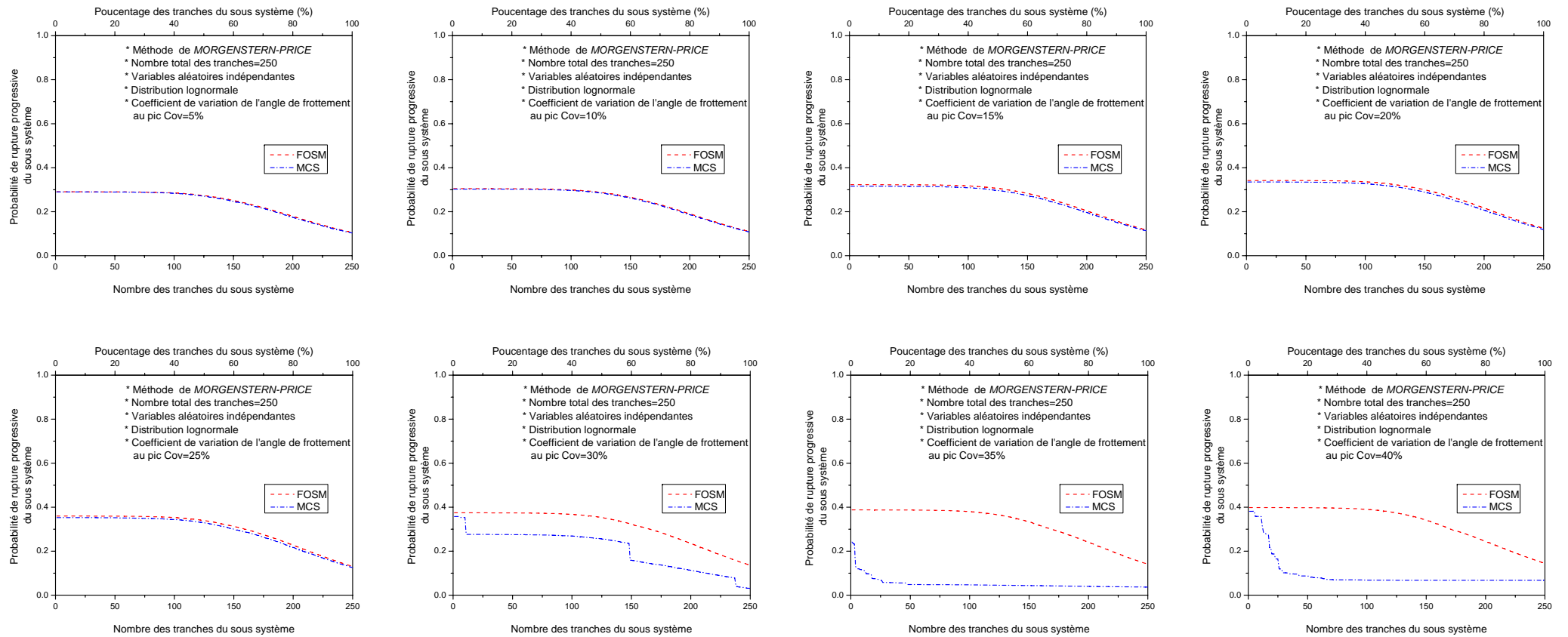


**Figure A1-4 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

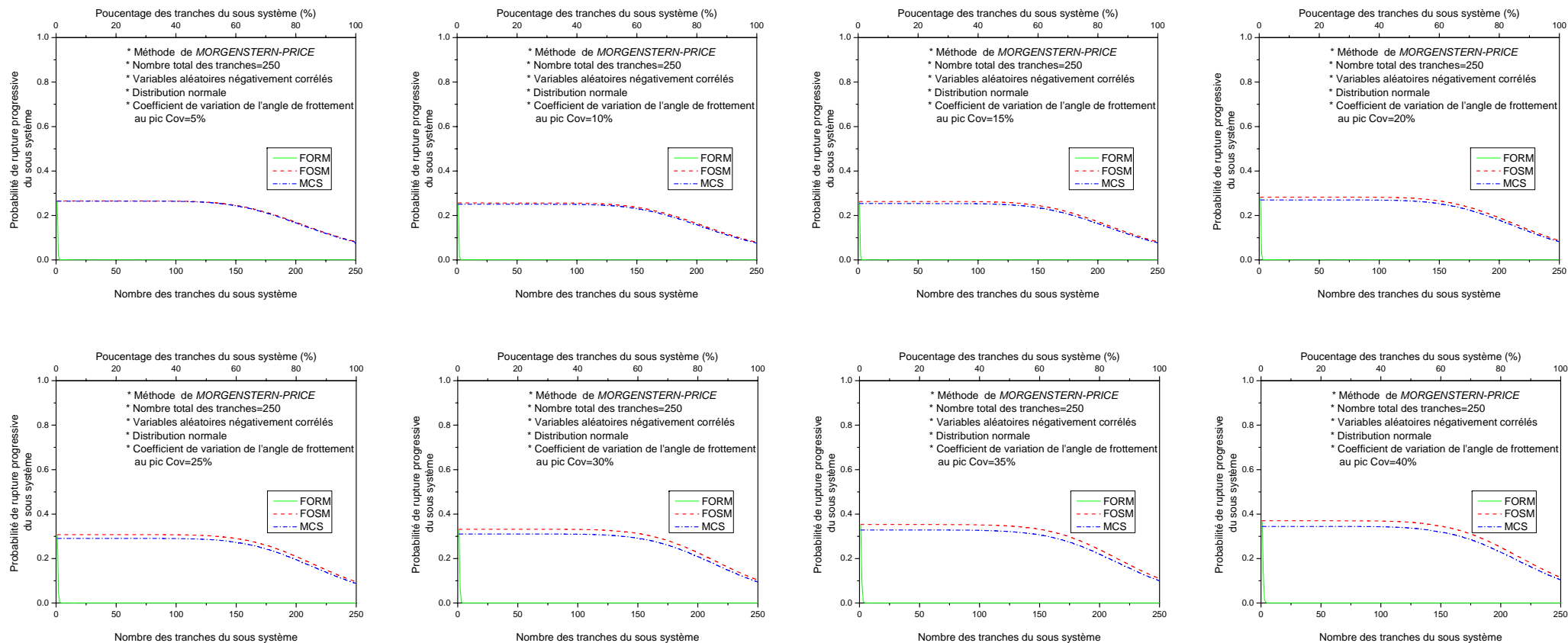




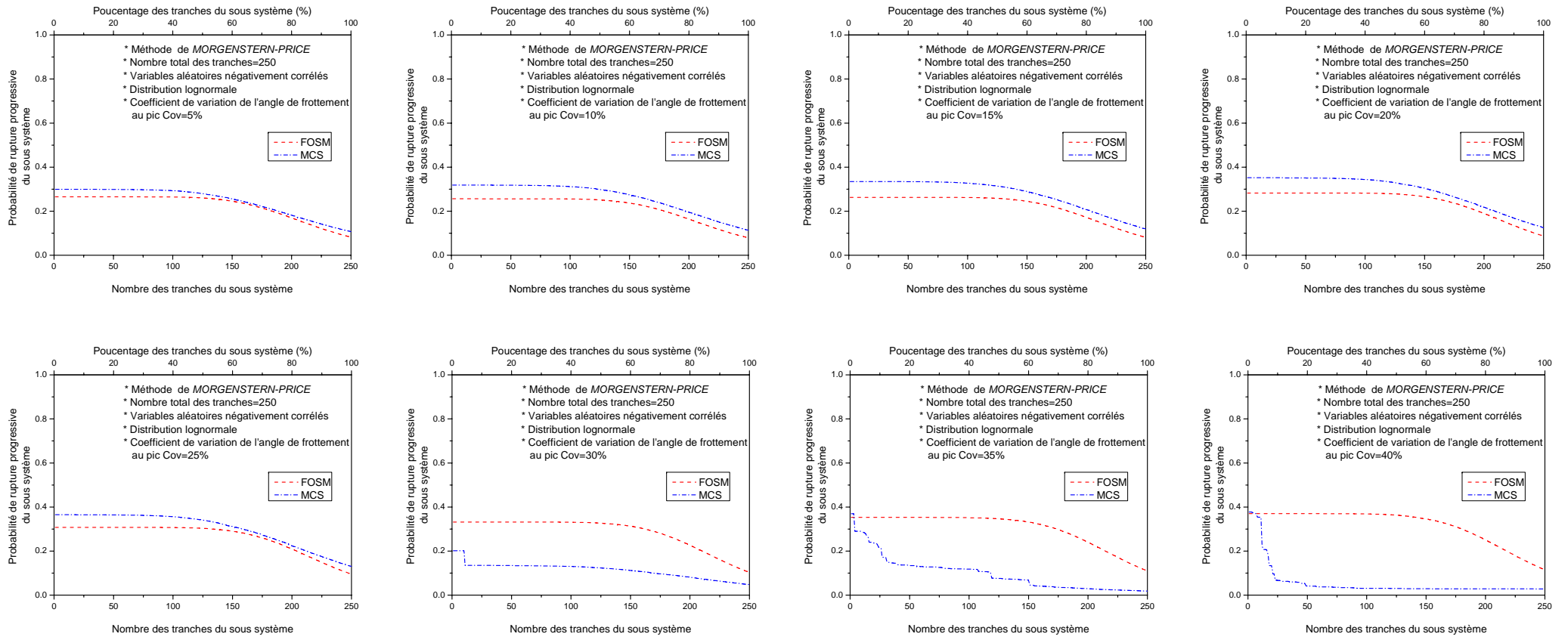
**Figure A1-5 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



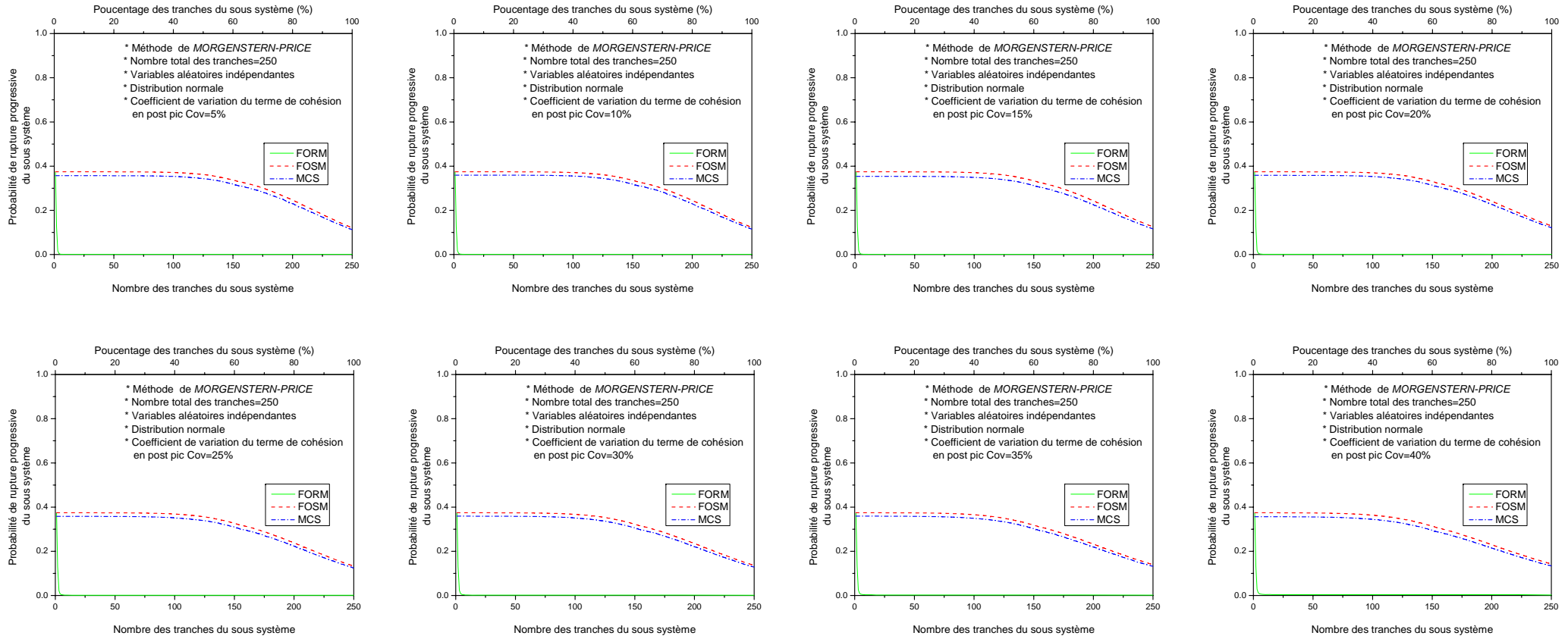
**Figure A1-6 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



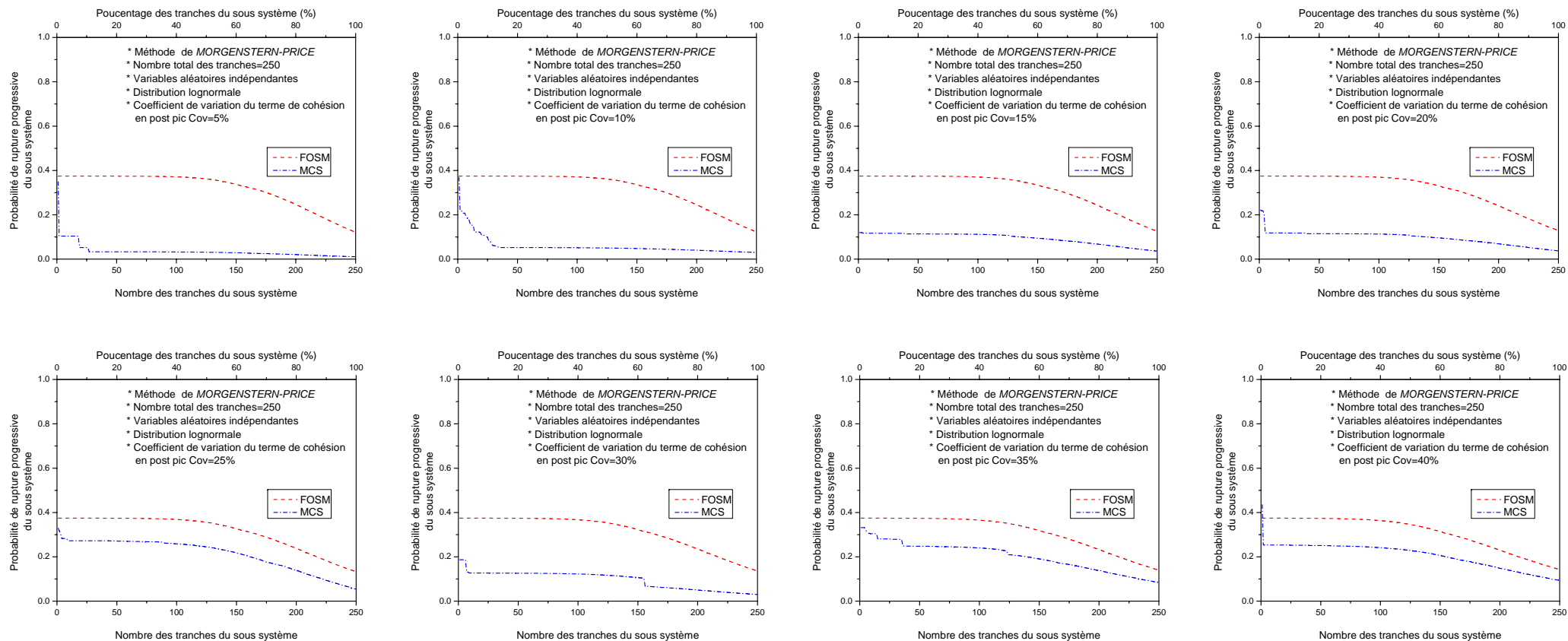
**Figure A1-7 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



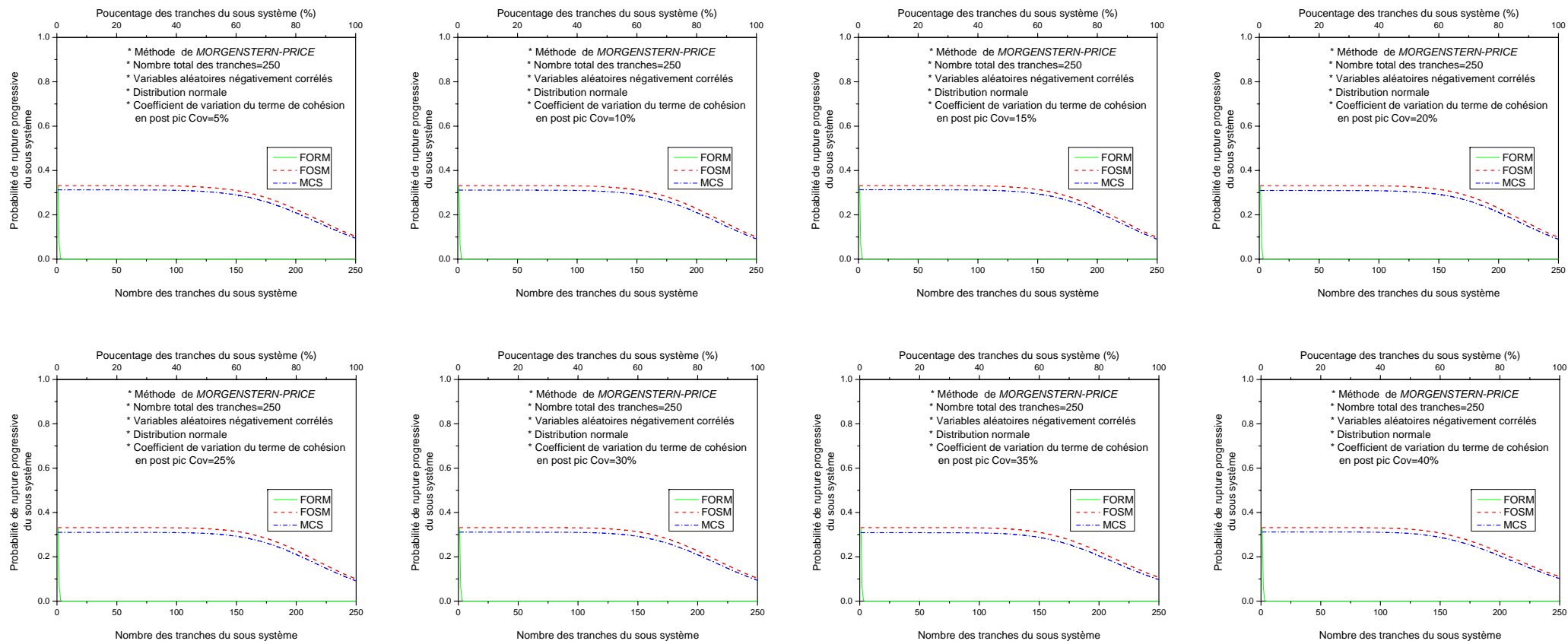
**Figure A1-8 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



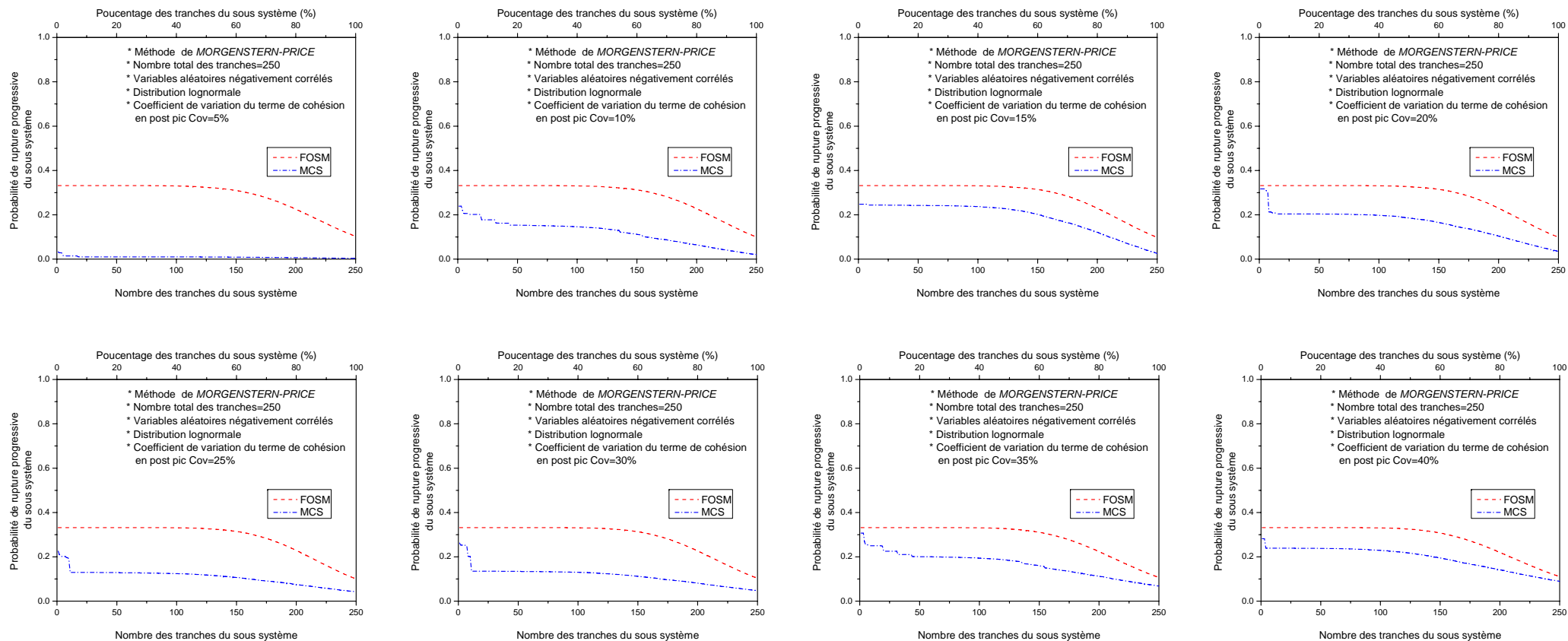
**Figure A1-9 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.



**Figure A1-10 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

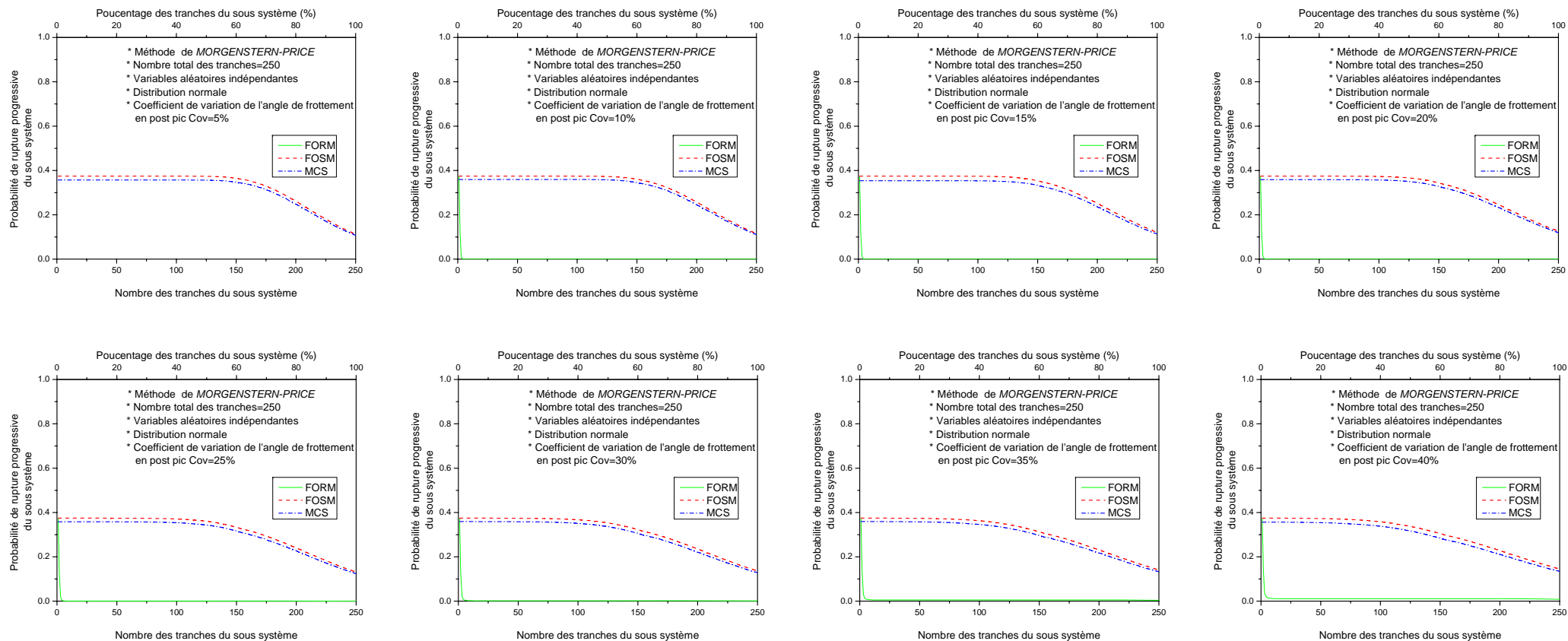


**Figure A1-11 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

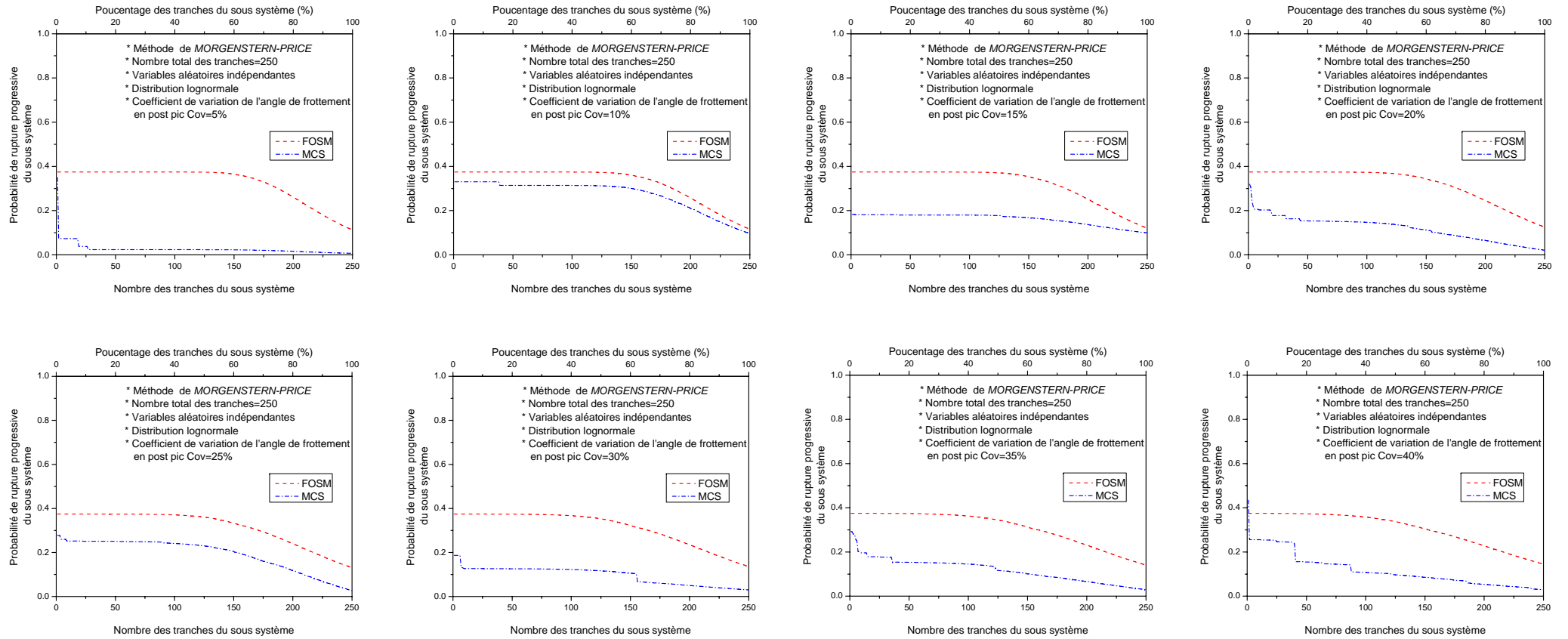


**Figure A1-12 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

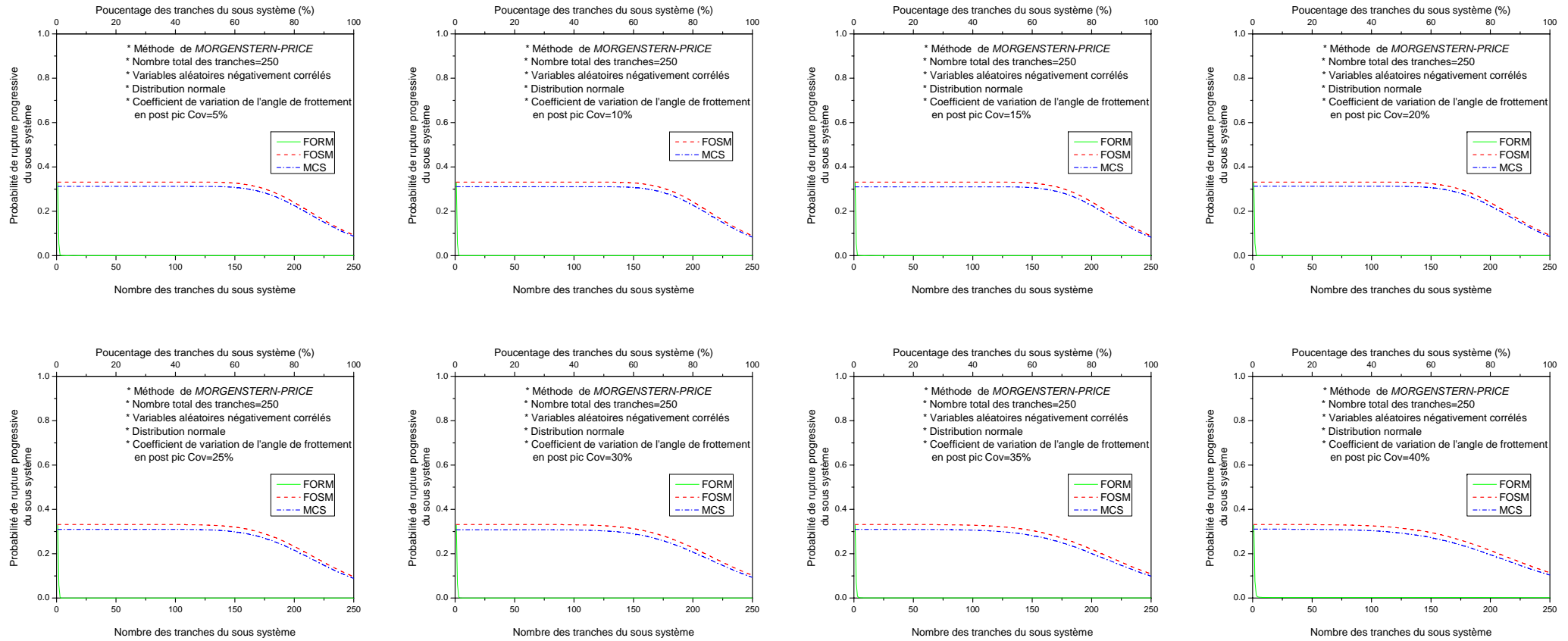




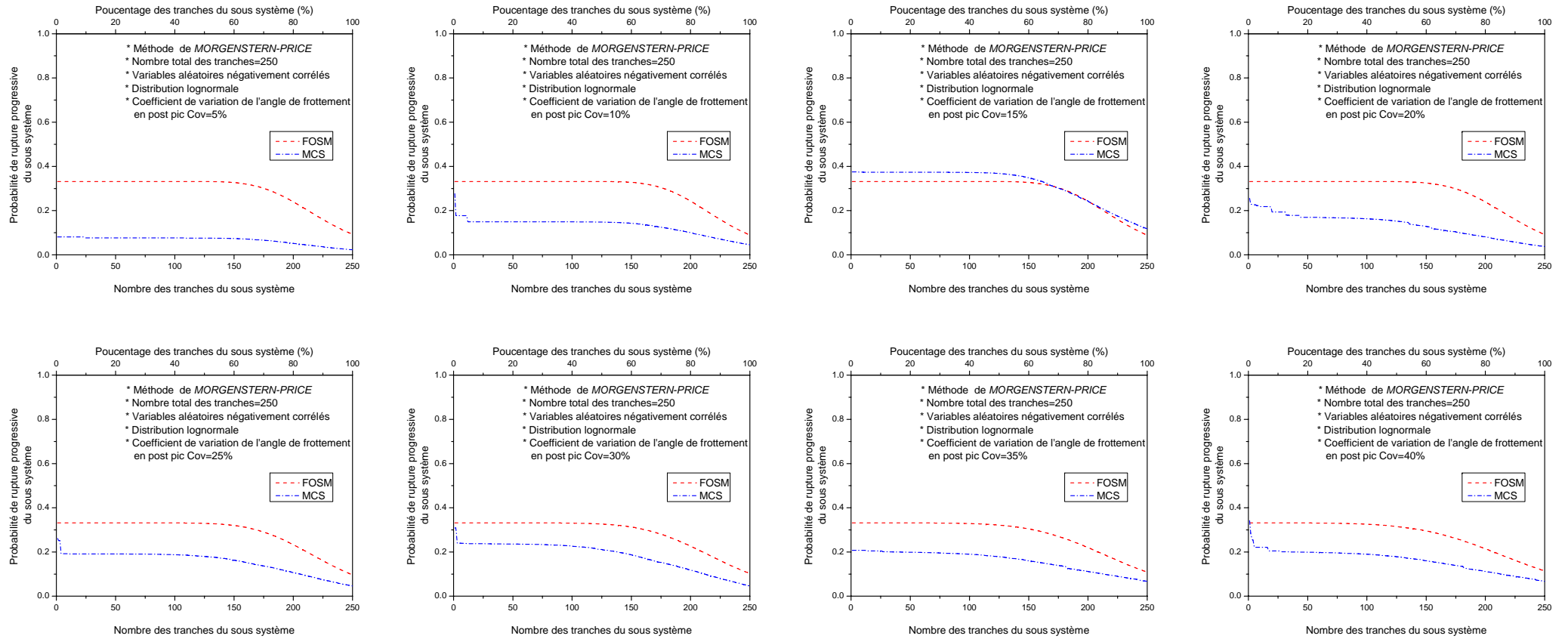
**Figure A1-13 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



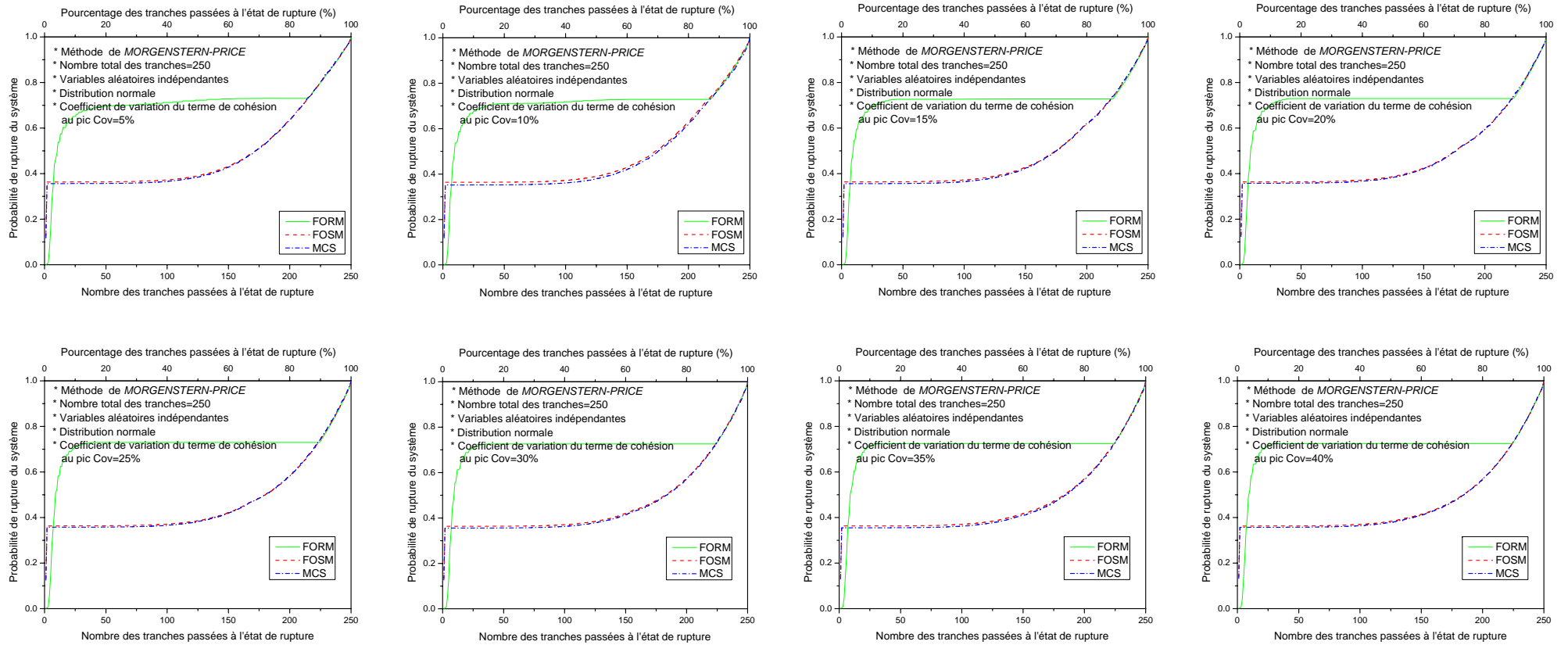
**Figure A1-14 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



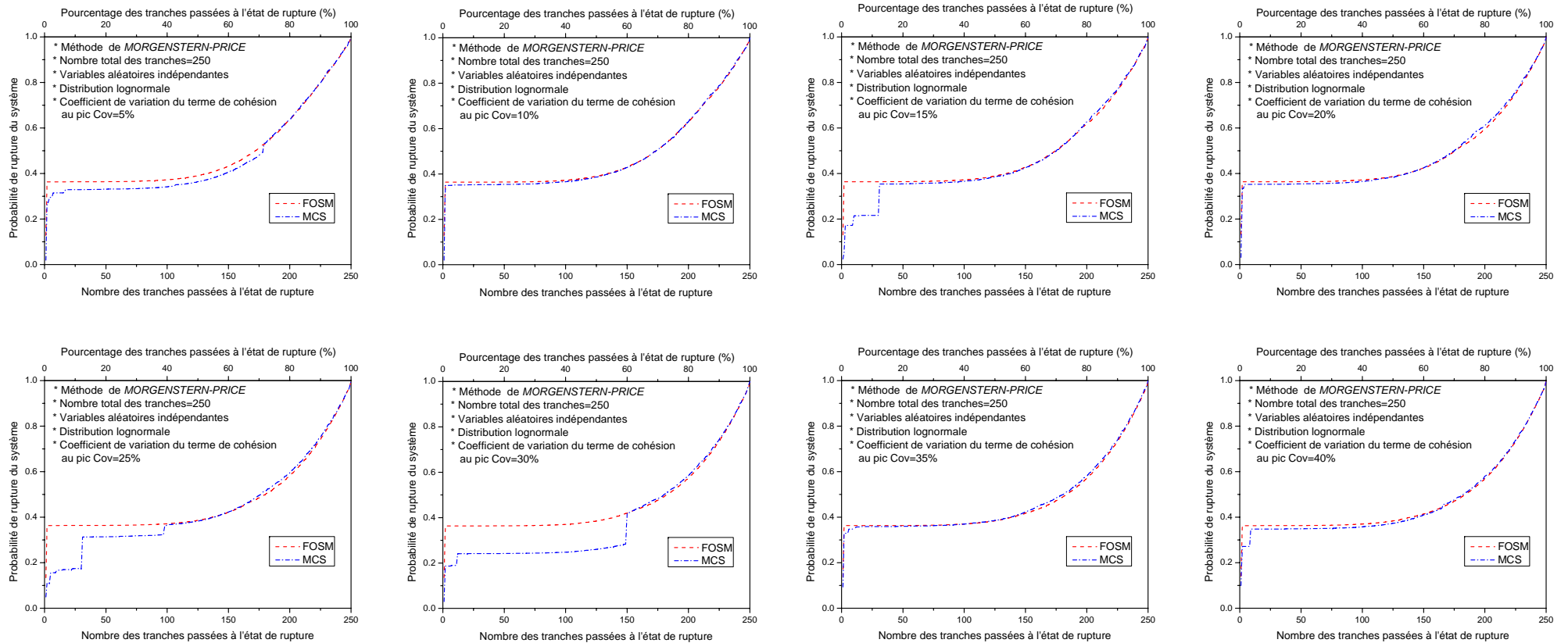
**Figure A1-15 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



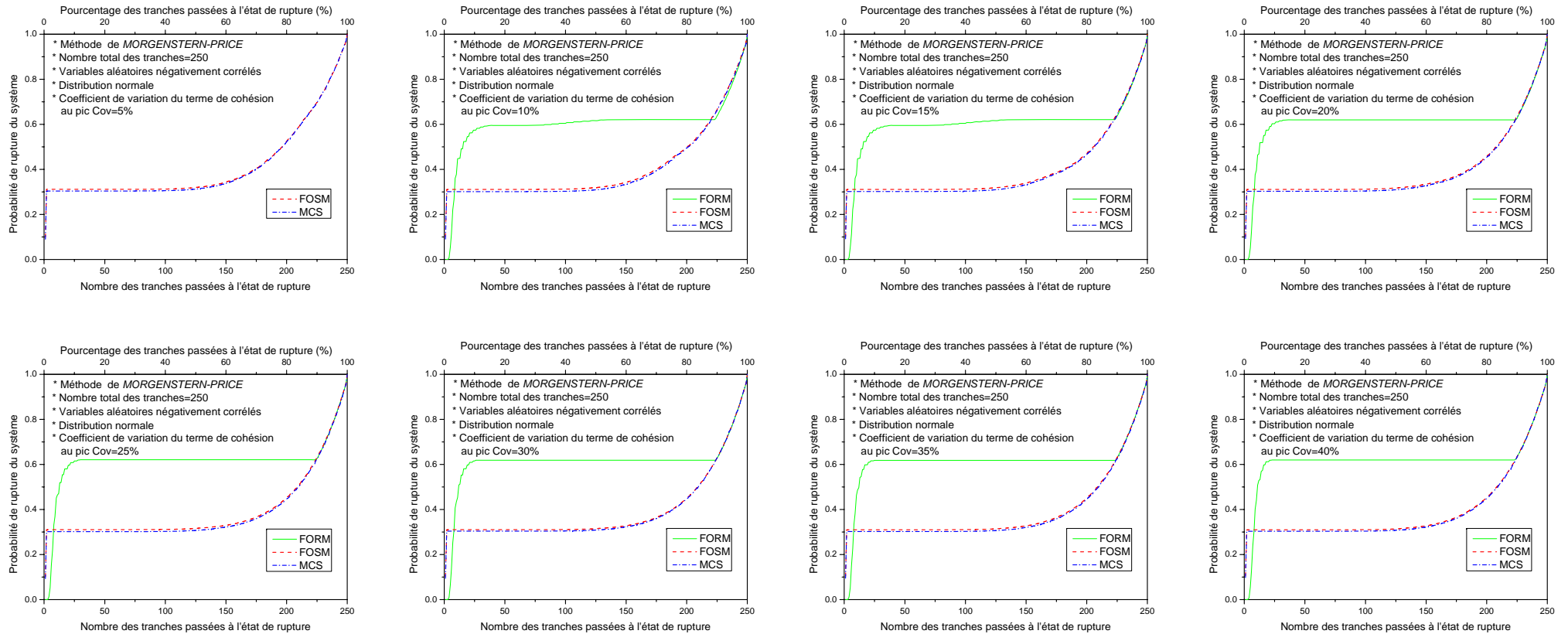
**Figure A1-16 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de MORGENSTERN-PRICE, --Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



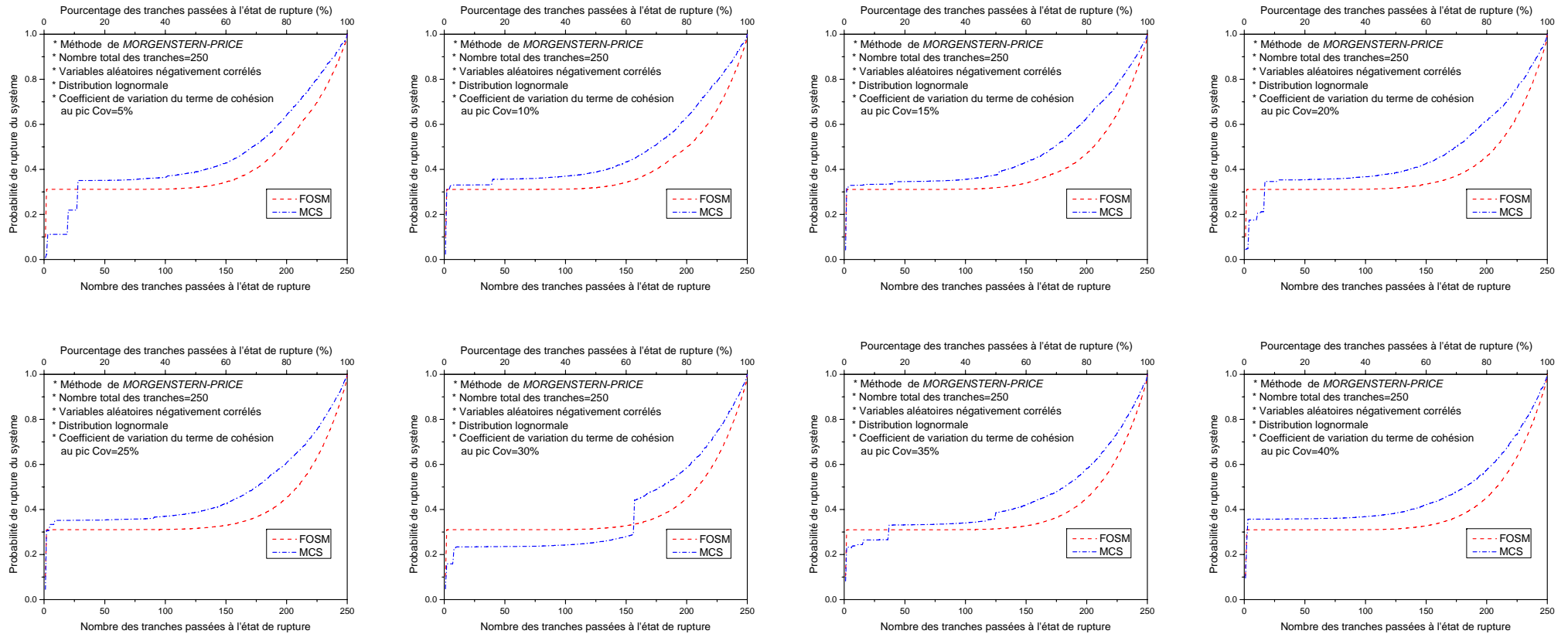
**Figure A2-1 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, -- Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.



**Figure A2-2 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

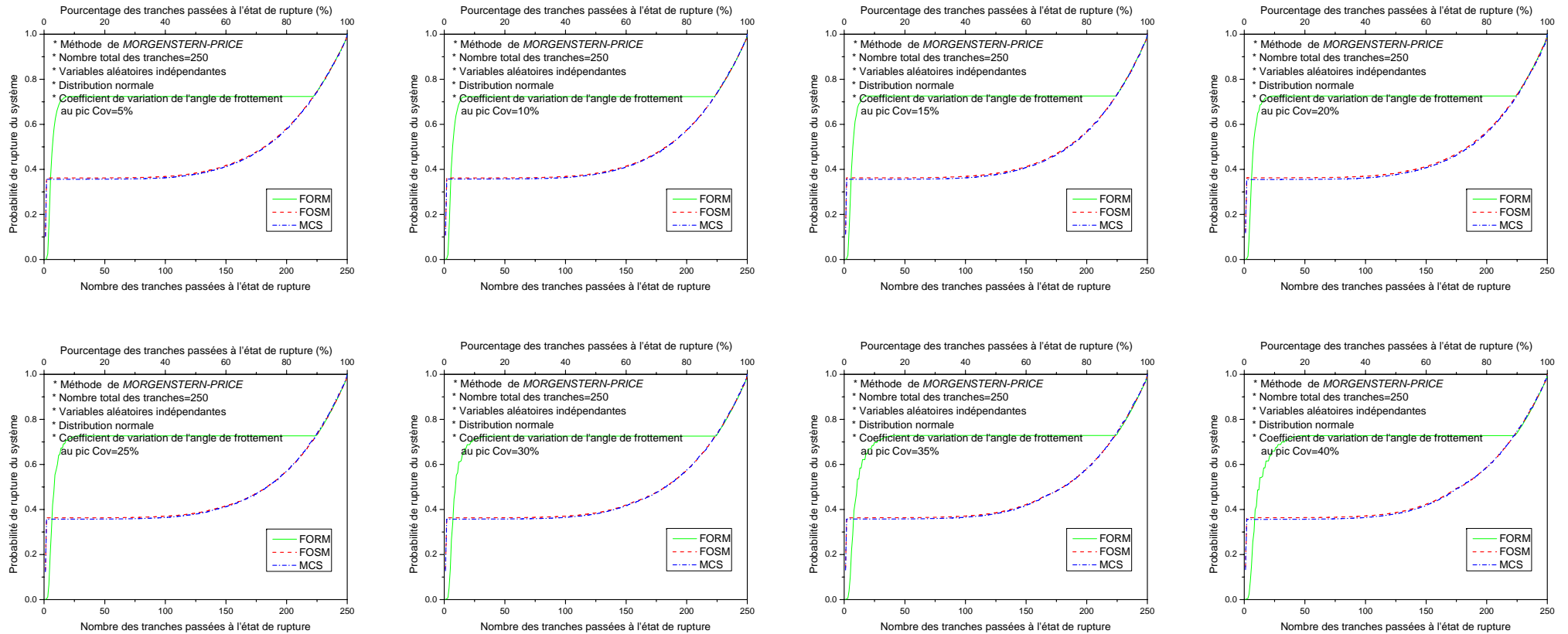


**Figure A2-3 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

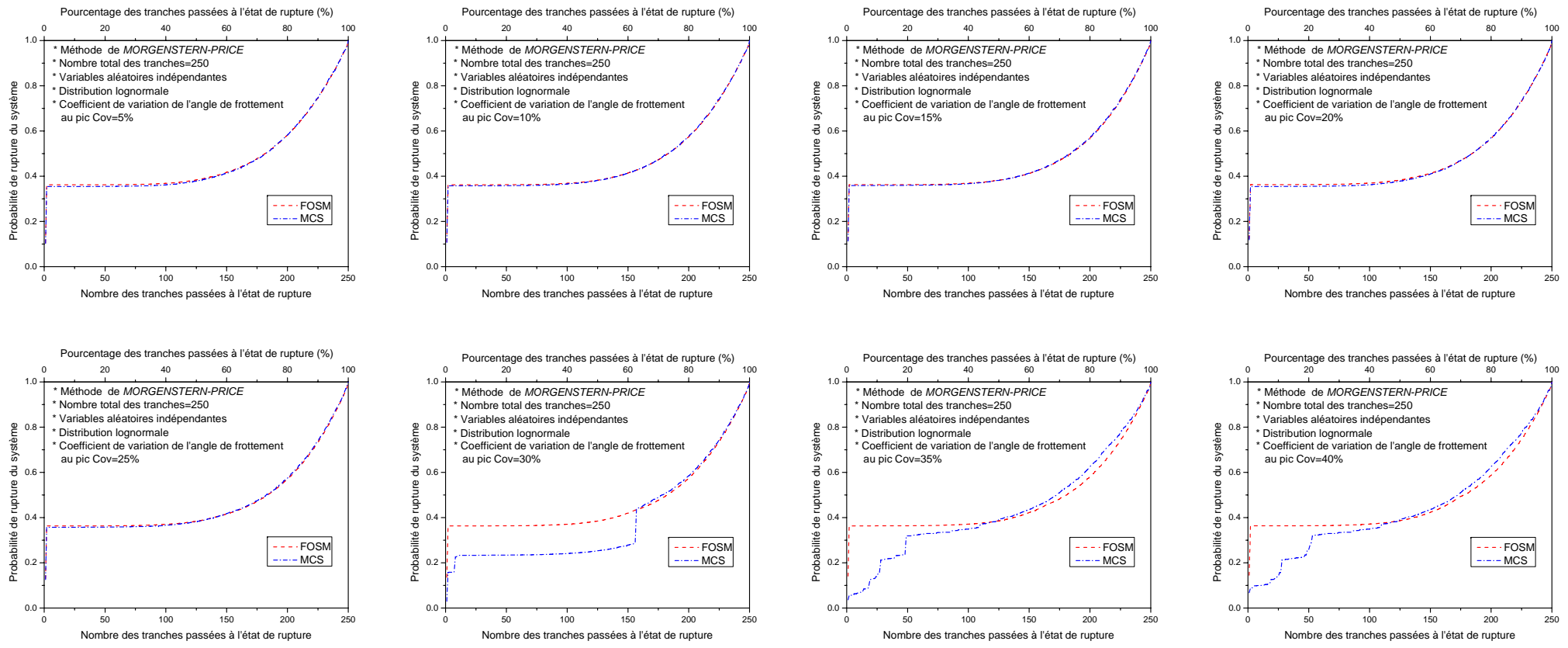


**Figure A2-4 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

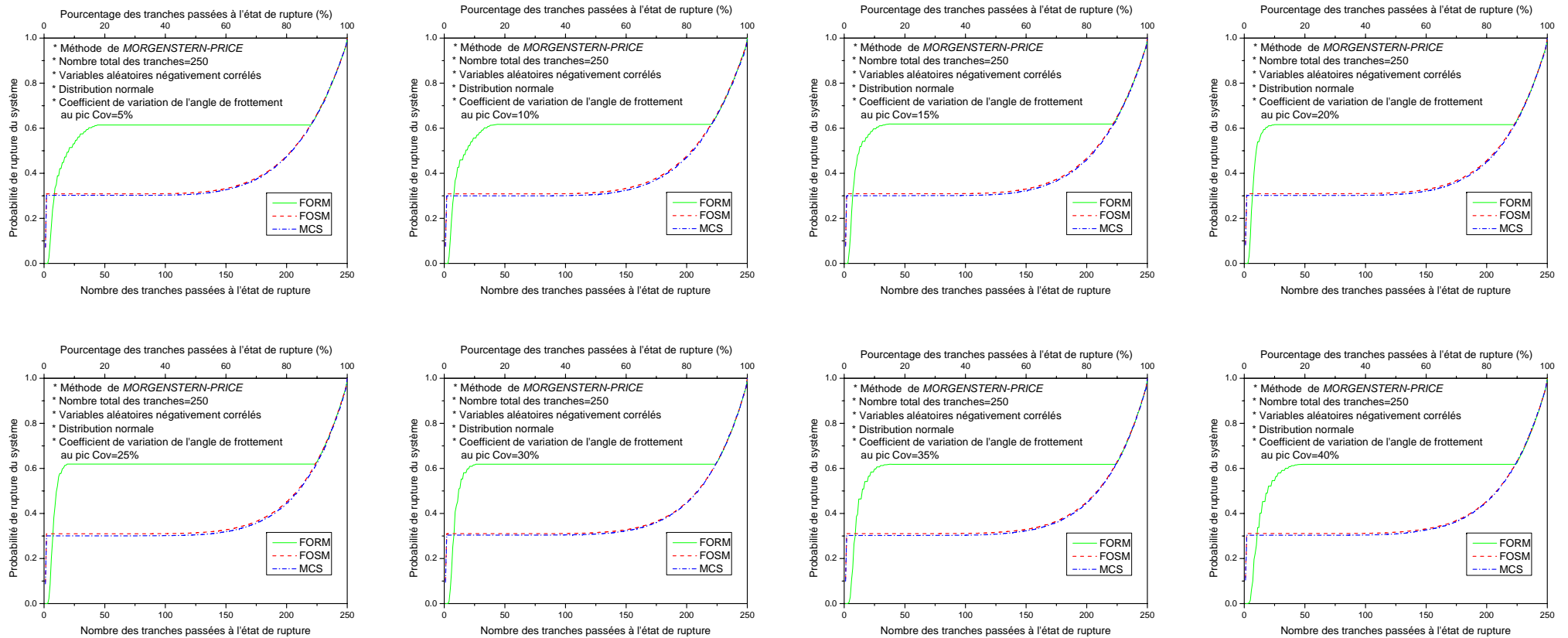




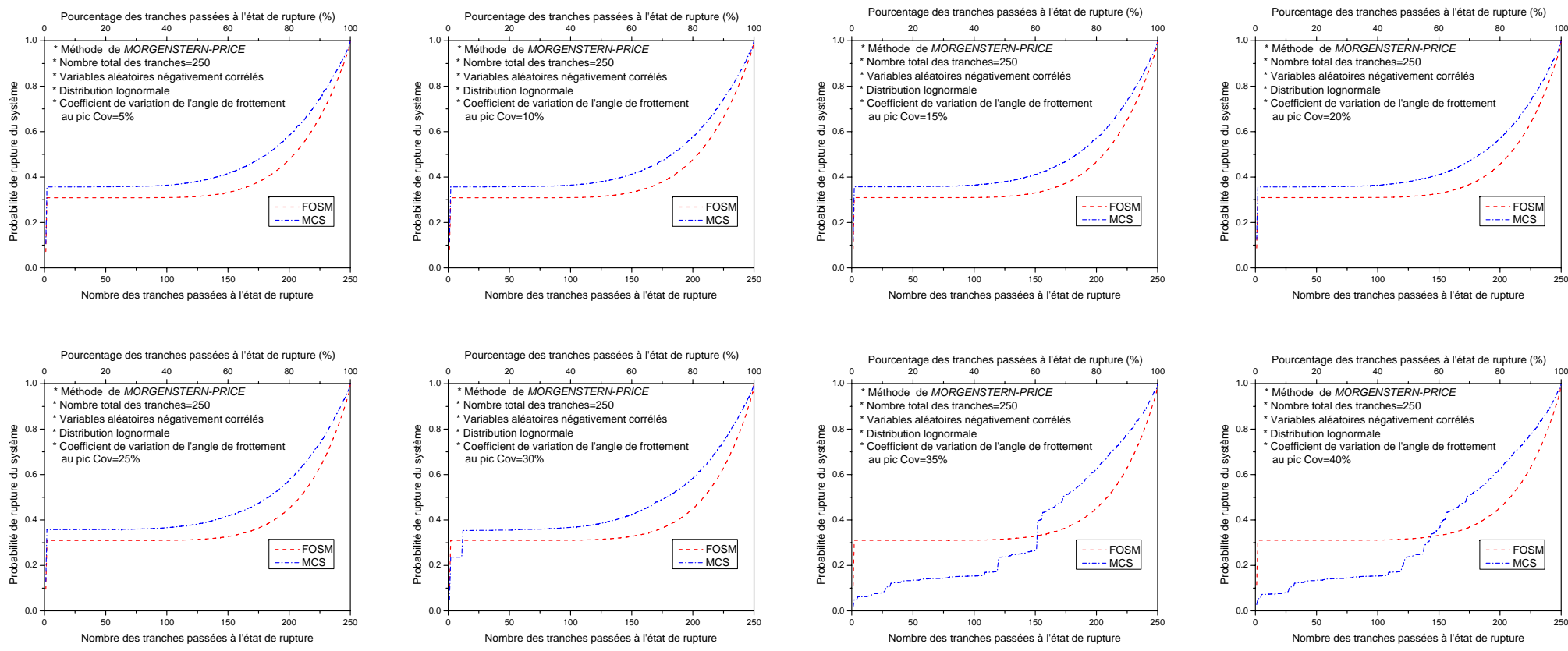
**Figure A2-5 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



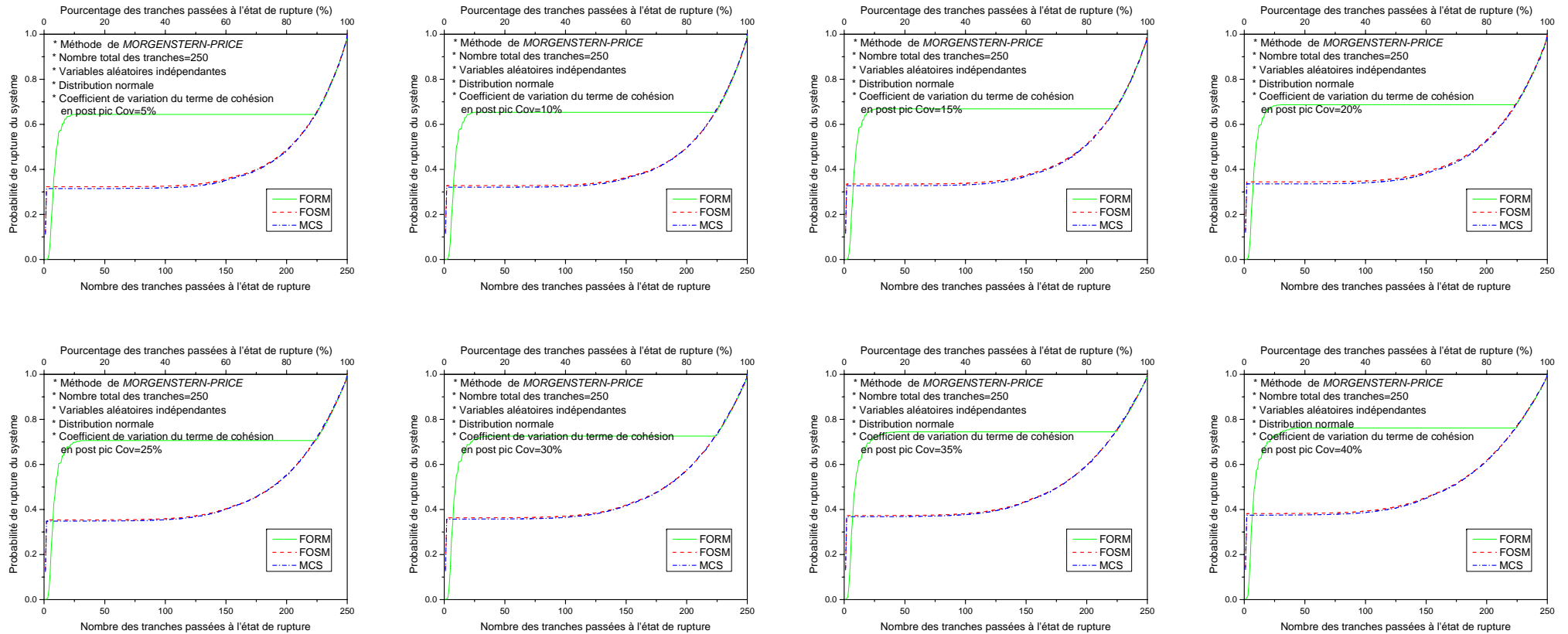
**Figure A2-6 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



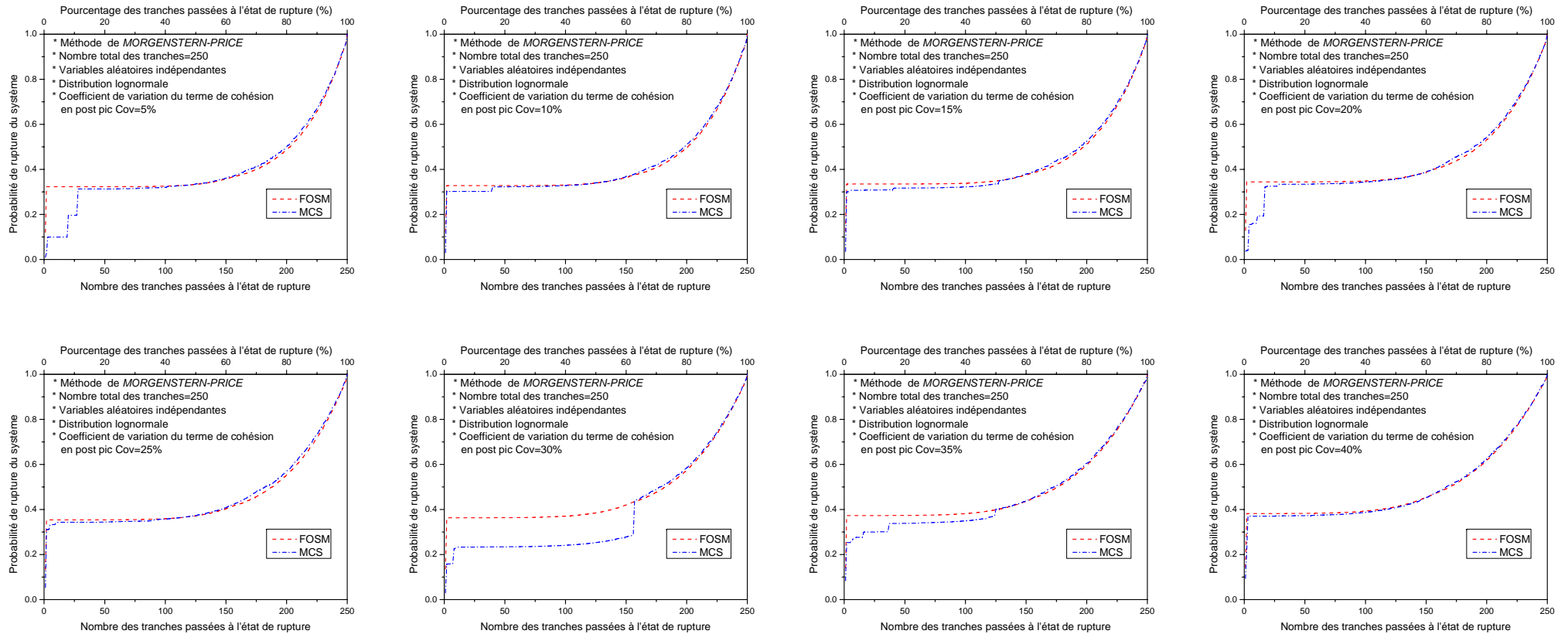
**Figure A2-7 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE,-- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



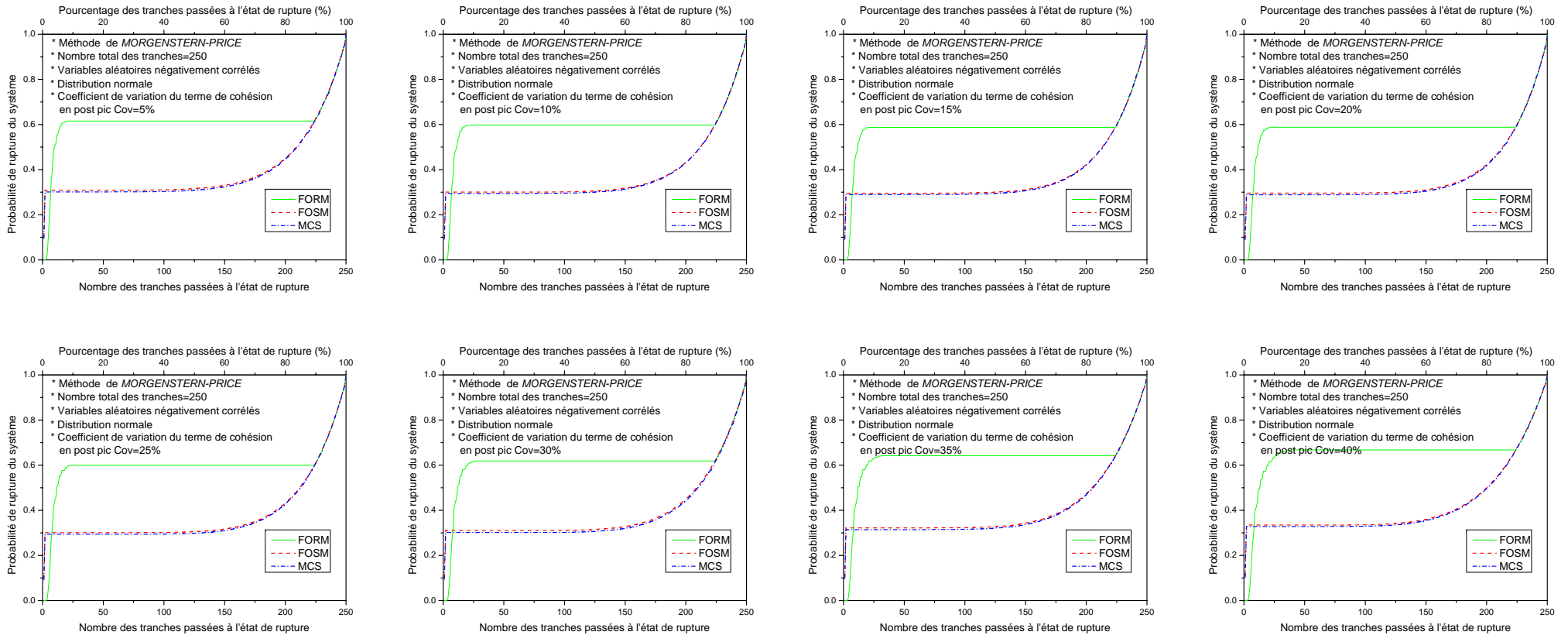
**Figure A2-8 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE,-- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



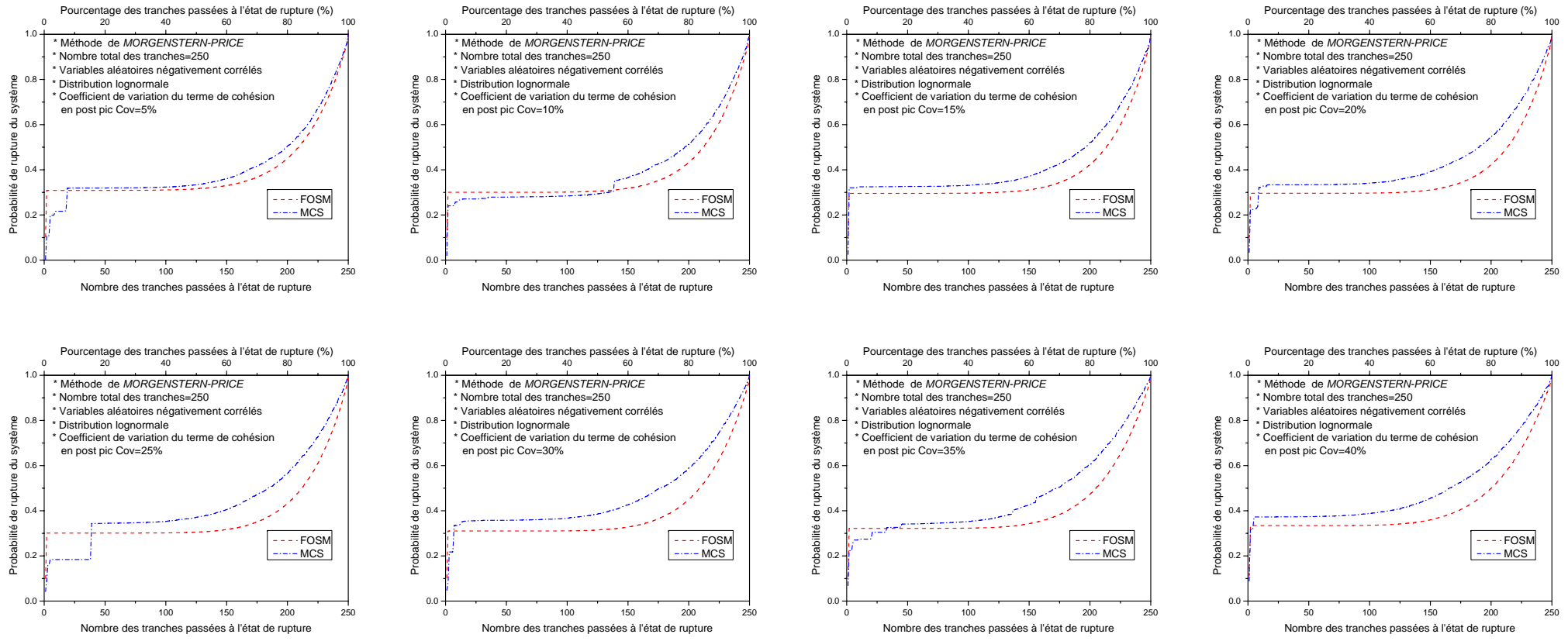
**Figure A2-9 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.



**Figure A2-10 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

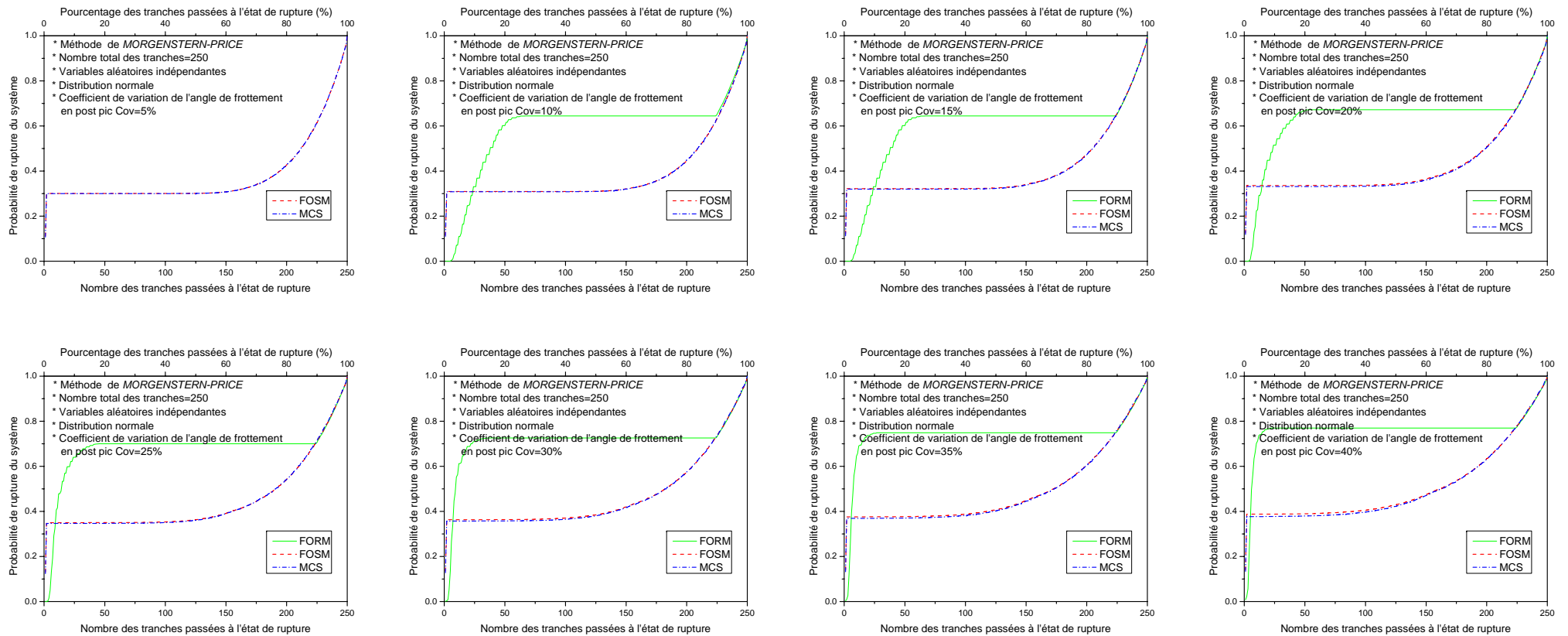


**Figure A2-11 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

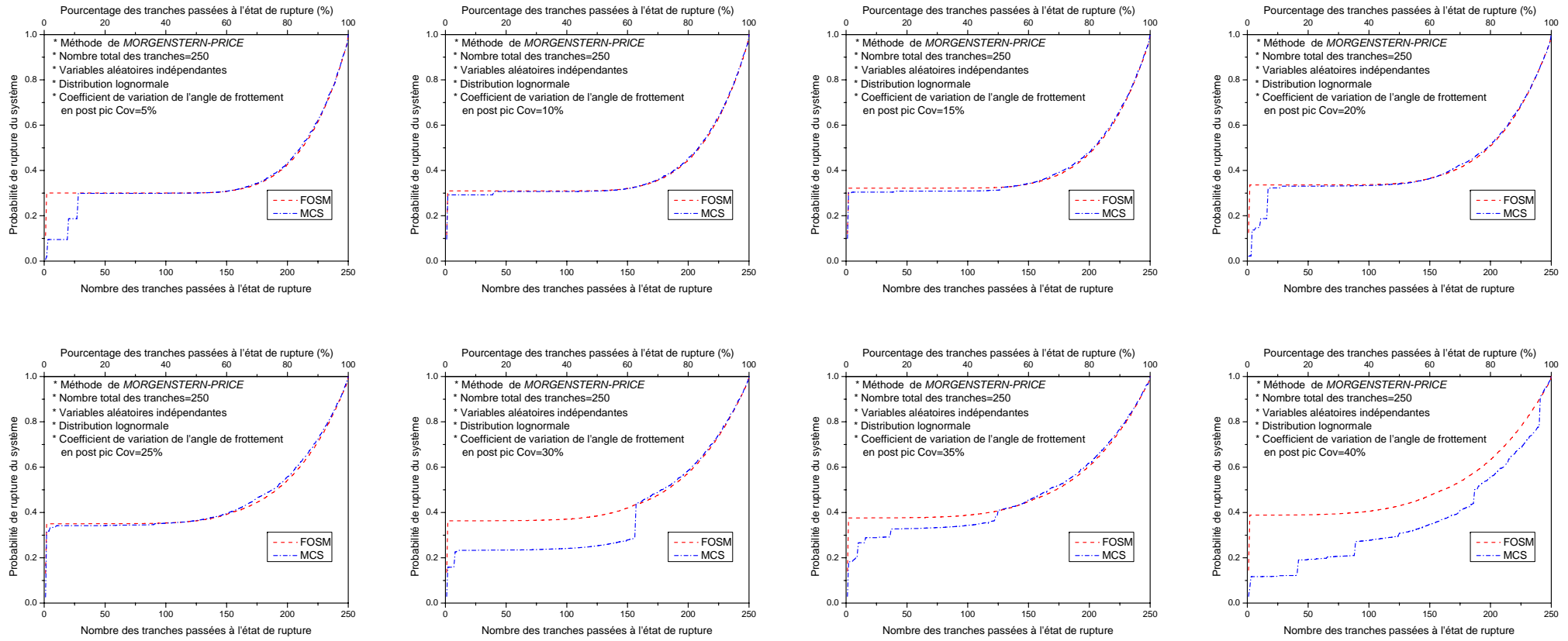


**Figure A2-12 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

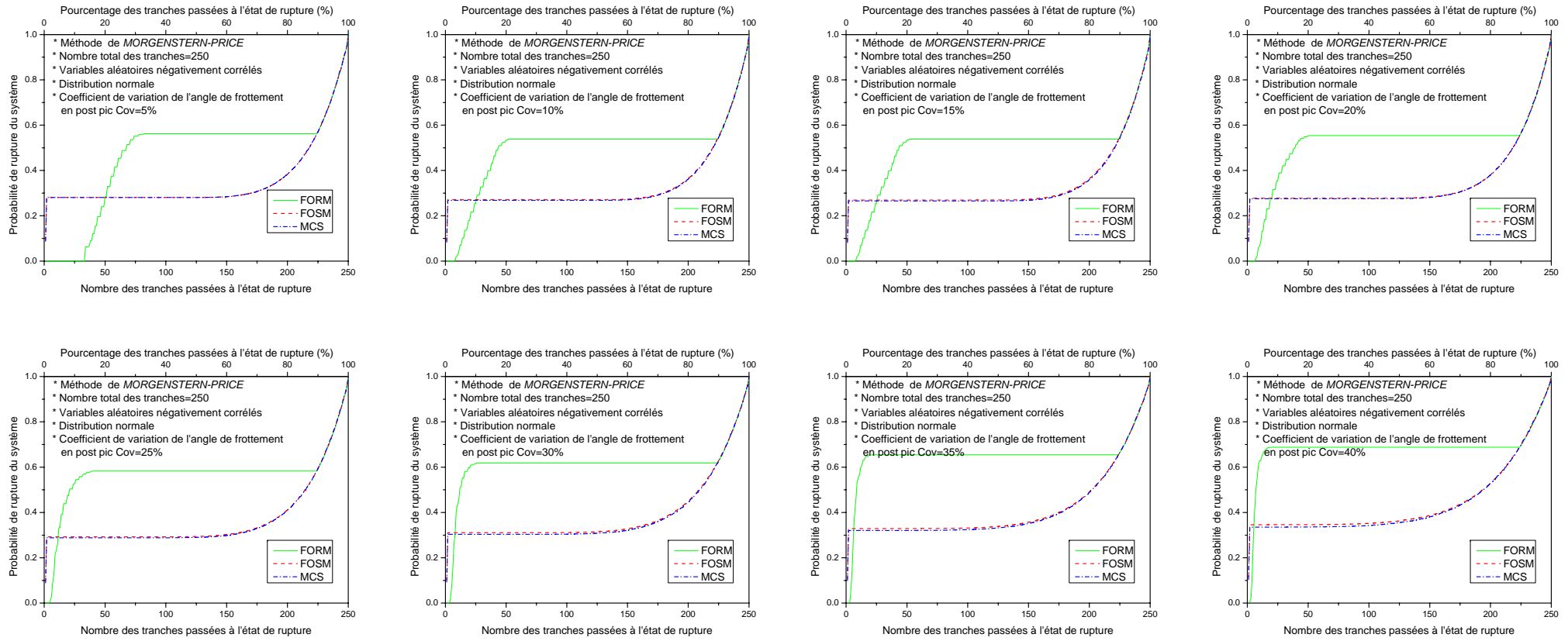




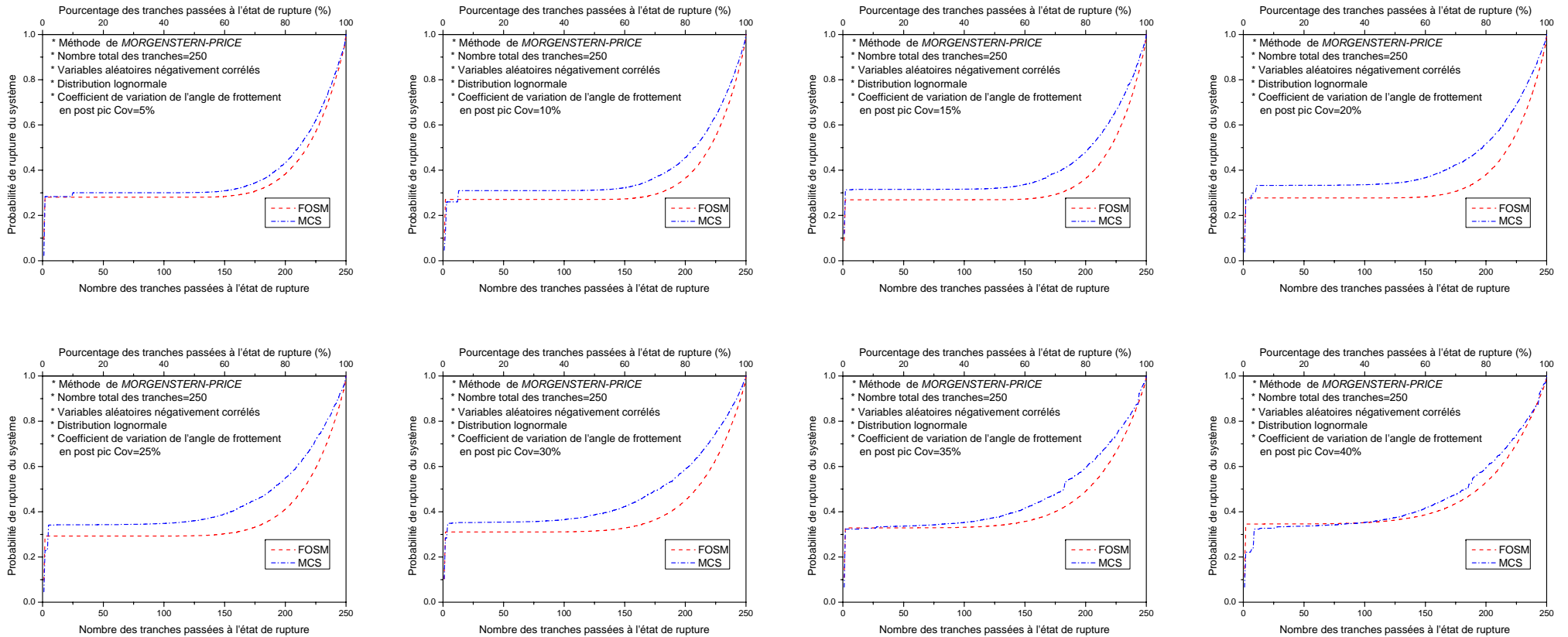
**Figure A2-13 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



**Figure A2-14 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



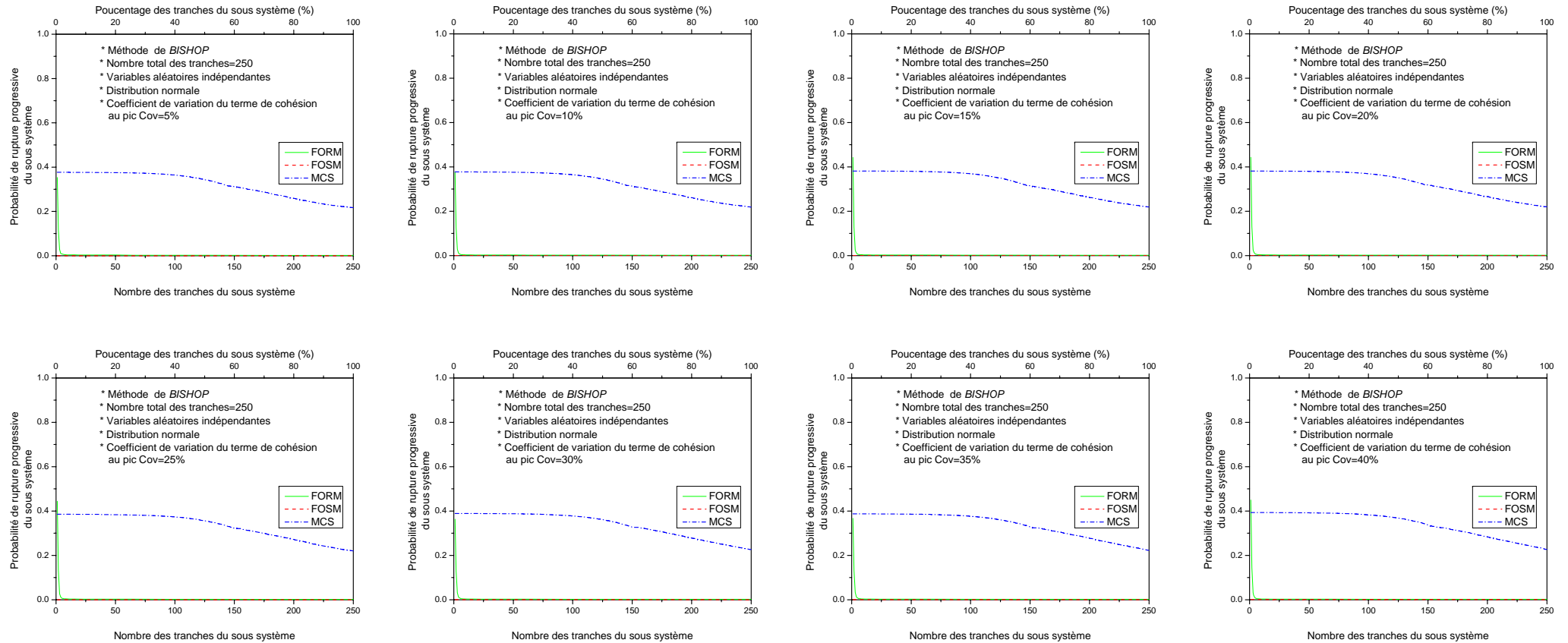
**Figure A2-15 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



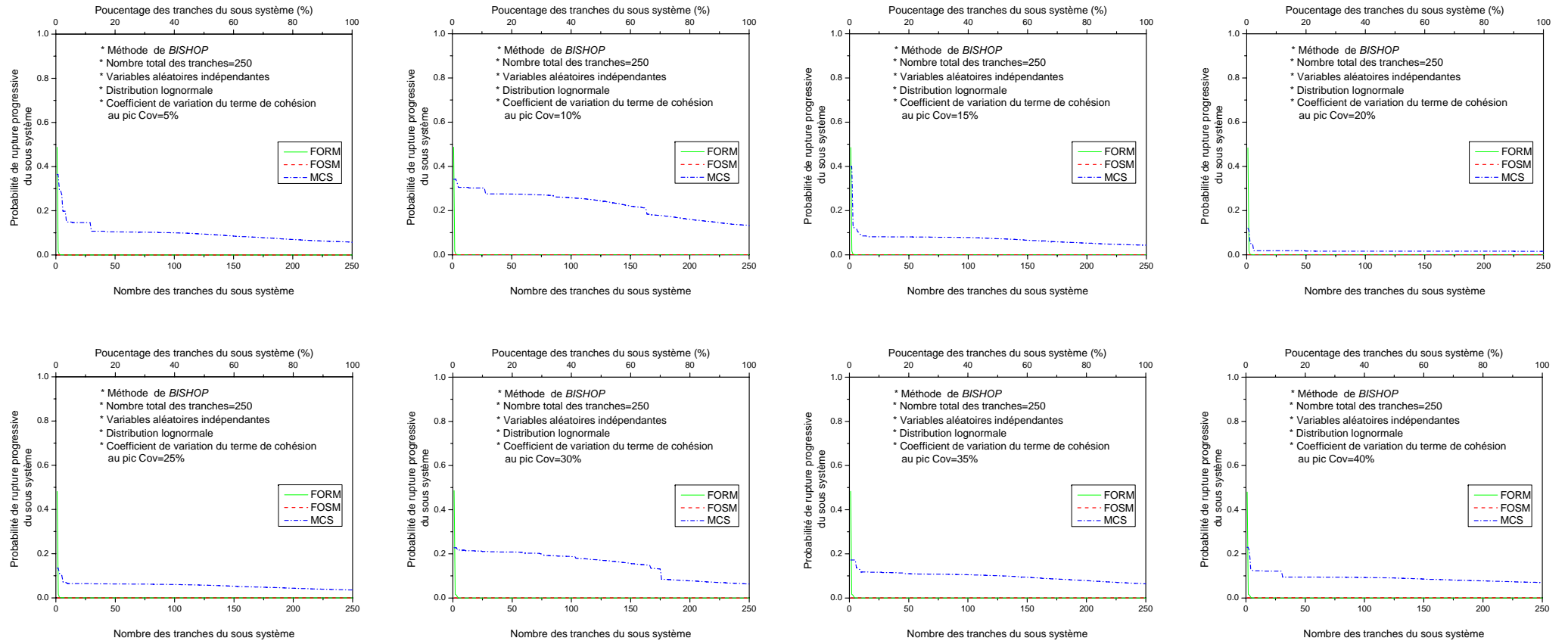
**Figure A2-16 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de MORGENSTERN-PRICE, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.

**ANNEXE B**

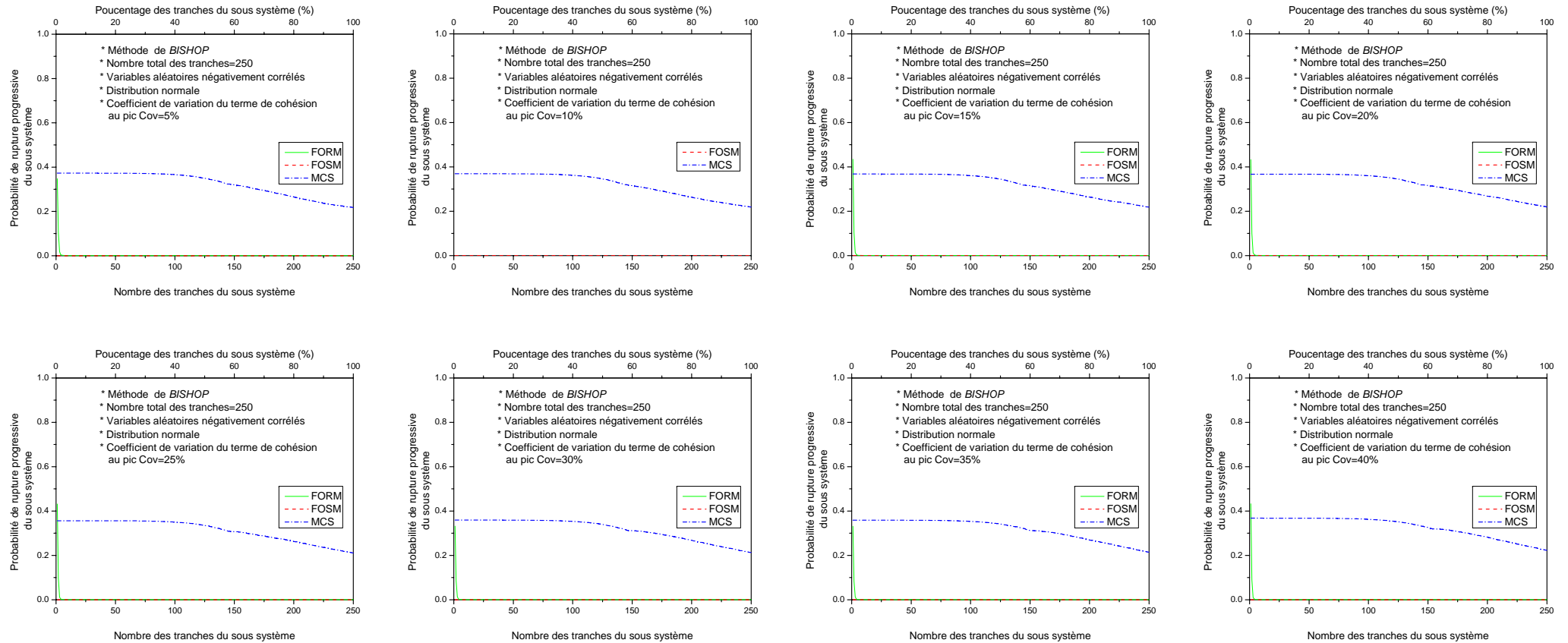
**RESULTATS D'ANALYSE  
PROBABILISTE, --Méthode  
déterministe de BISHOP**



**Figure B1-1 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

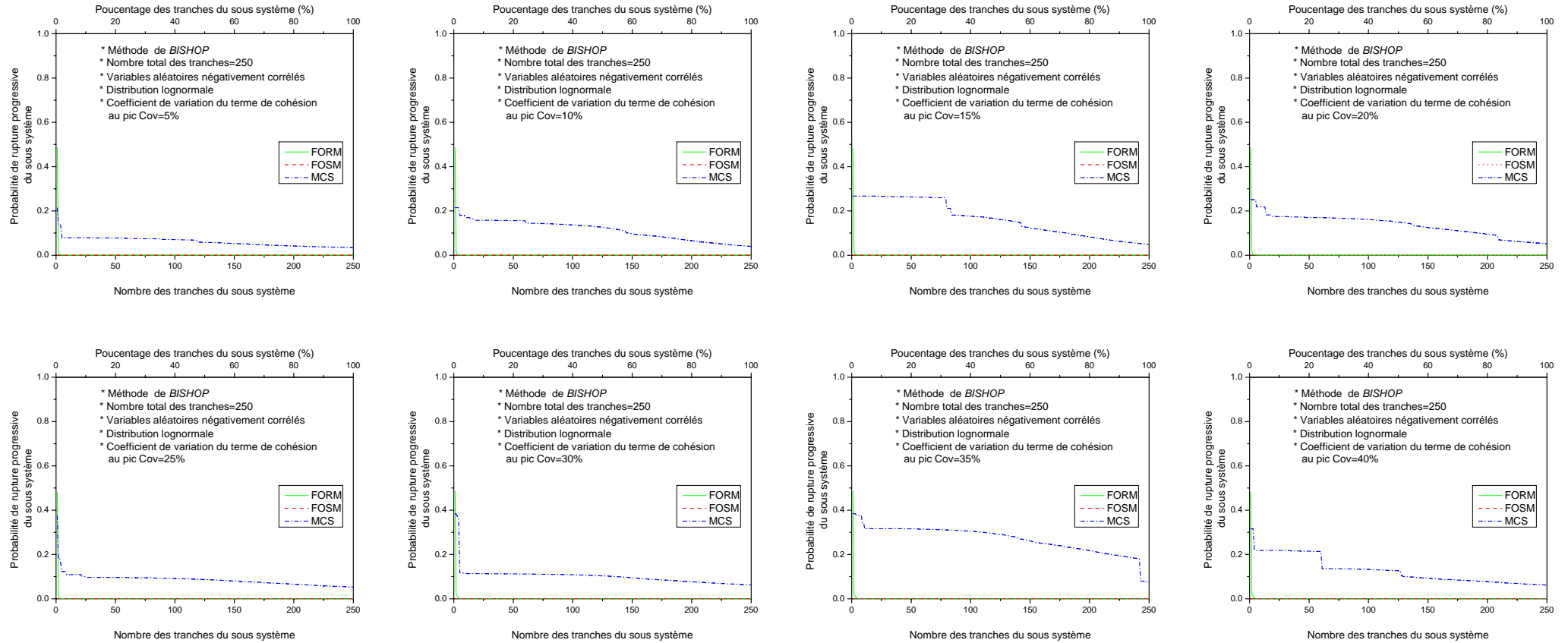


**Figure B1-2 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

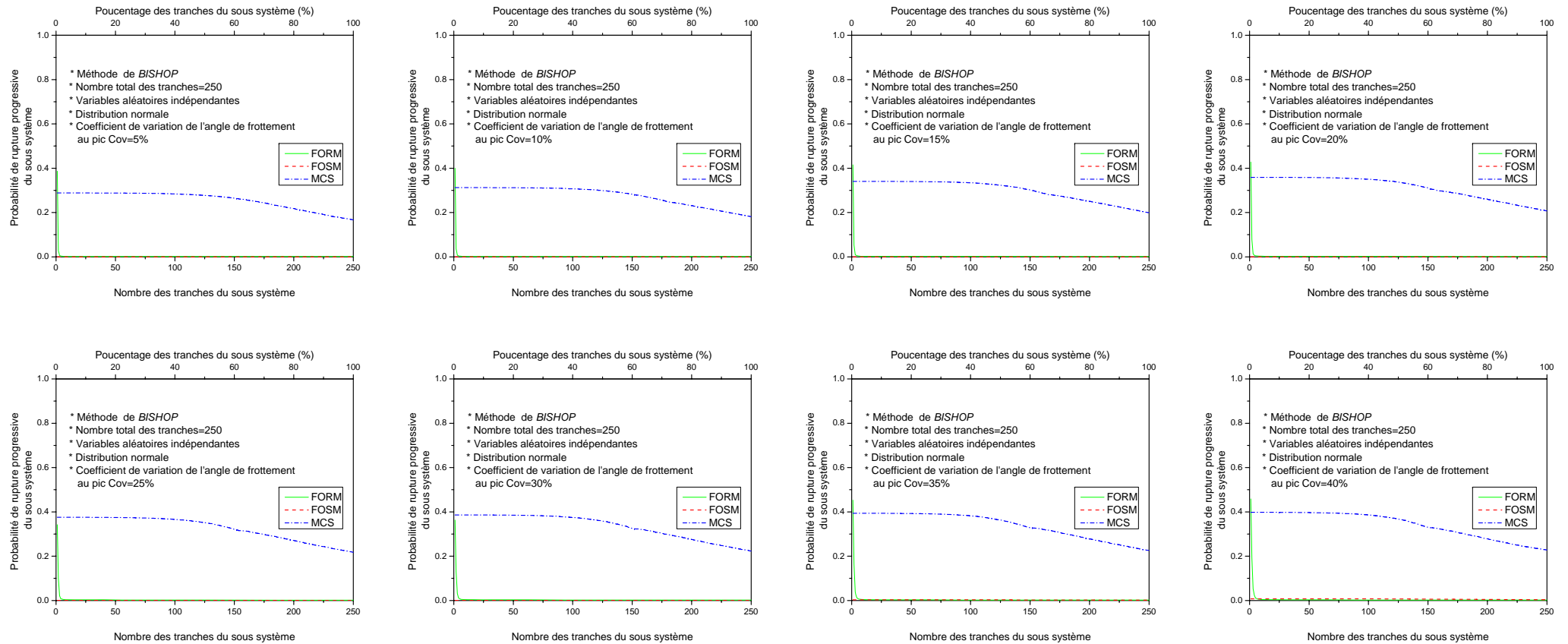


**Figure B1-3 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

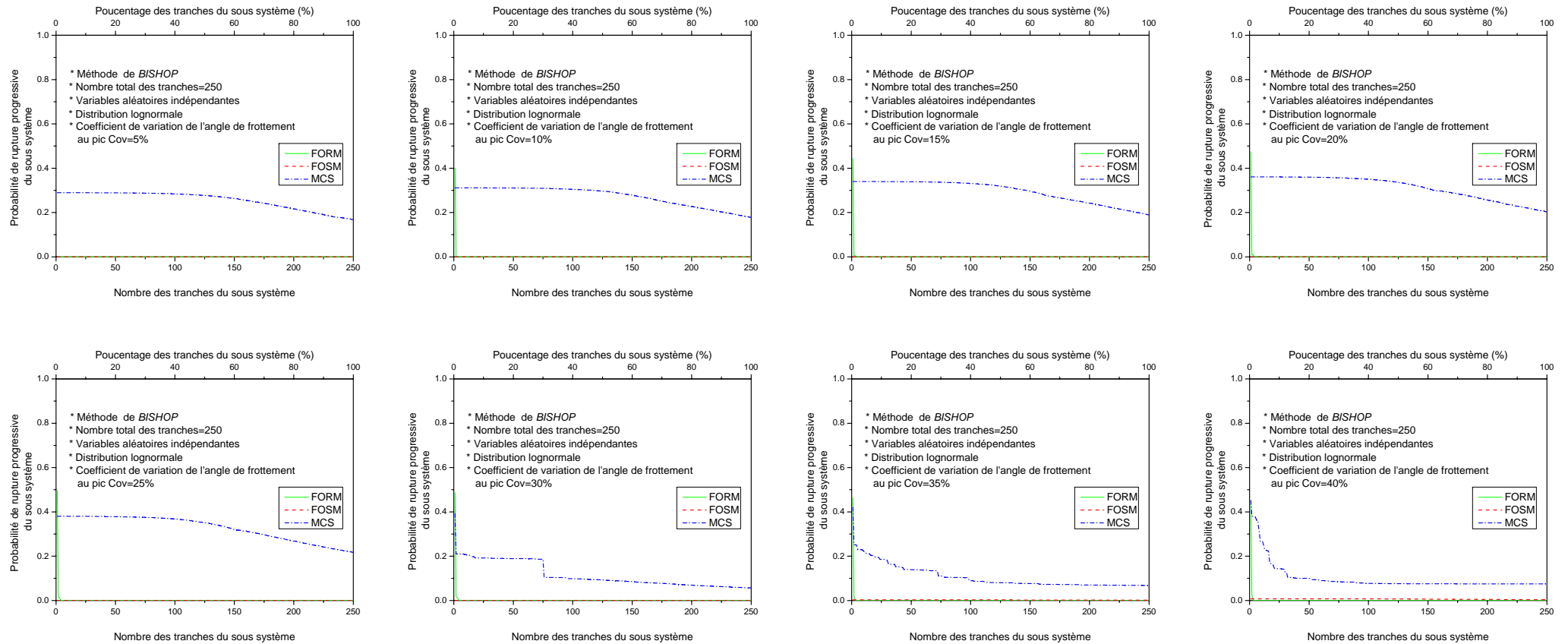




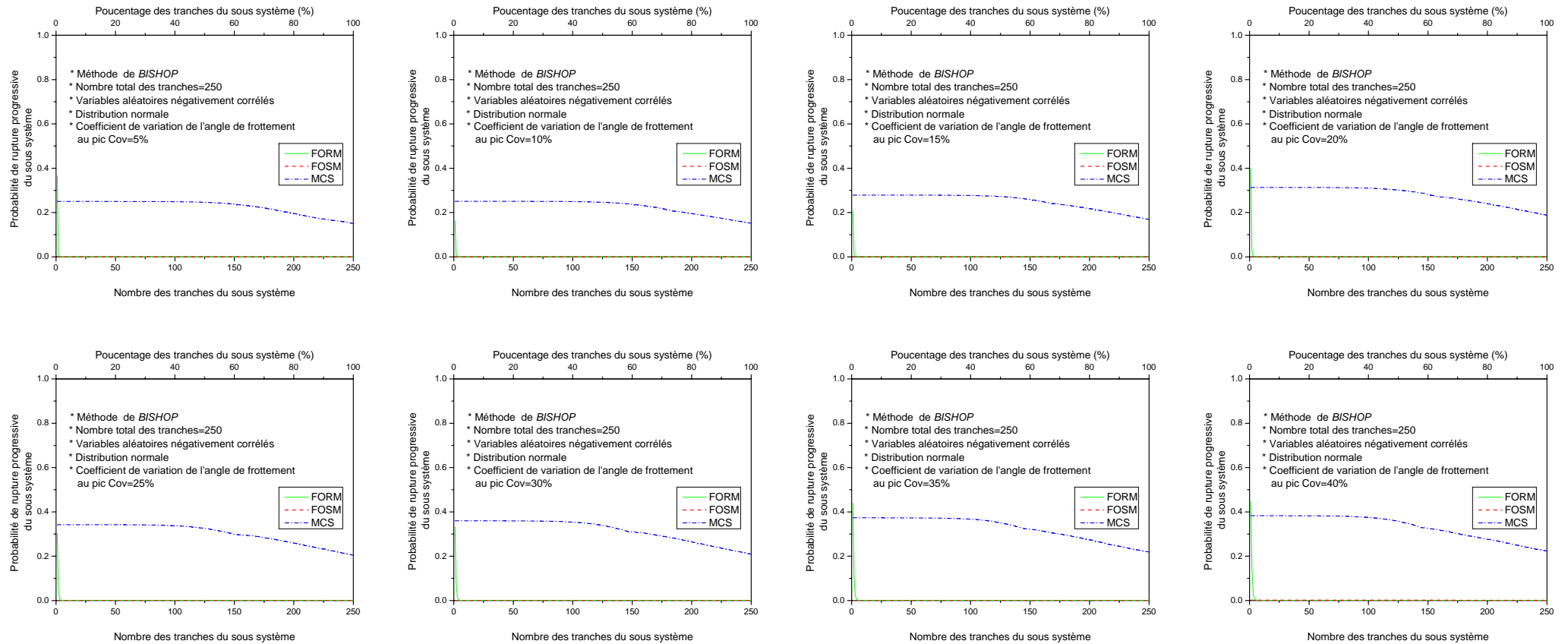
**Figure B1-4 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.



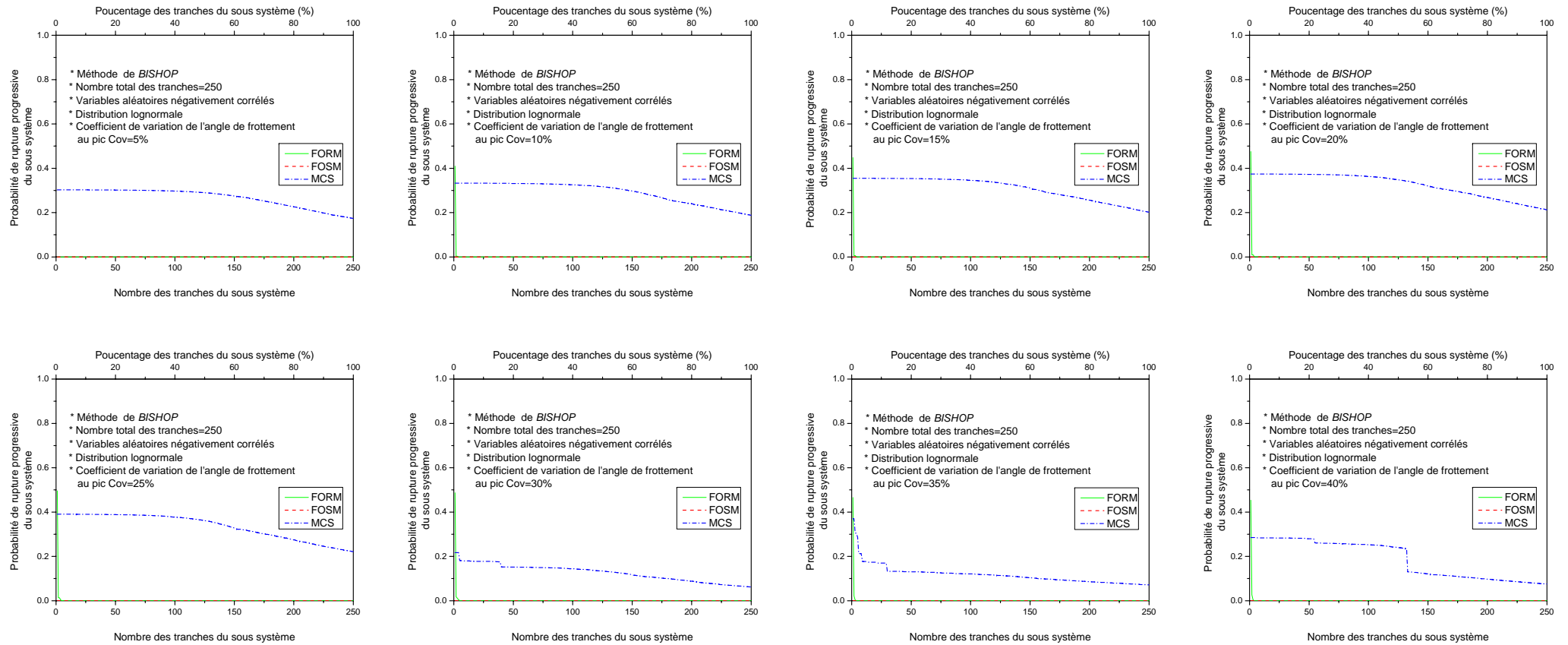
**Figure B1-5 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



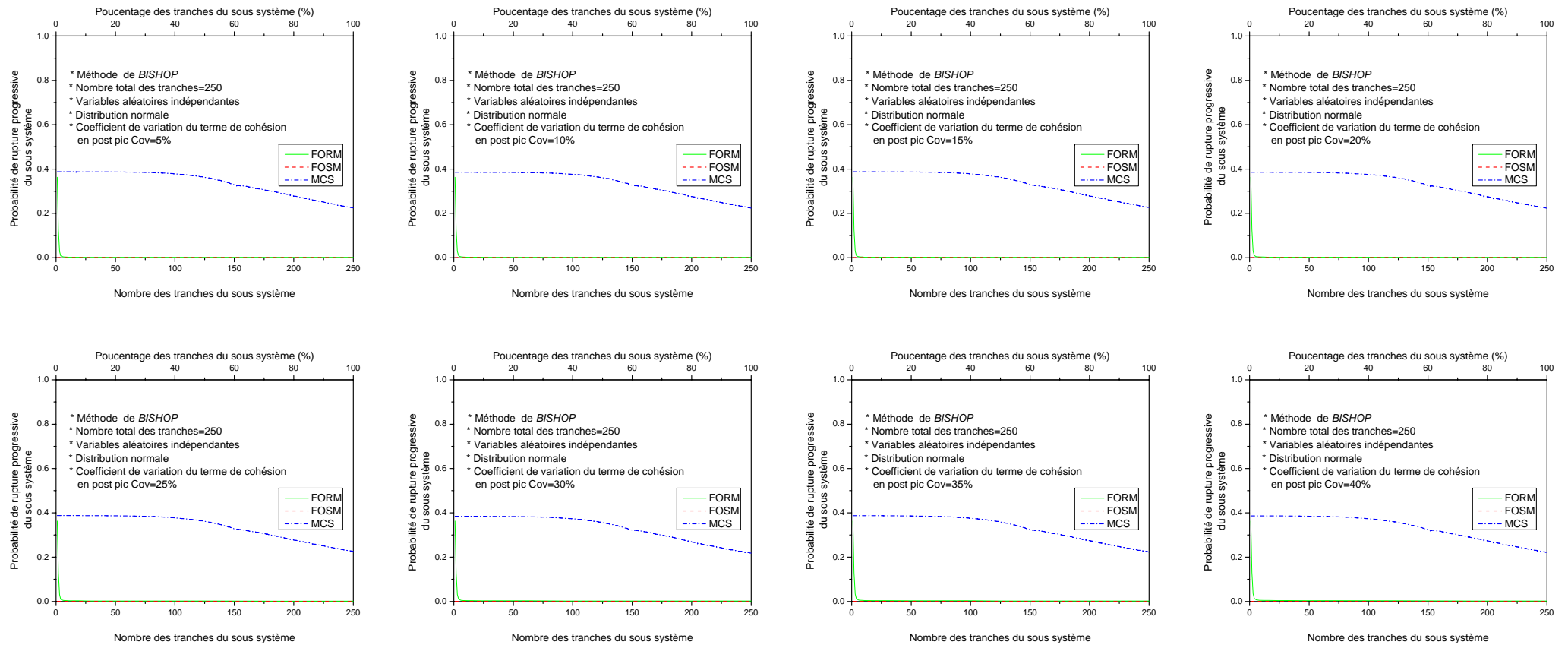
**Figure B1-6 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



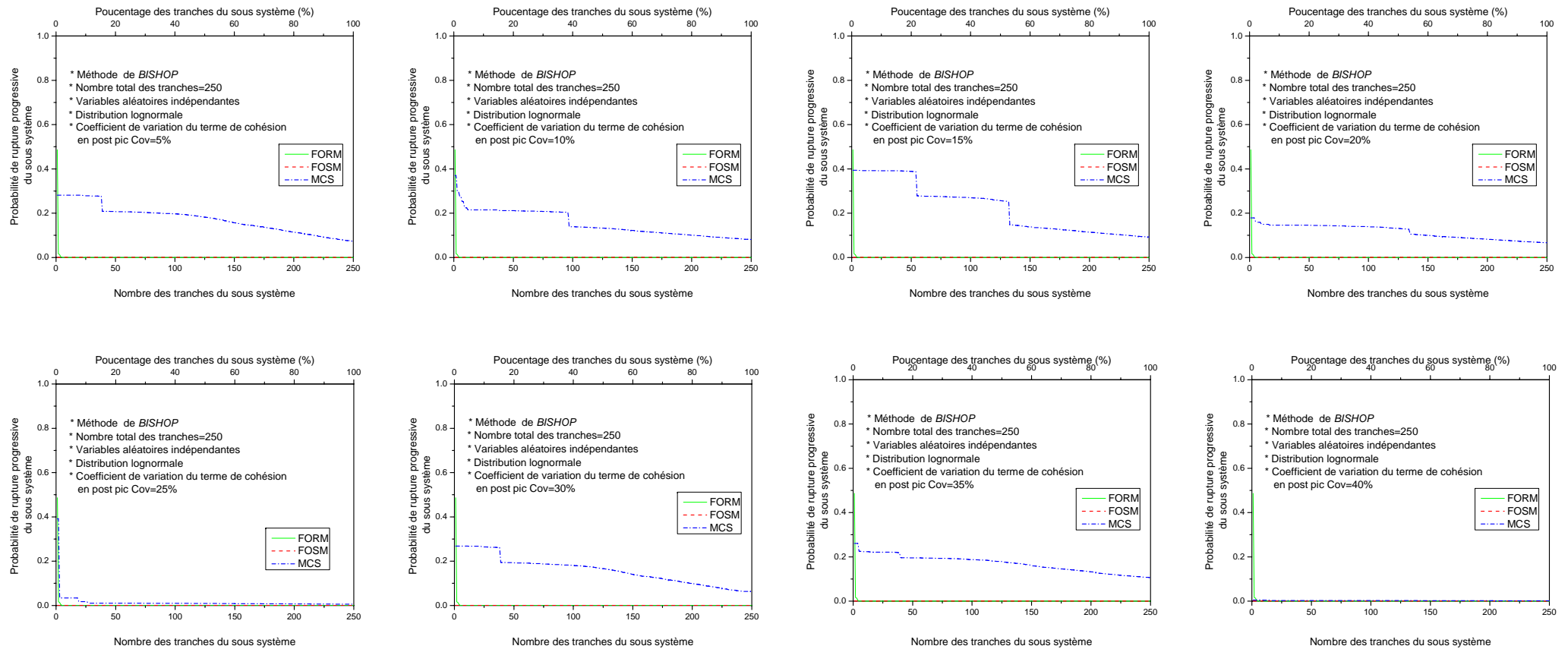
**Figure B2-7 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



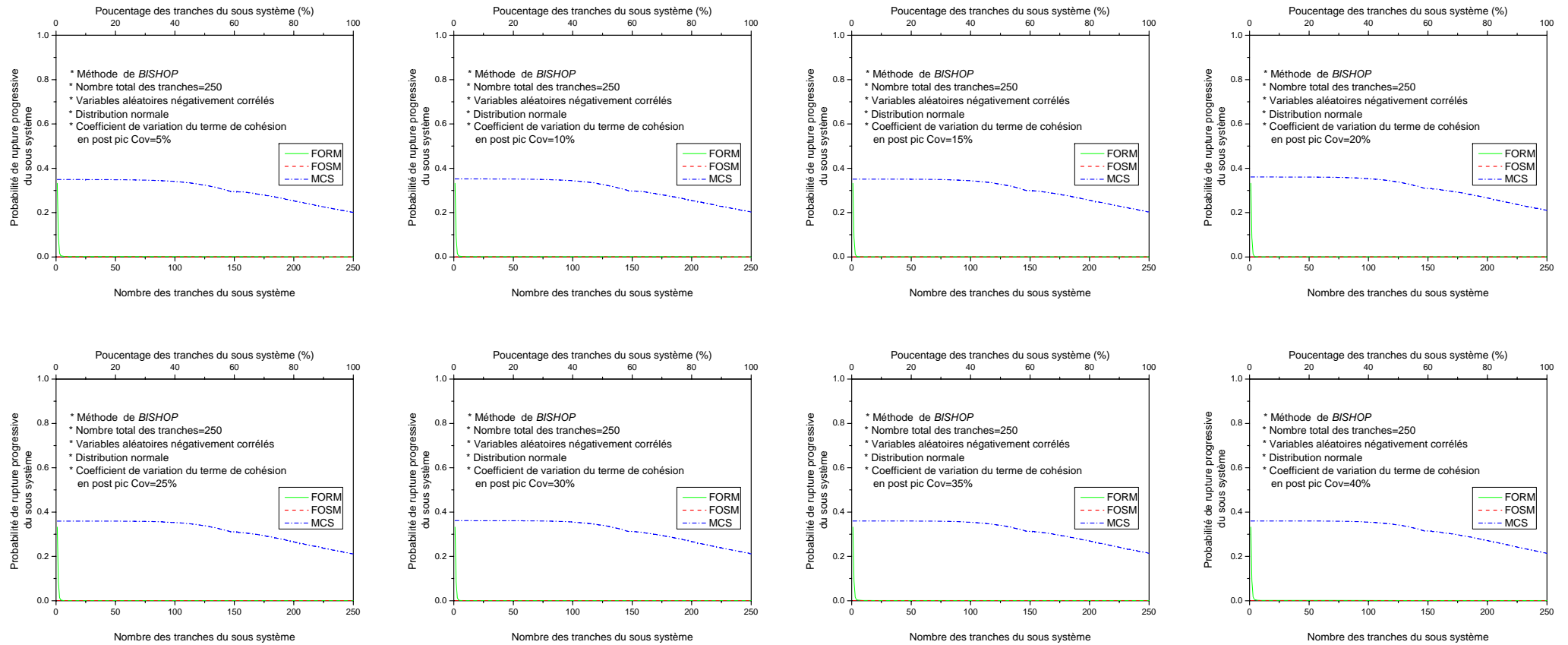
**Figure B1-8 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



**Figure B1-9 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

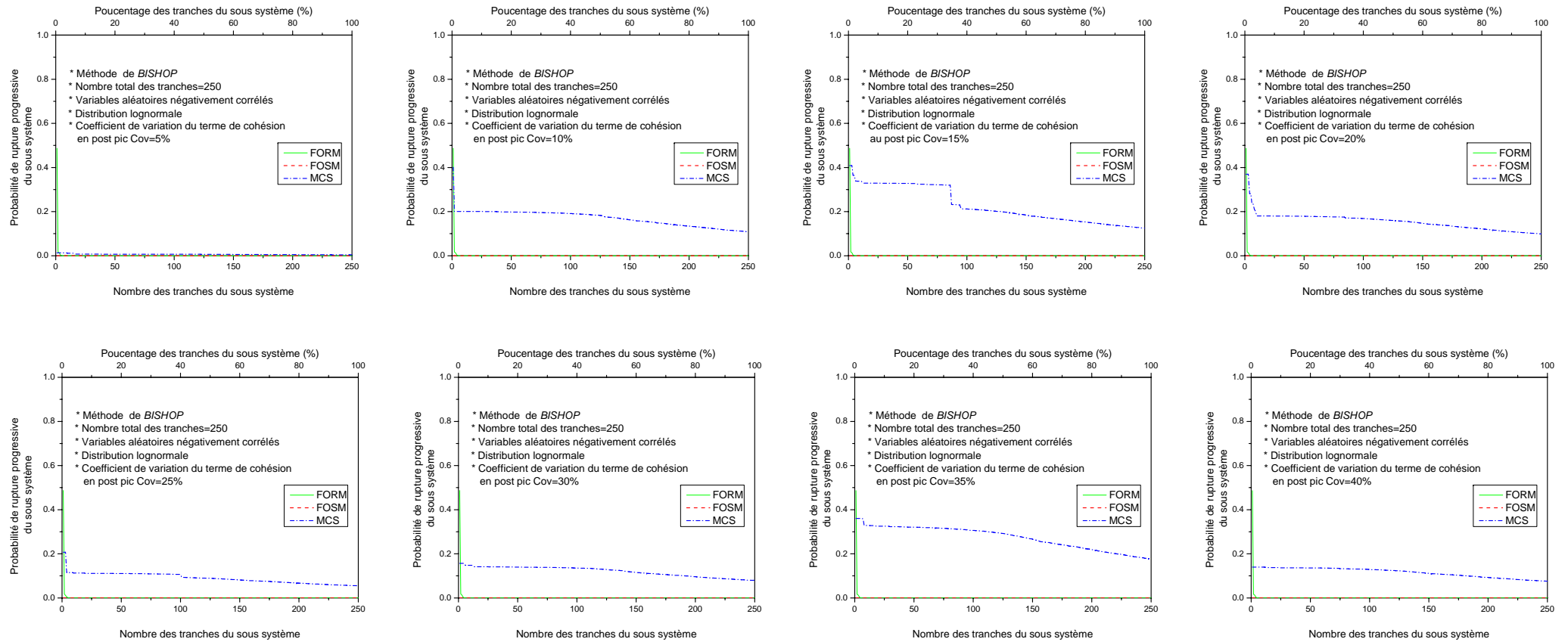


**Figure B1-10 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

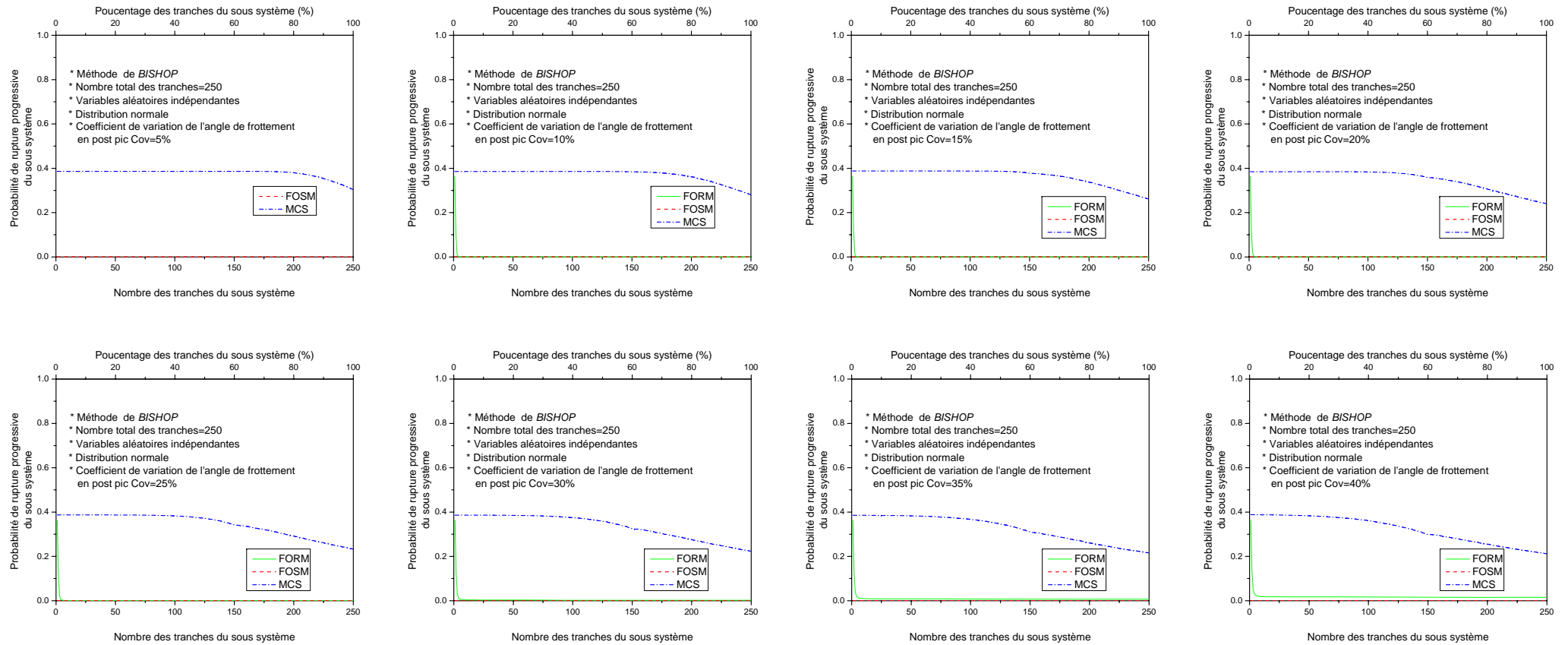


**Figure B1-11 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

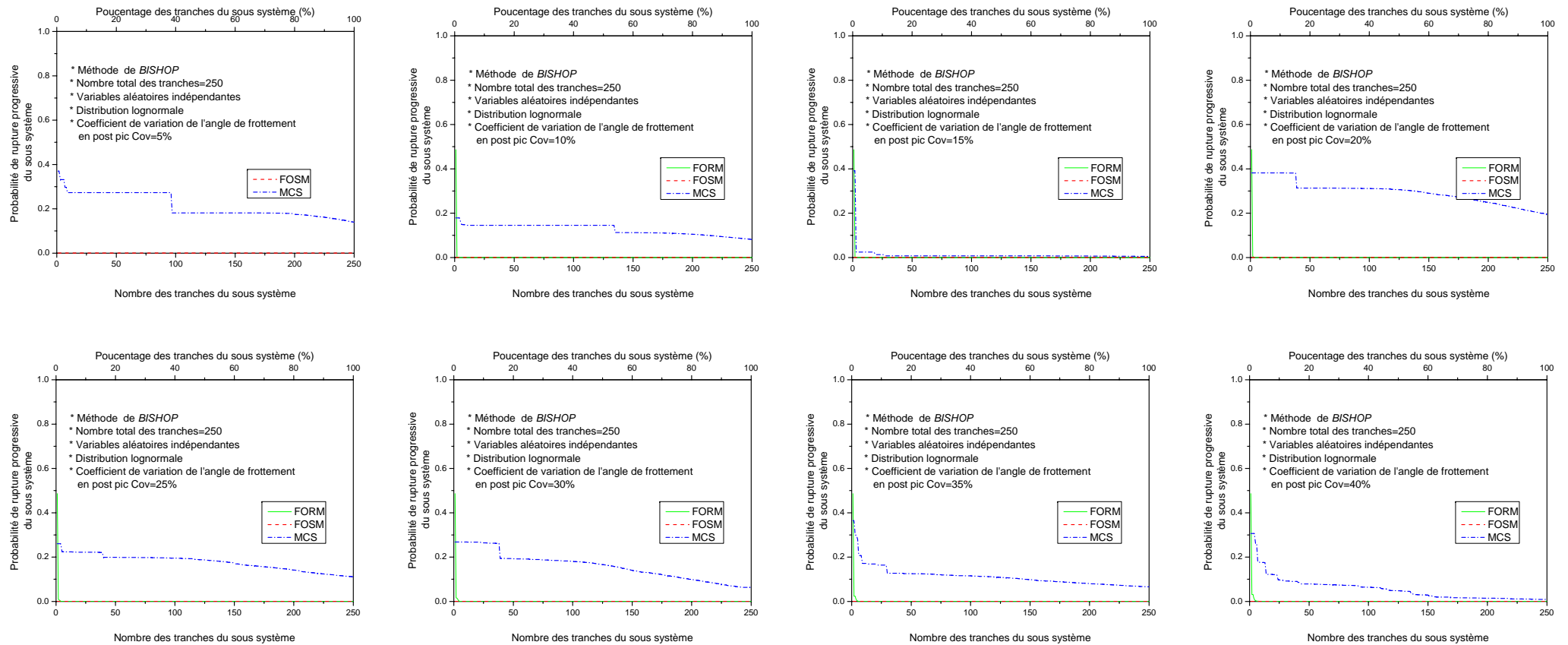




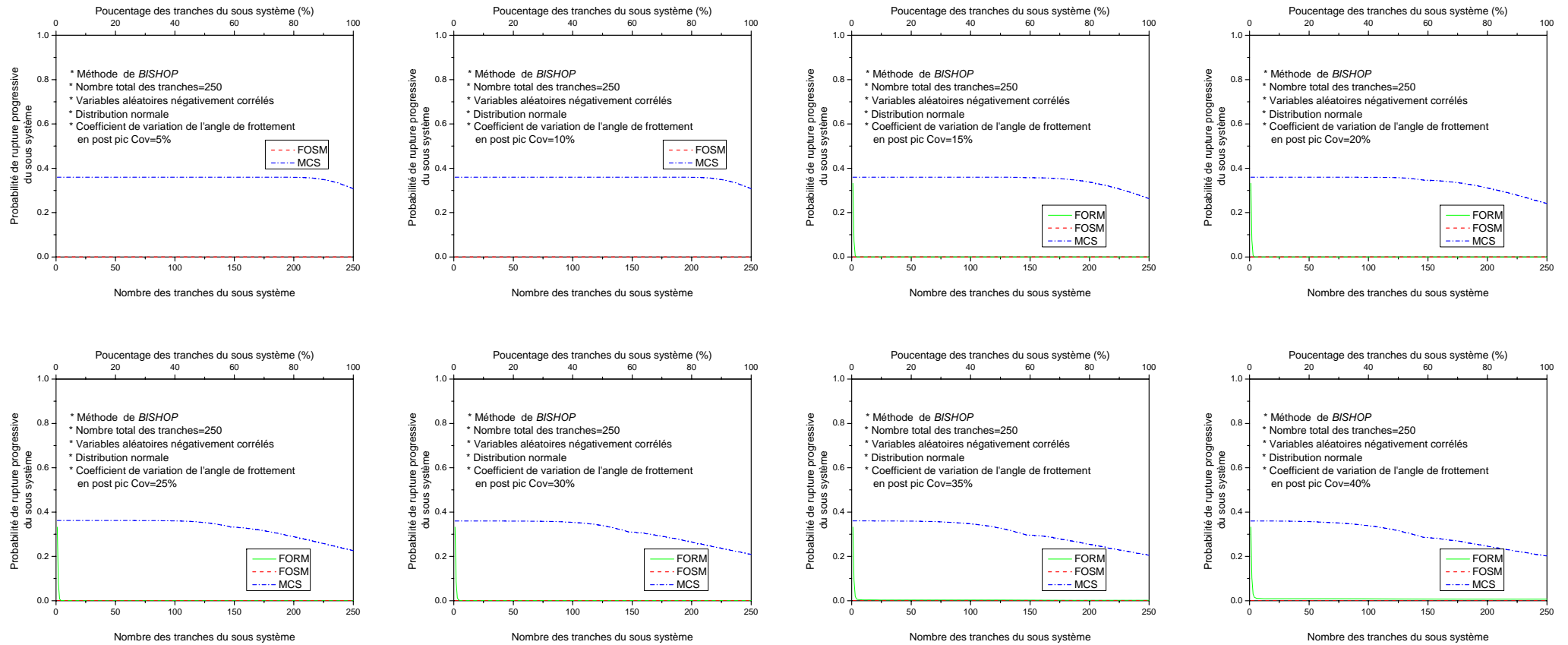
**Figure B1-12 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale de variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.



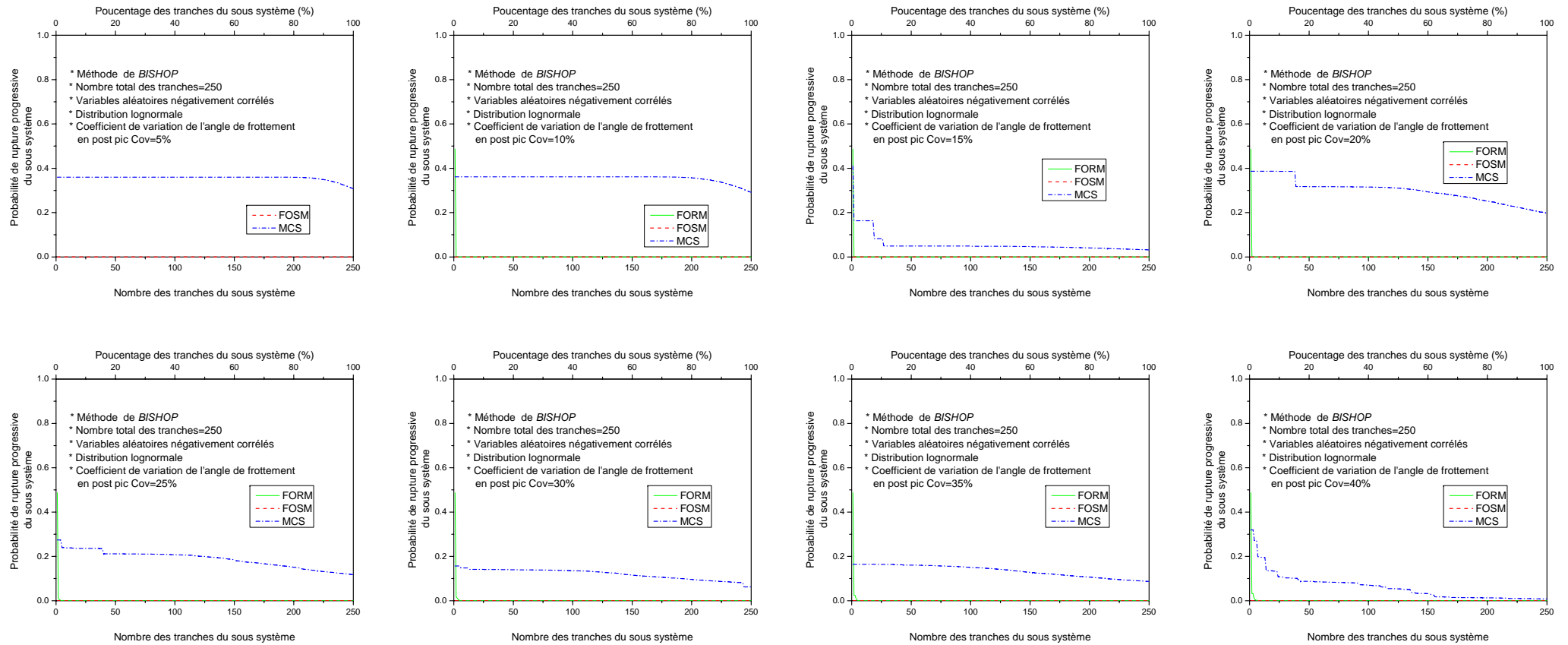
**Figure B1-13 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



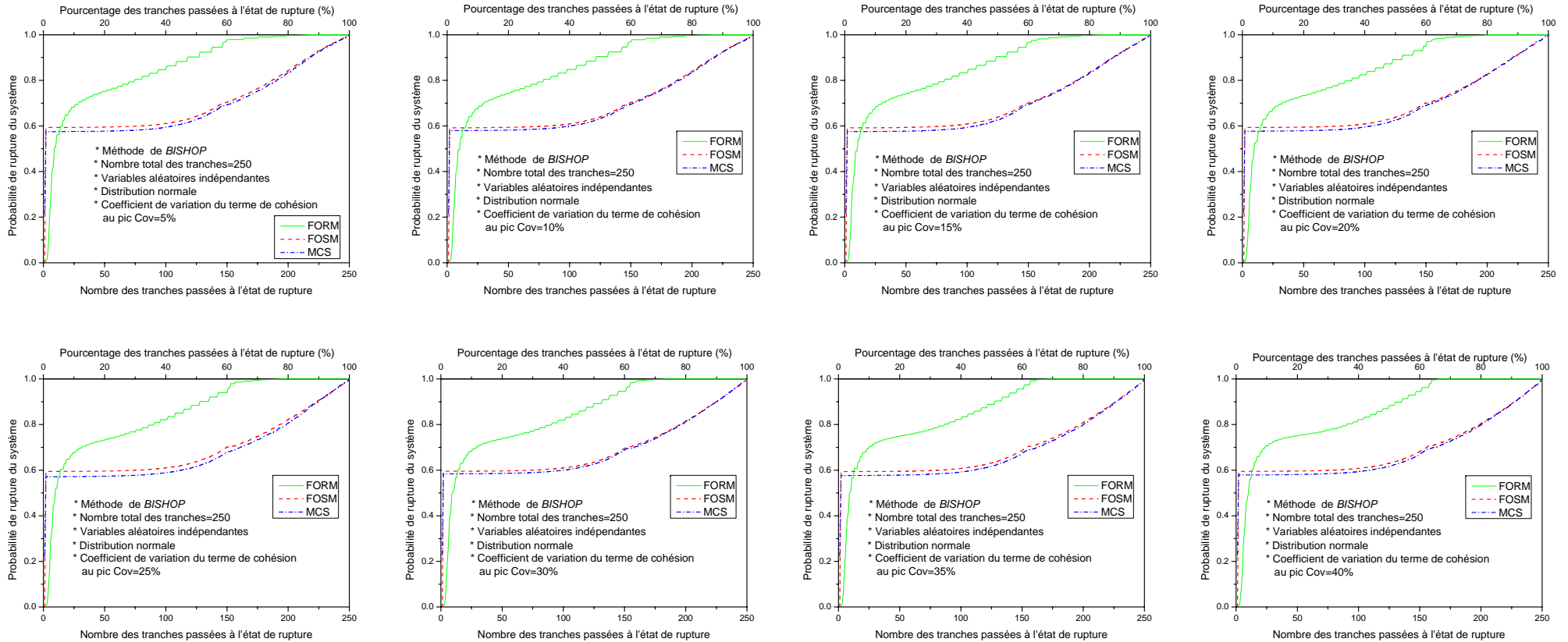
**Figure B1-14 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



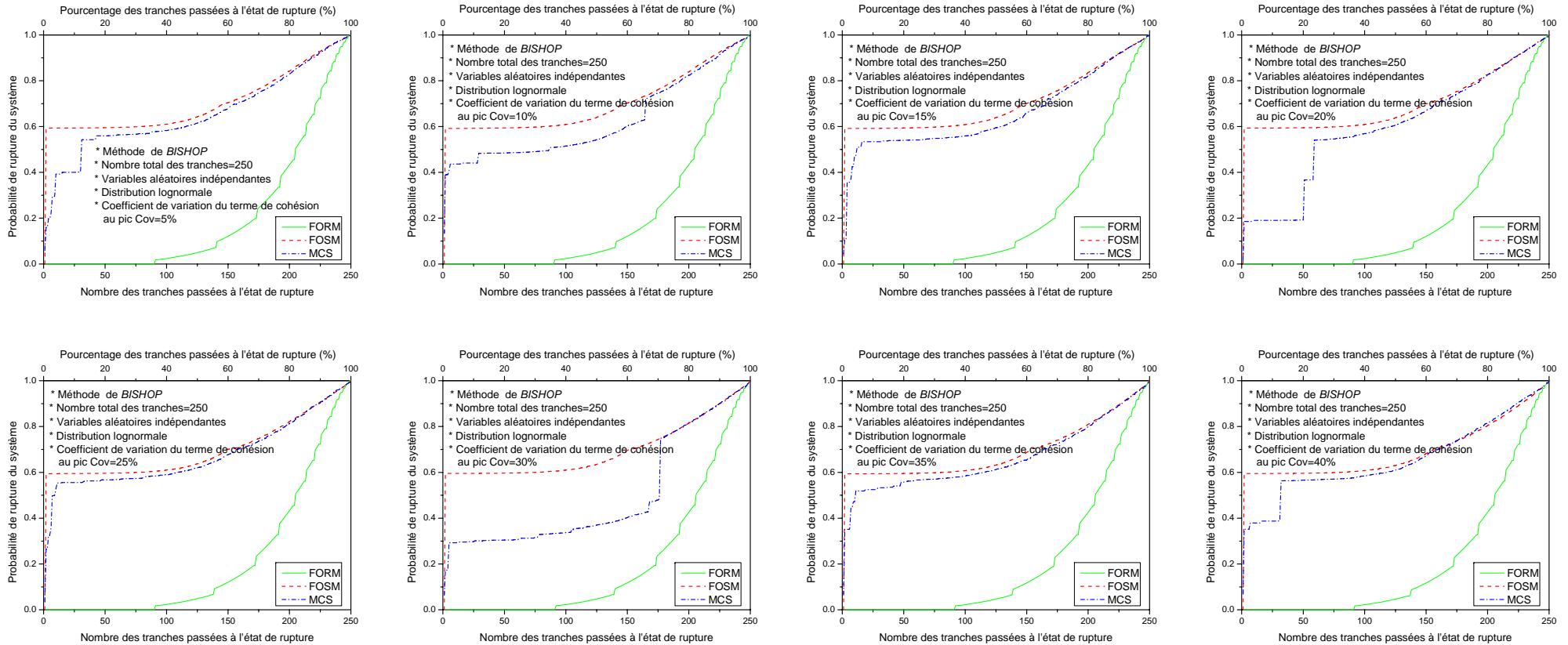
**Figure B1-15 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de BISHOP, --Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



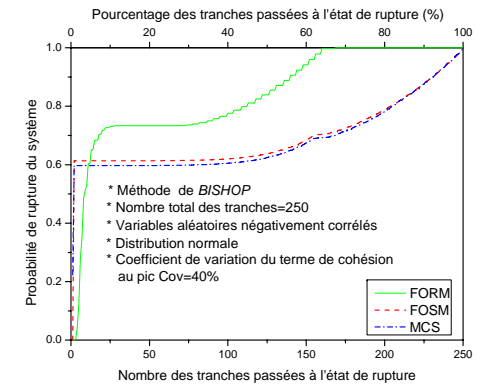
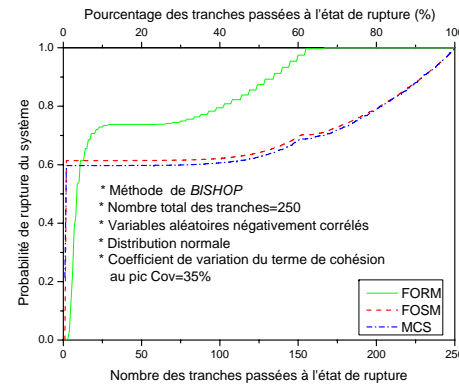
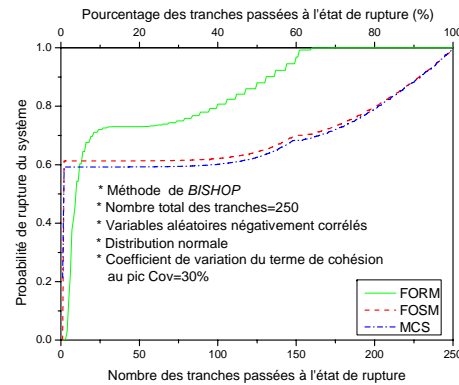
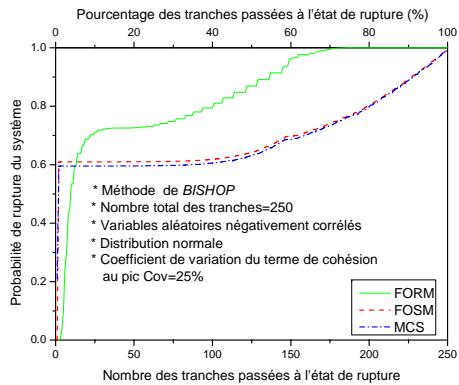
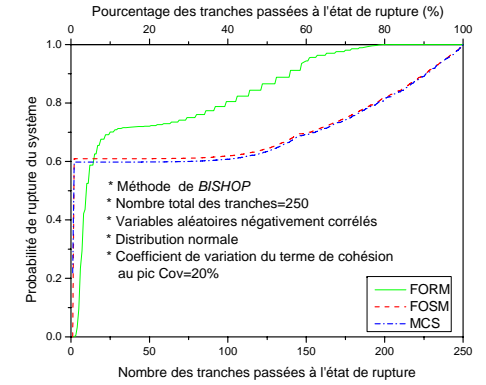
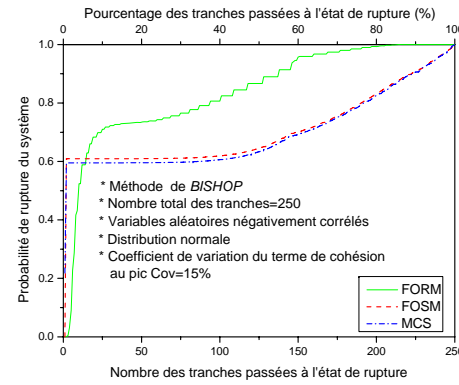
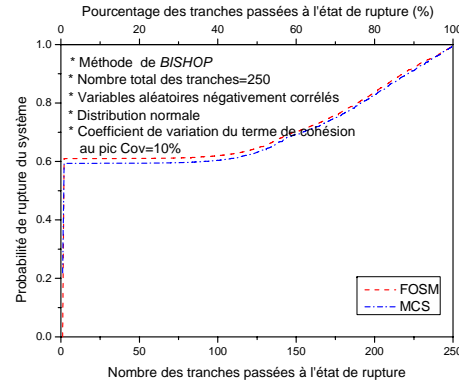
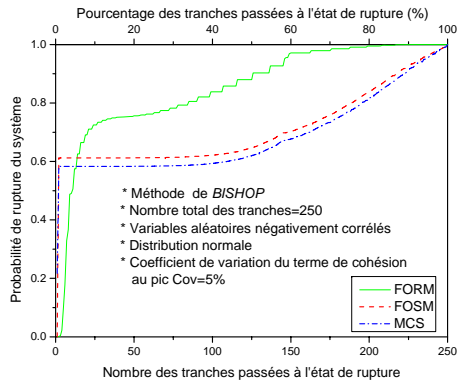
**Figure B1-16 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale de variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



**Figure B2-1 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

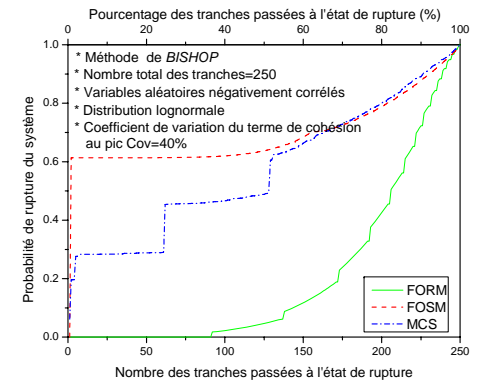
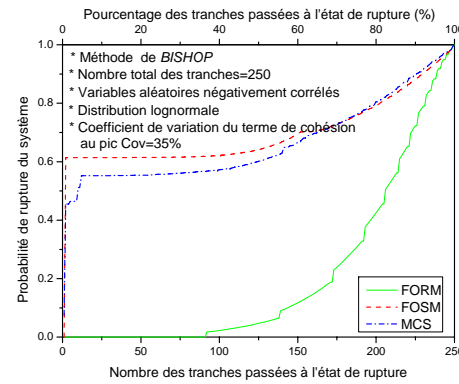
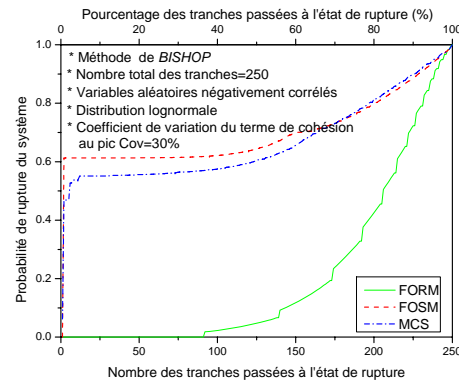
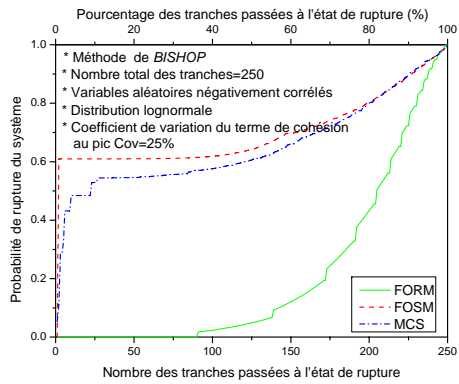
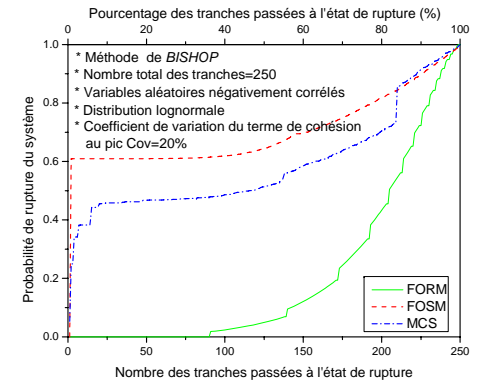
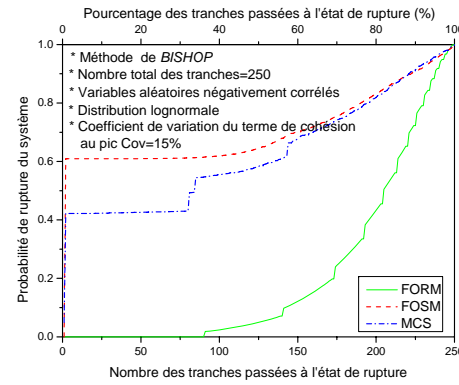
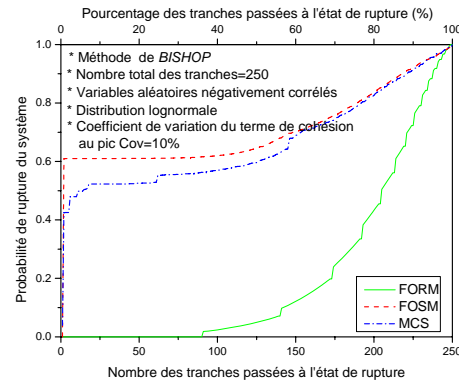
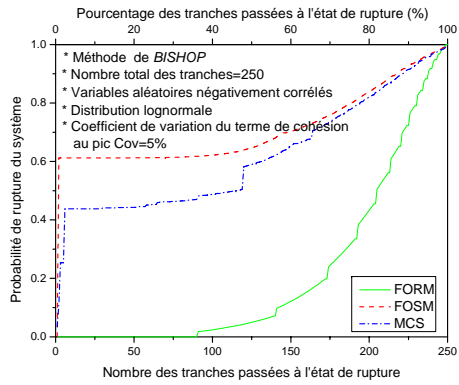


**Figure B2-2 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

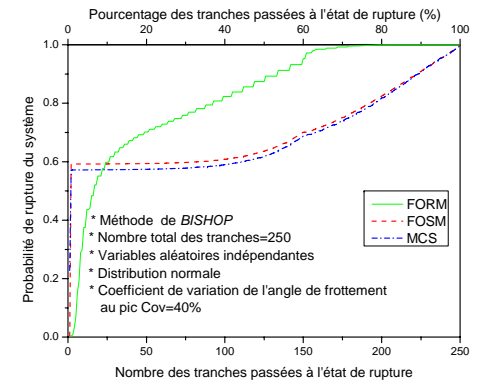
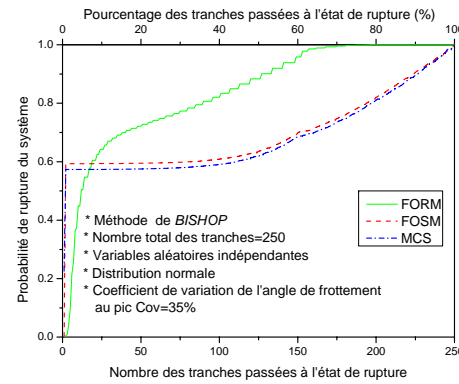
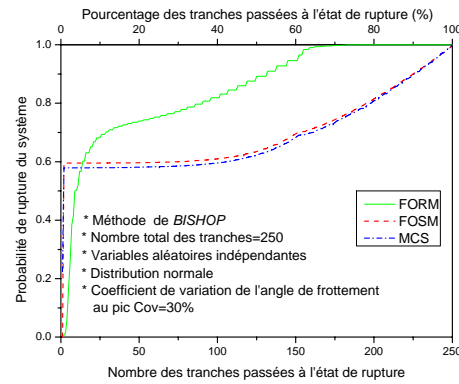
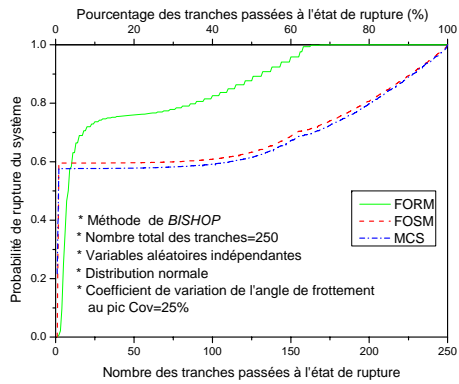
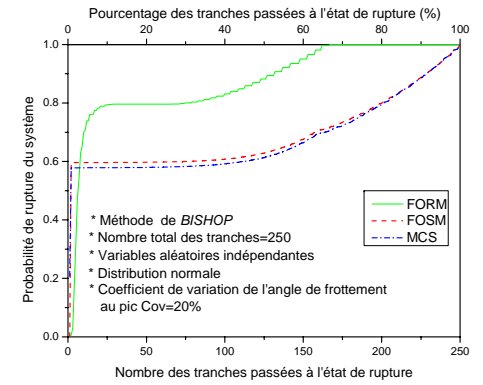
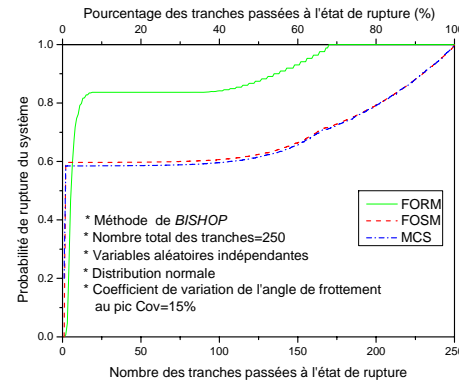
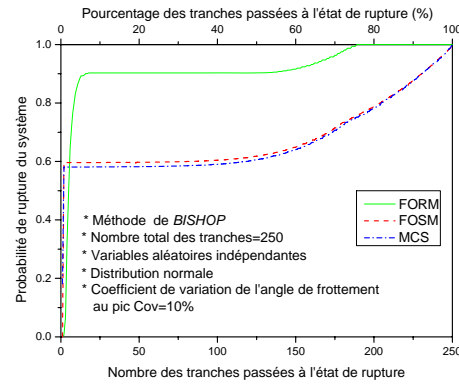
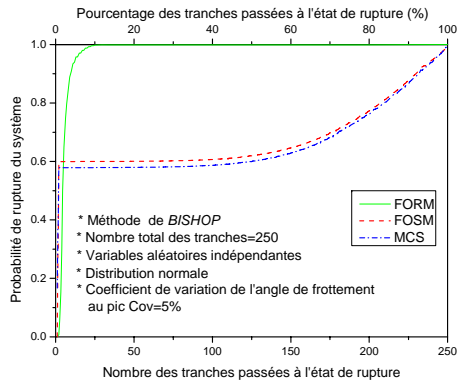


**Figure B2-3 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

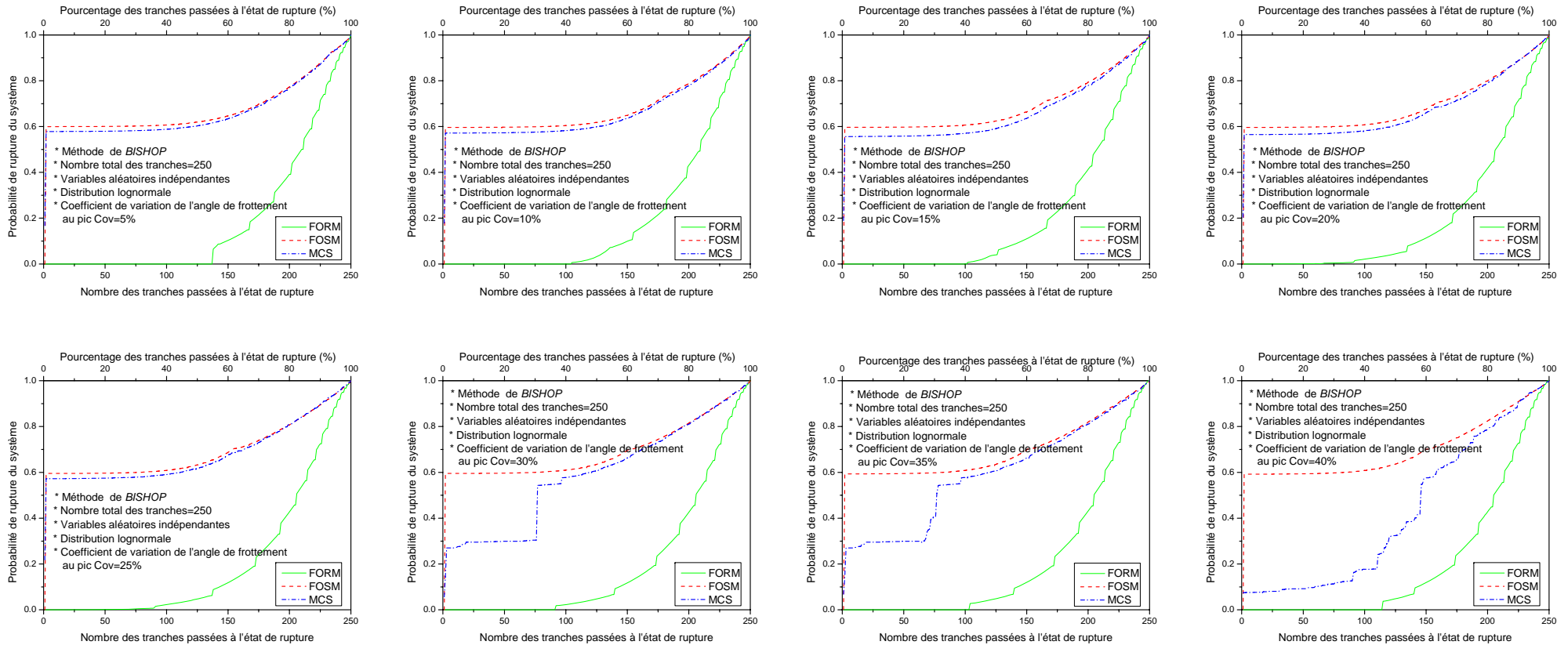




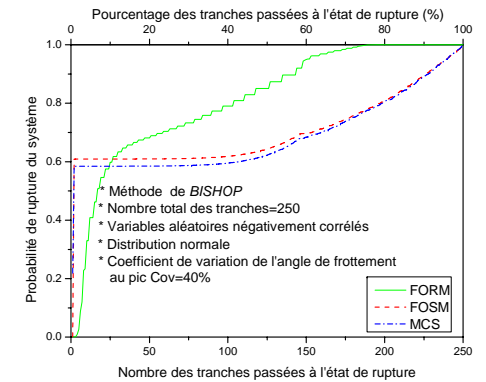
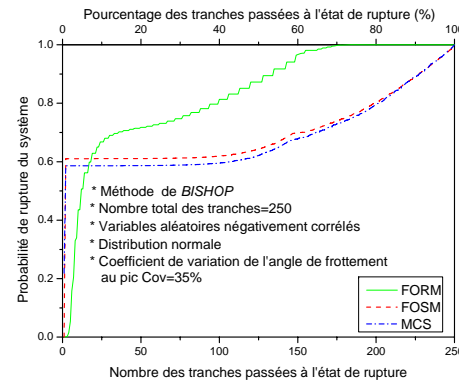
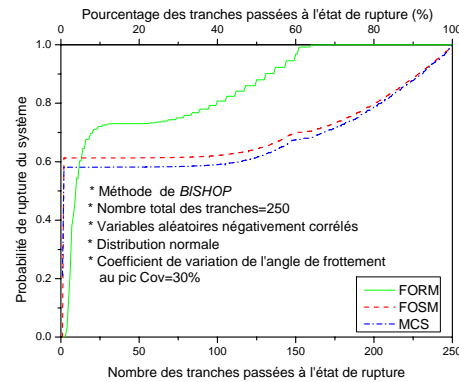
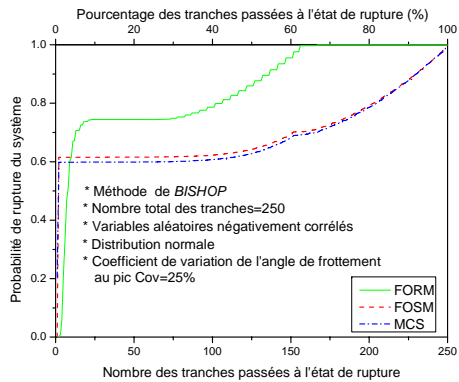
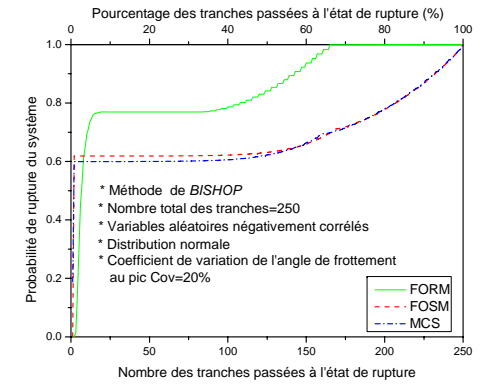
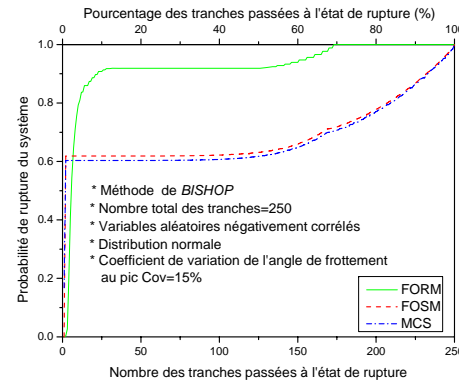
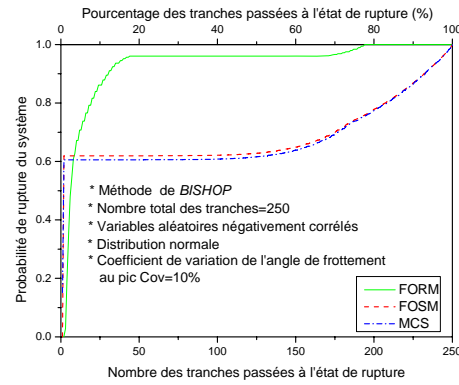
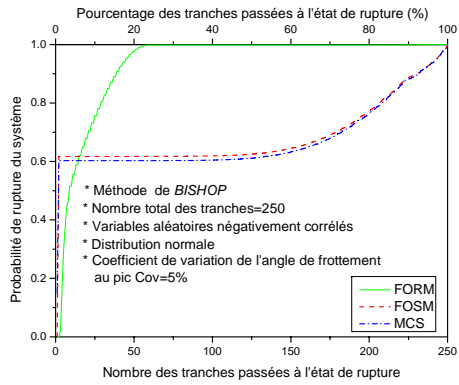
**Figure B2-4 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, --Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.



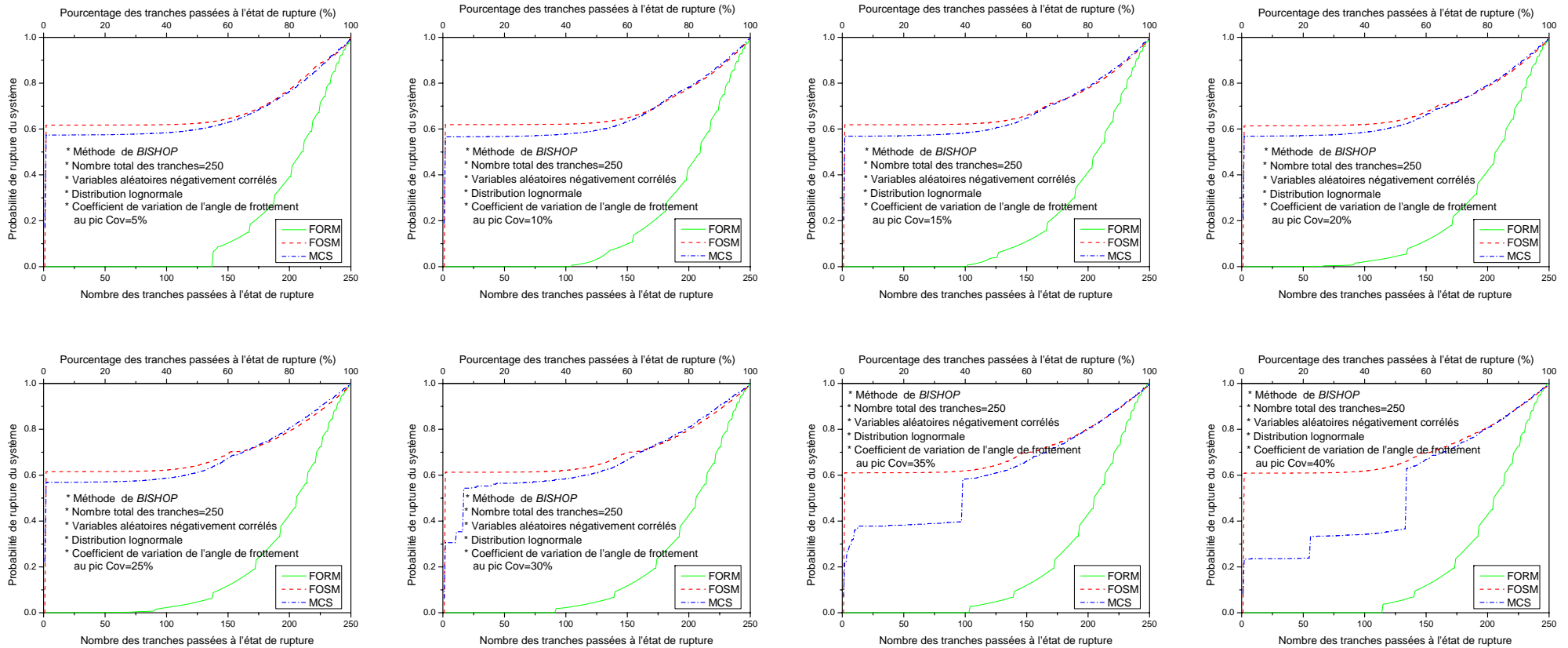
**Figure B2-5 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de *BISHOP*, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



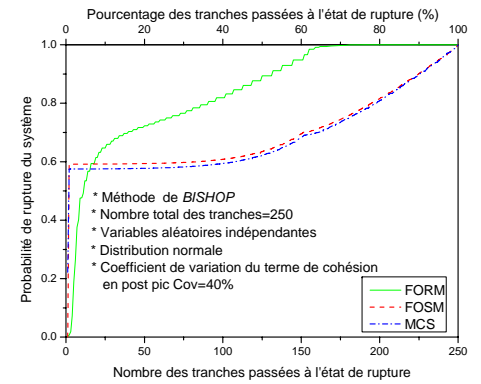
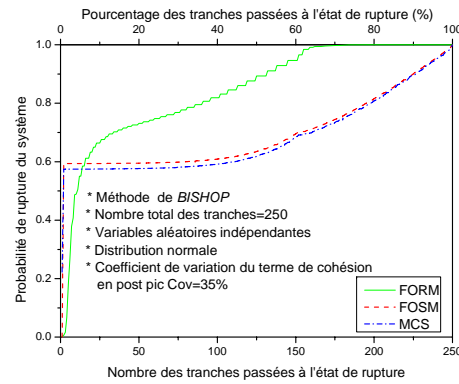
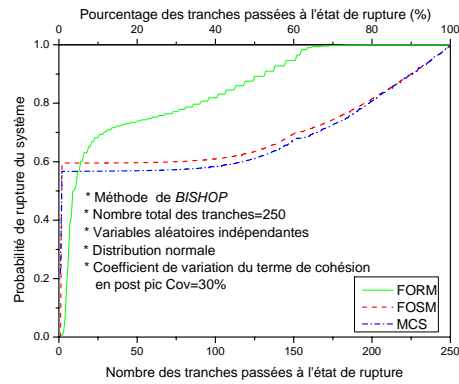
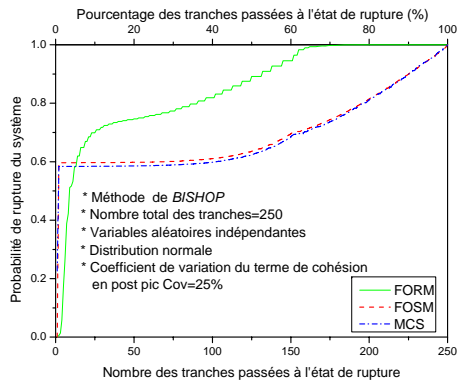
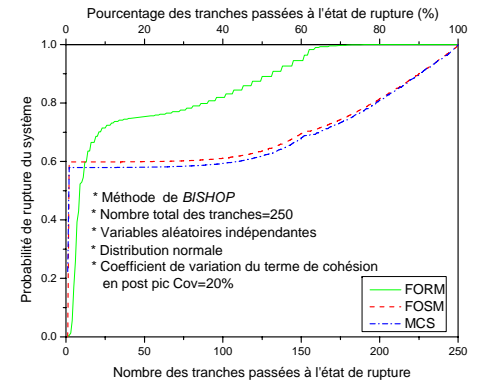
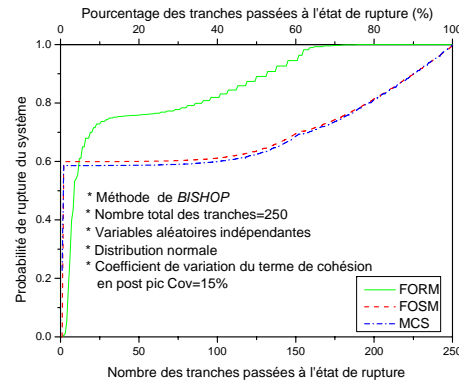
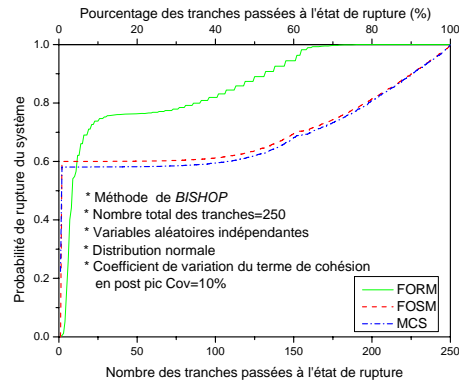
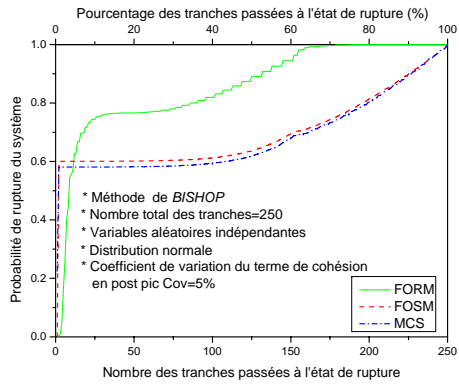
**Figure B2-6 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



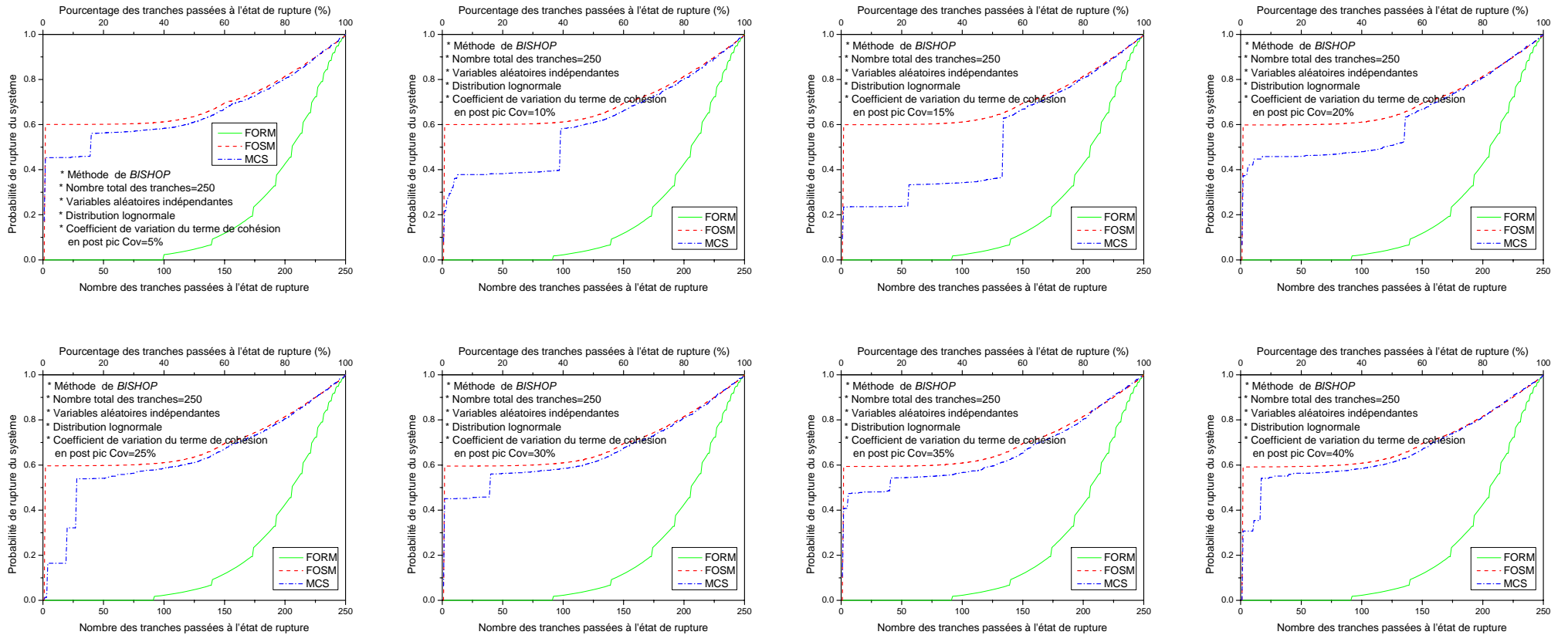
**Figure B2-7 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de *BISHOP*, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



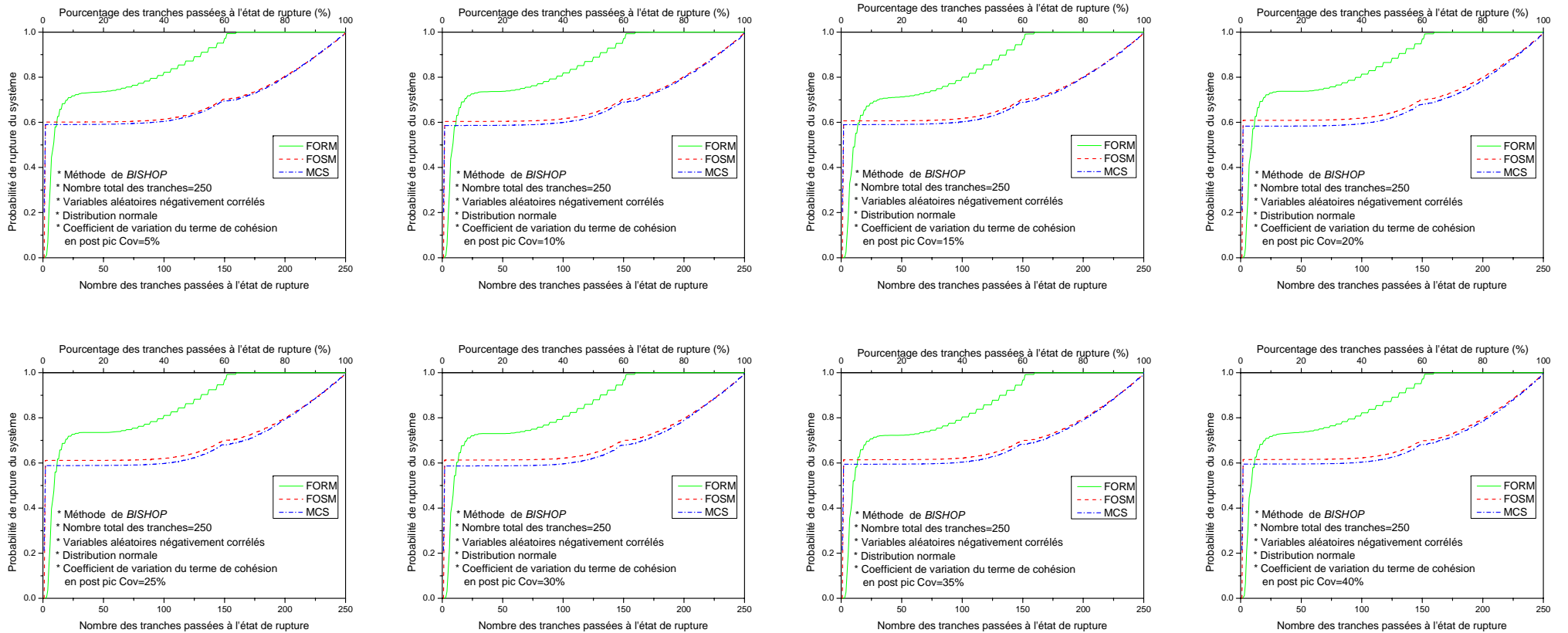
**Figure B2-8 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



**Figure B2-9 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, --Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

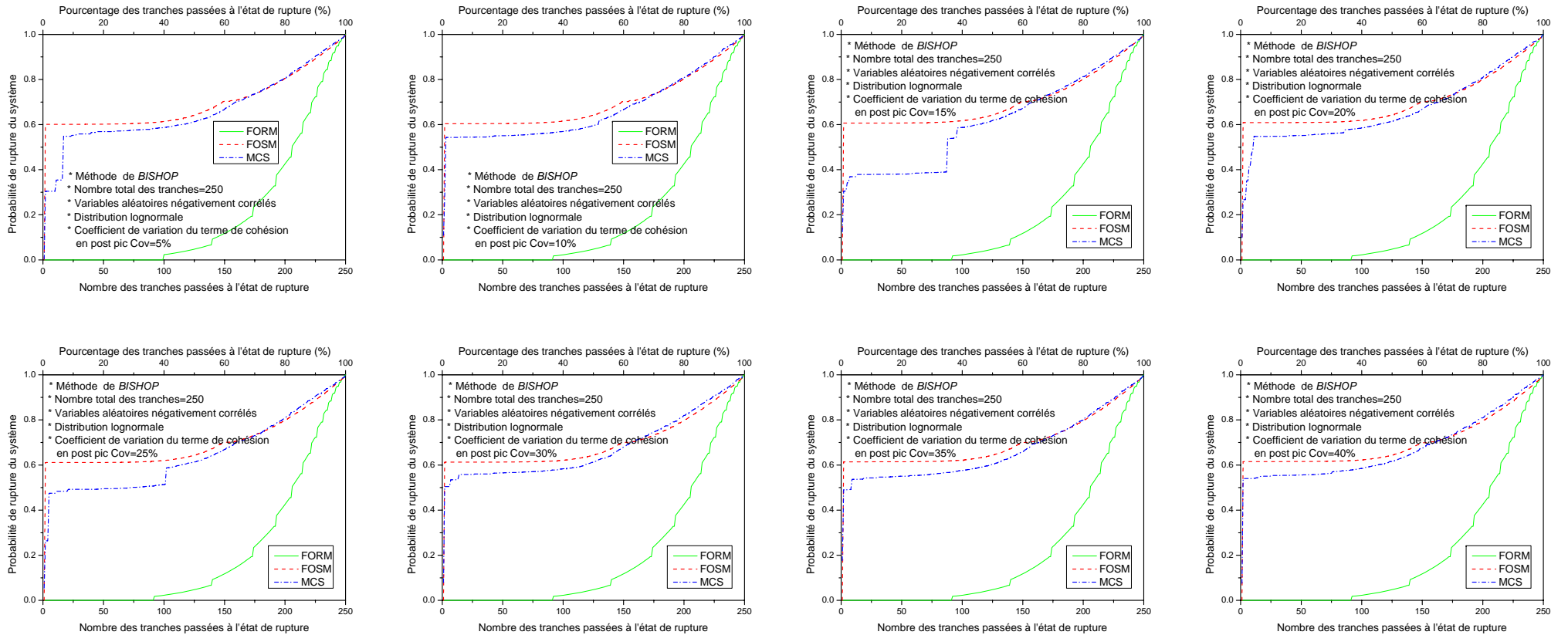


**Figure B2-10 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

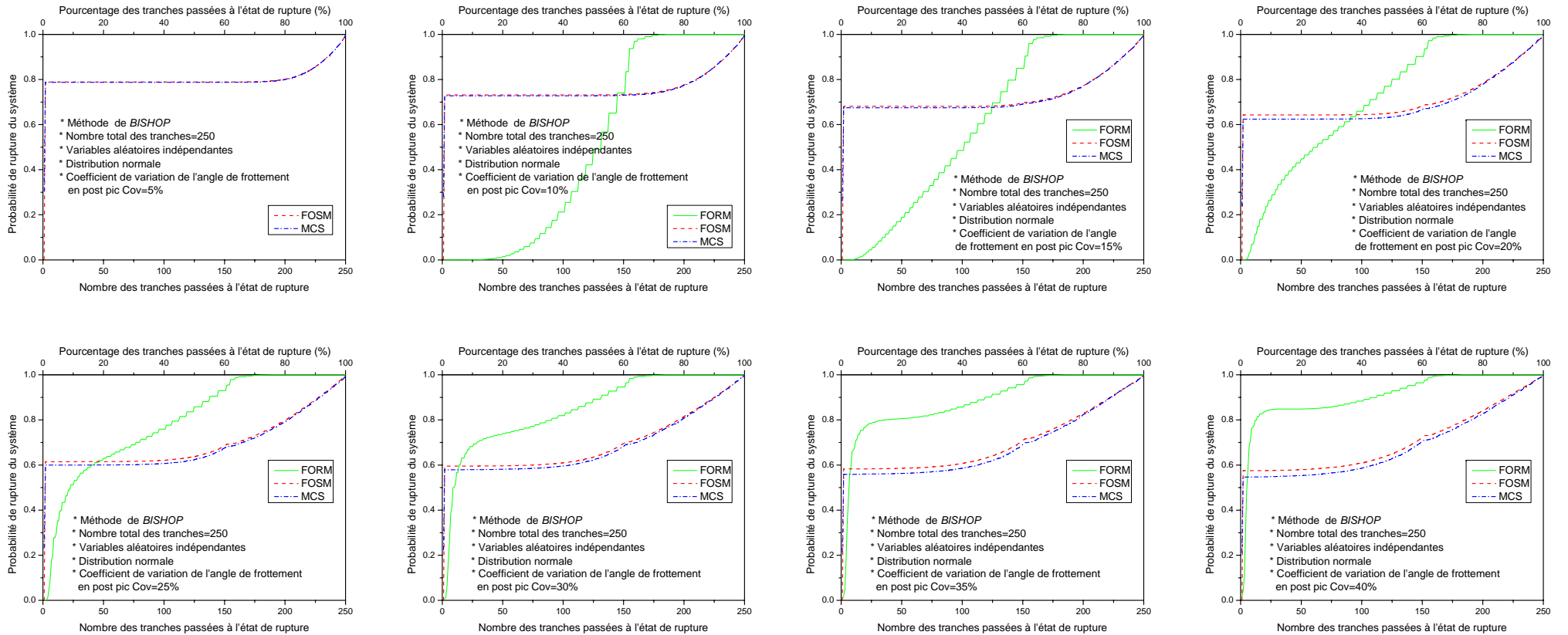


**Figure B2-11 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, --Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

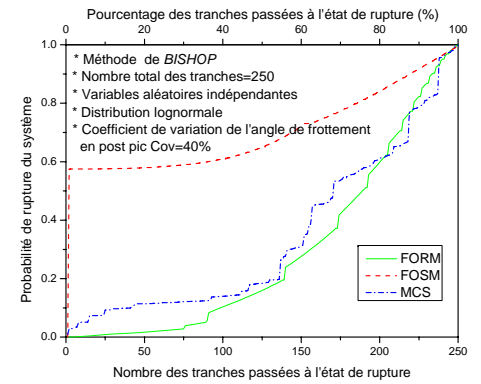
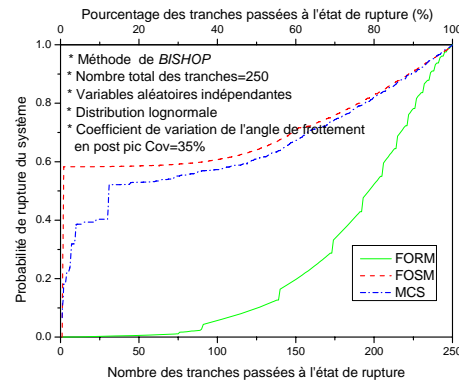
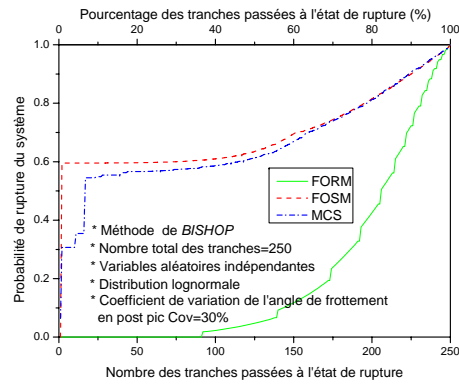
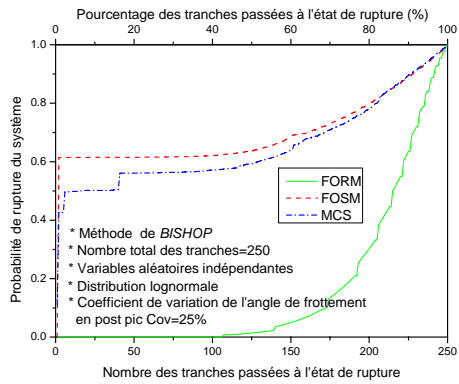
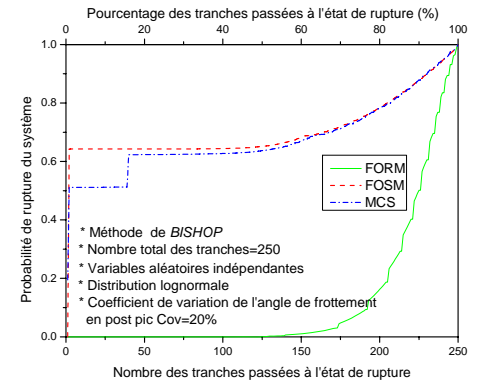
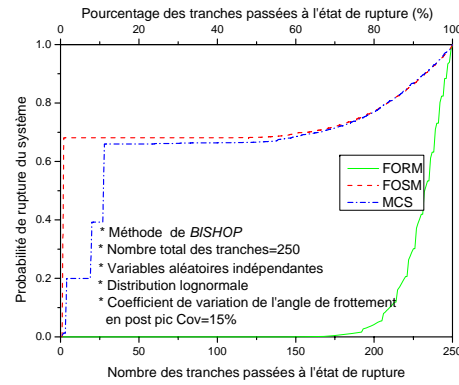
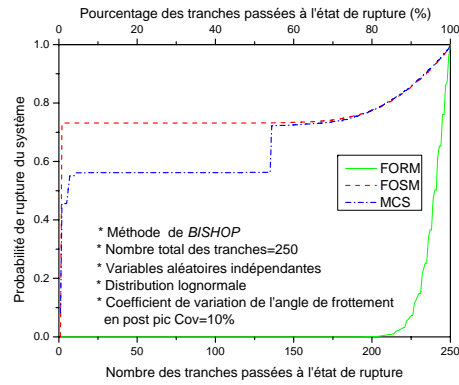
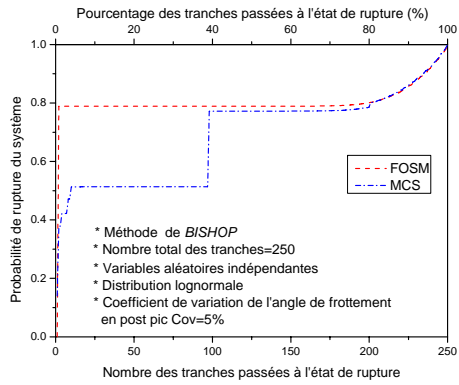




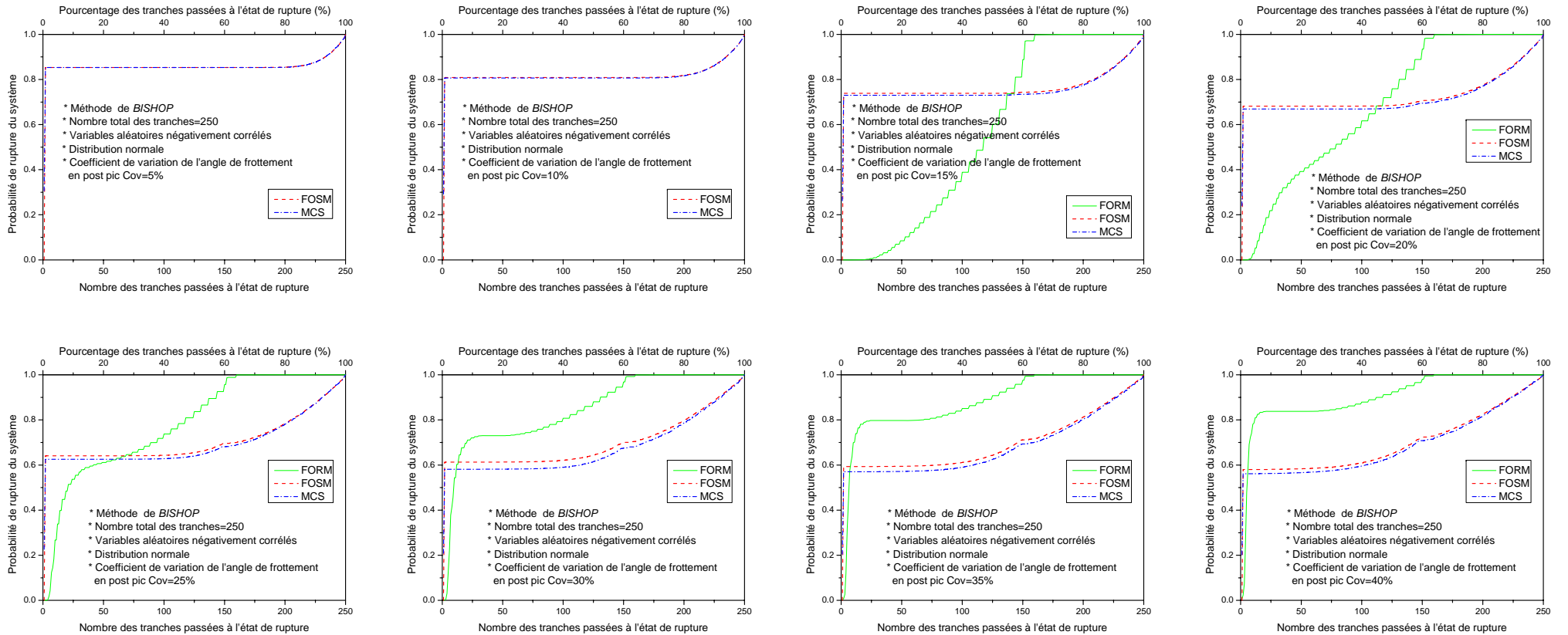
**Figure B2-12 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.



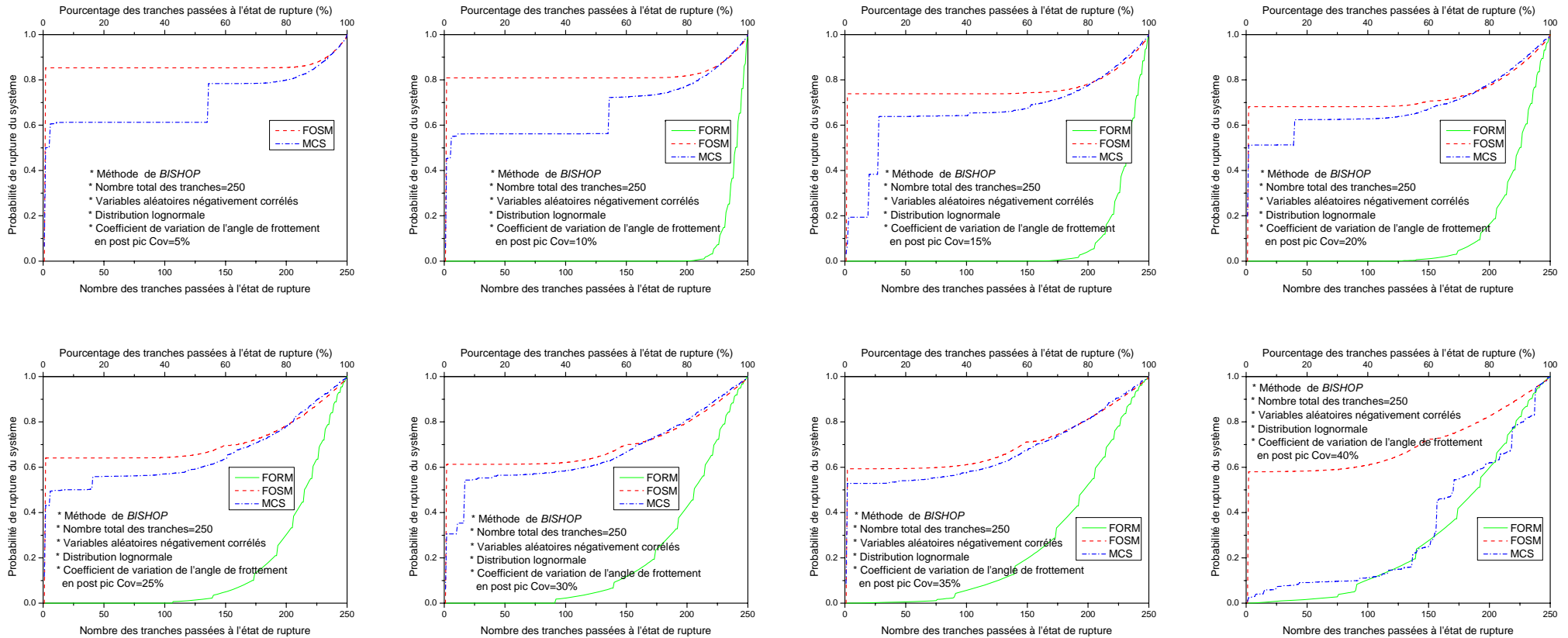
**Figure B2-13 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, --Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



**Figure B2-14 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, --Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



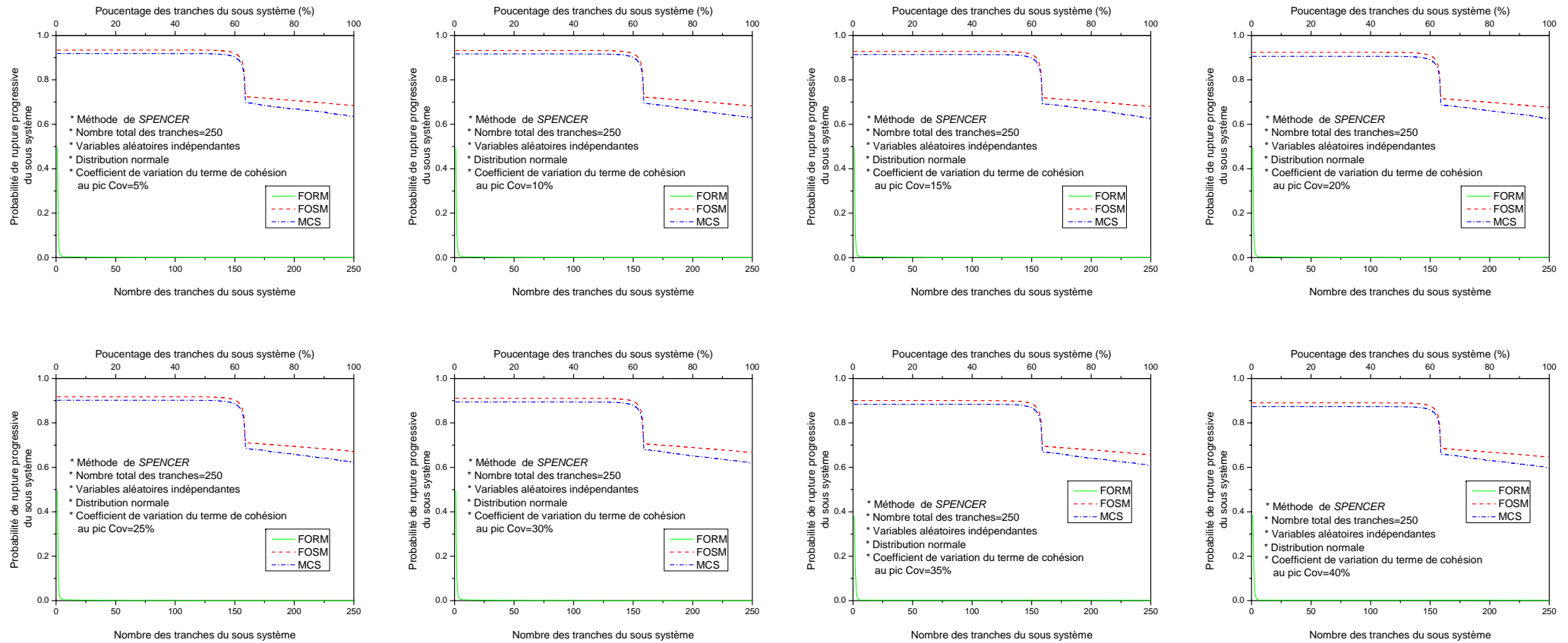
**Figure B2-15 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



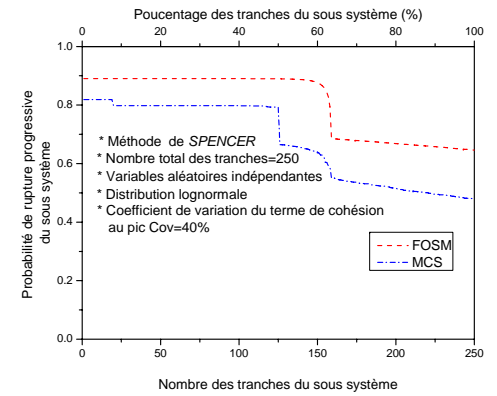
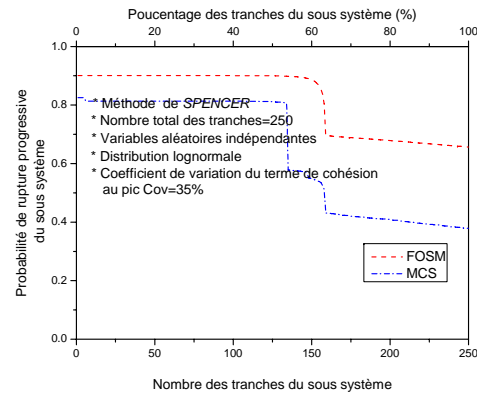
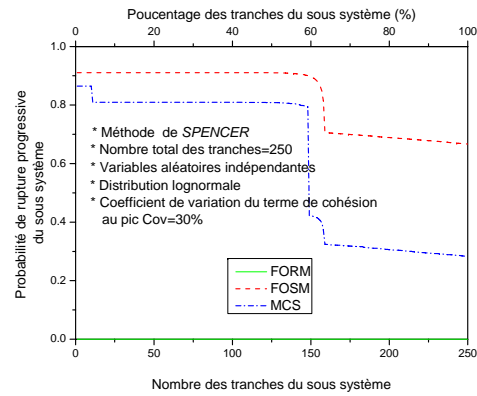
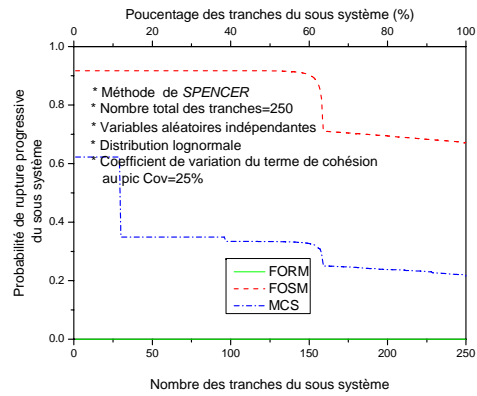
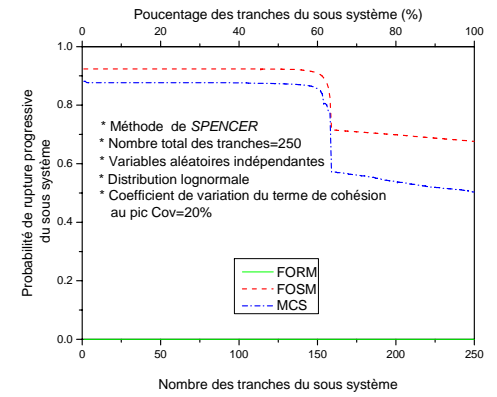
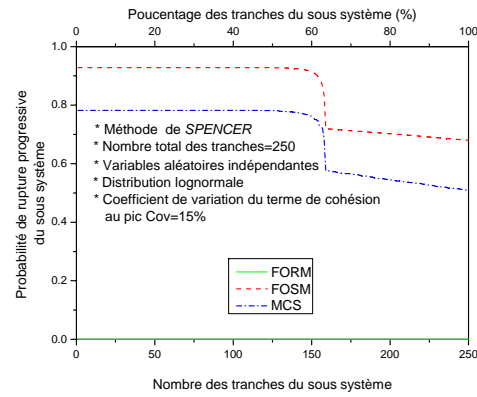
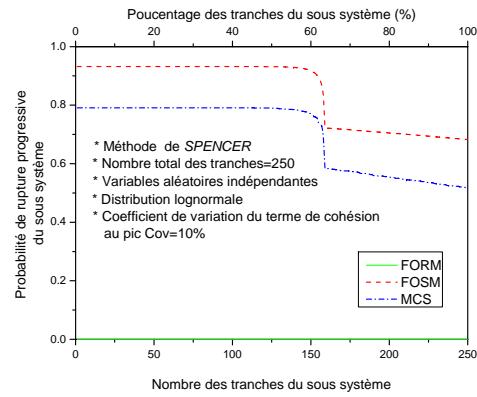
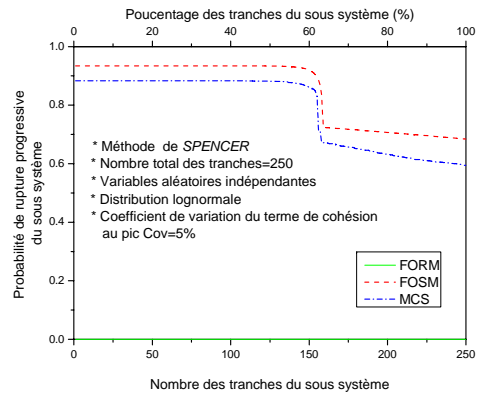
**Figure B2-16 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de BISHOP, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.

# **ANNEXE C**

**RESULTATS D'ANALYSE  
PROBABILISTE, --Méthode  
déterministe de SPENCER**

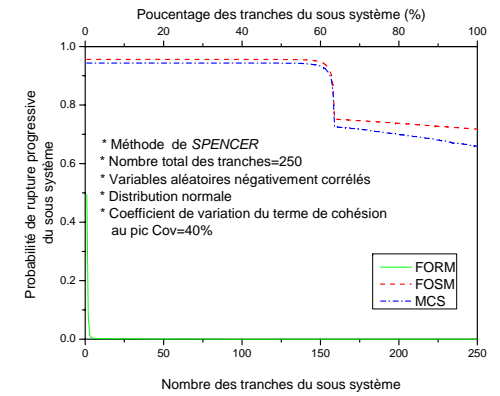
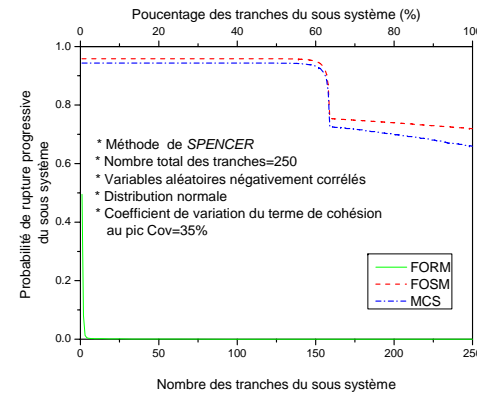
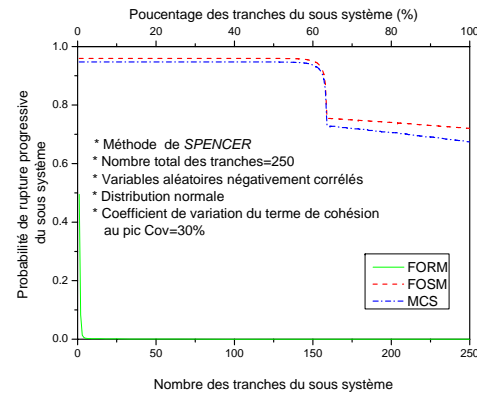
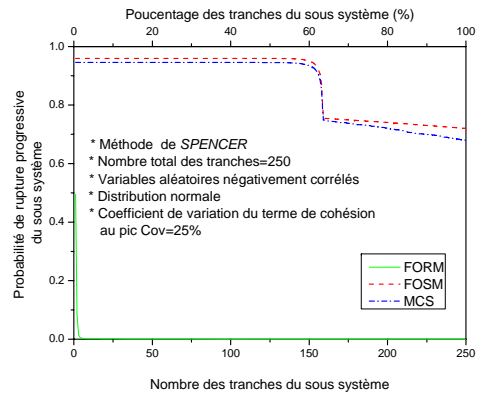
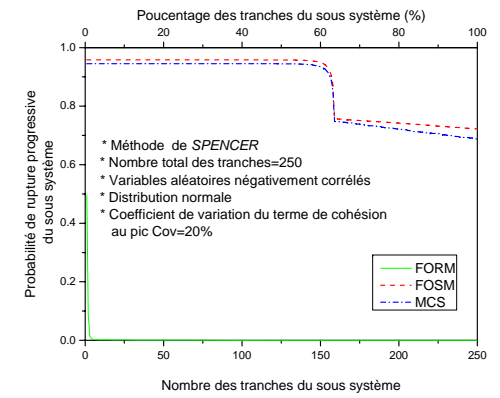
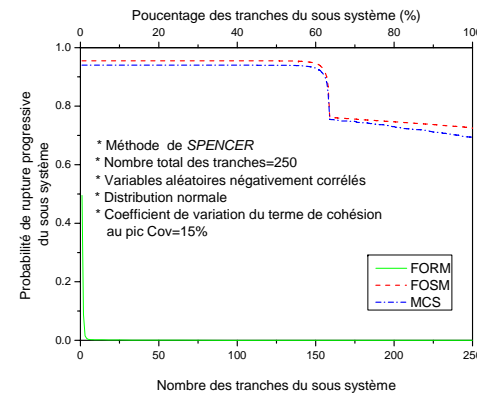
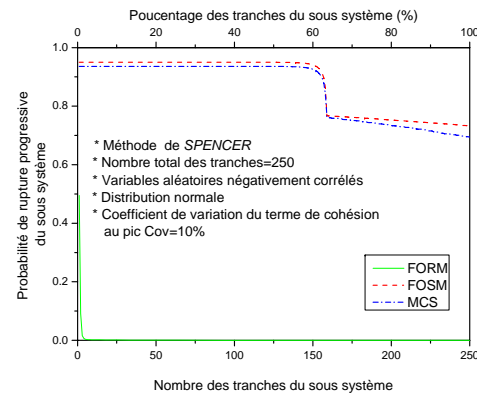
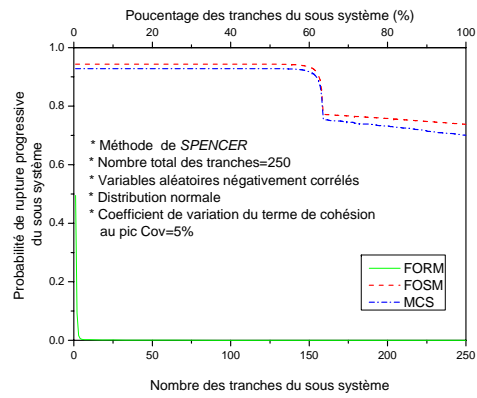


**Figure C1-1 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

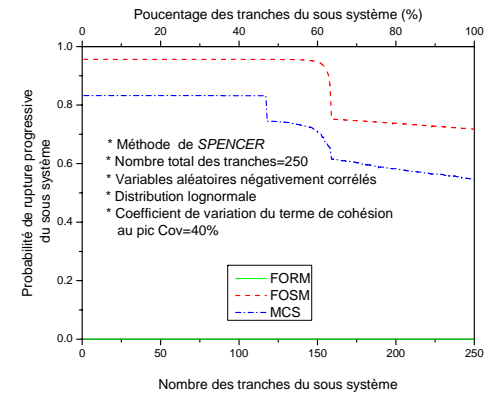
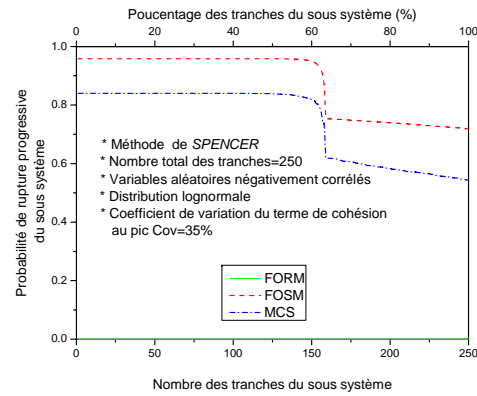
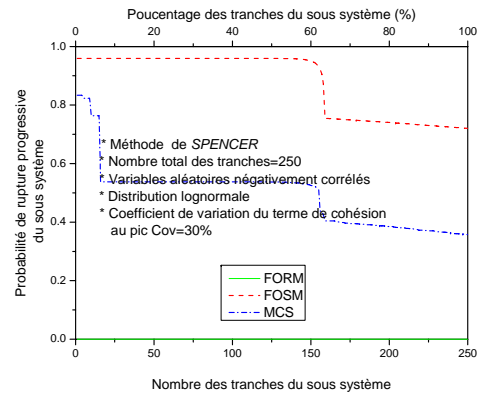
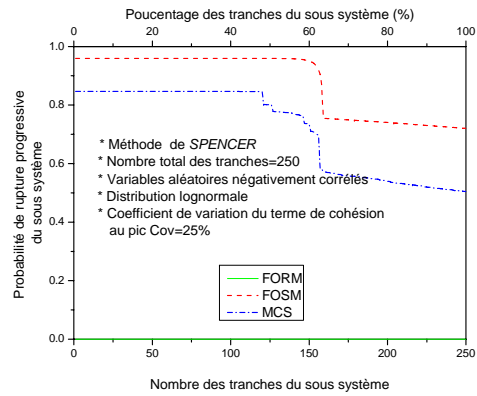
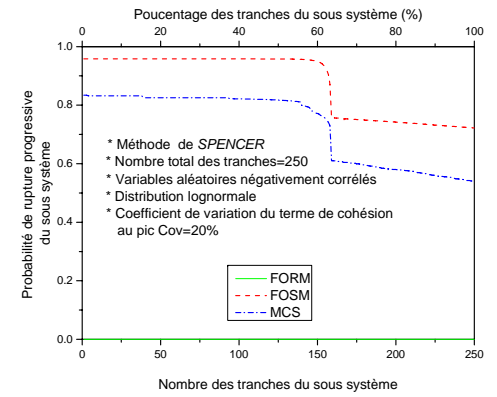
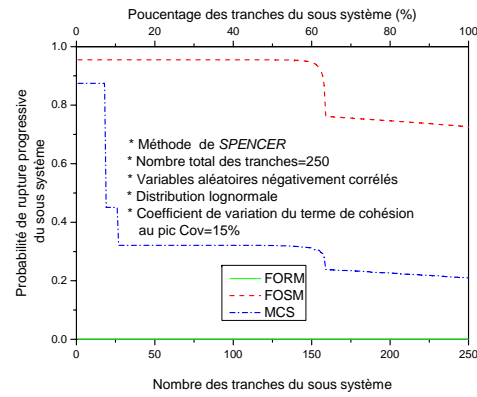
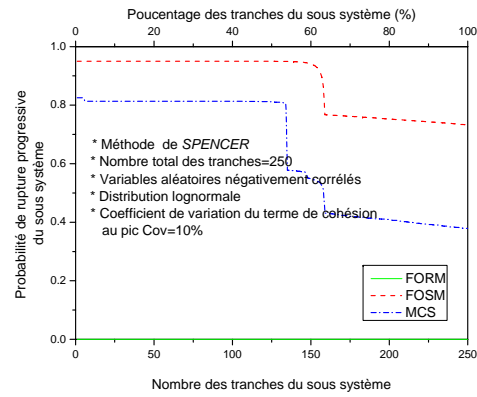
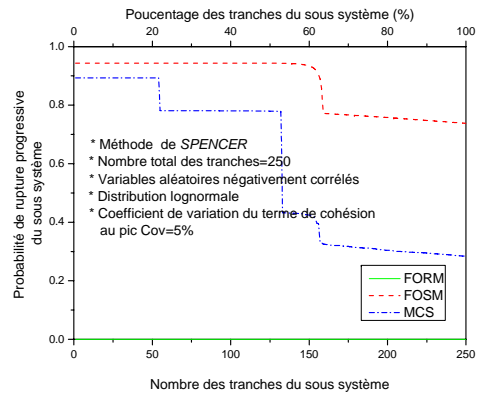


**Figure C1-2 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

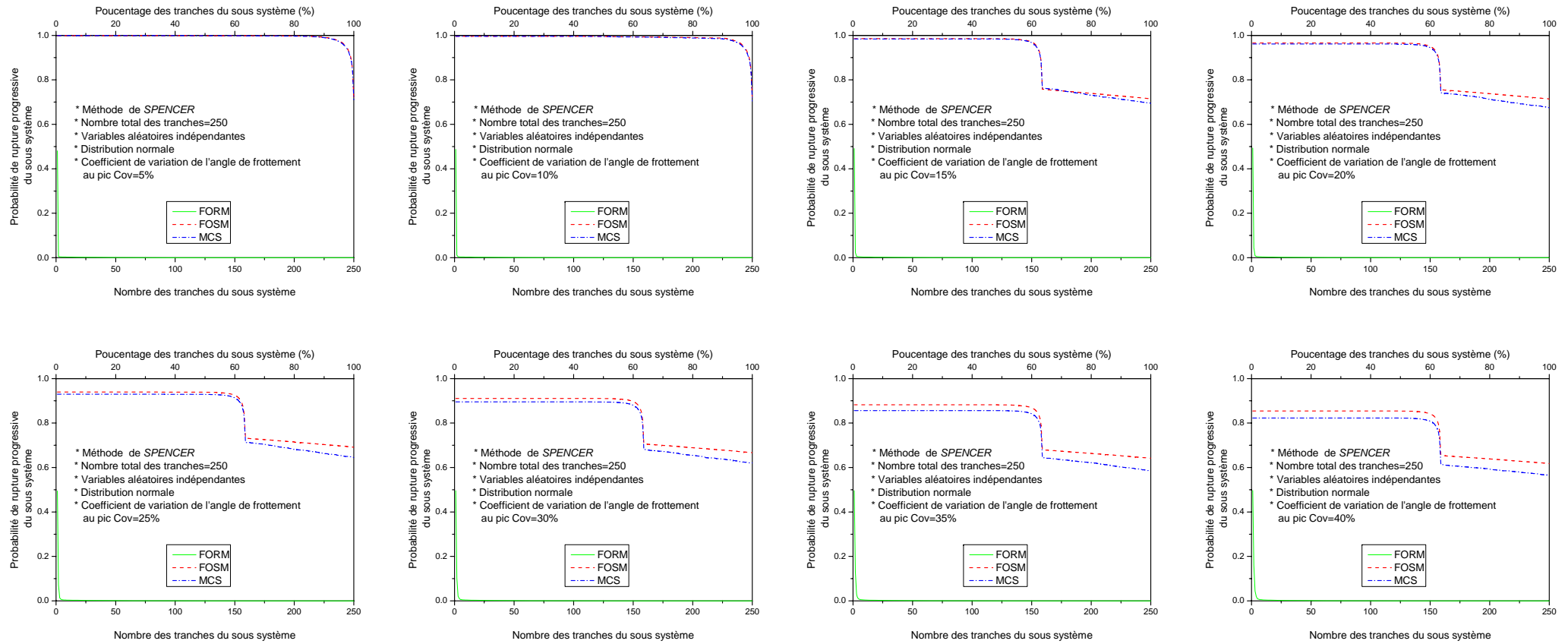




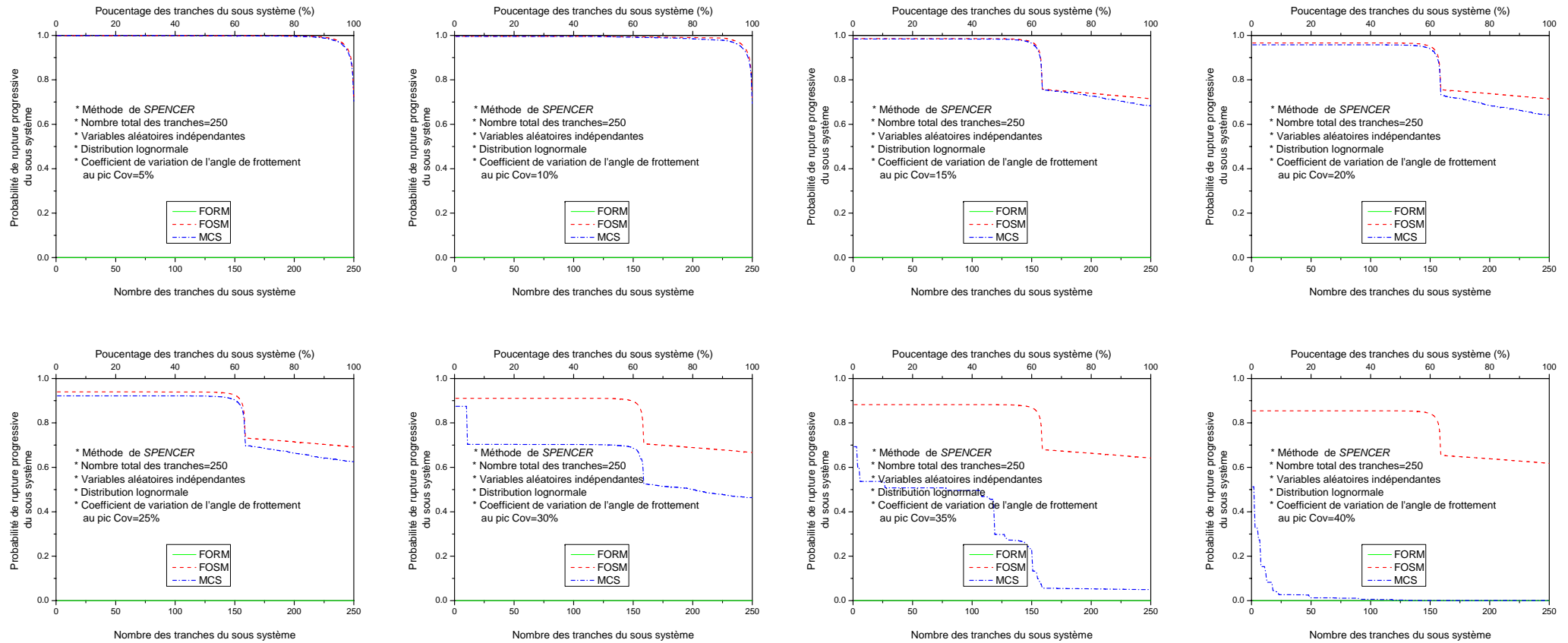
**Figure C1-3 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.



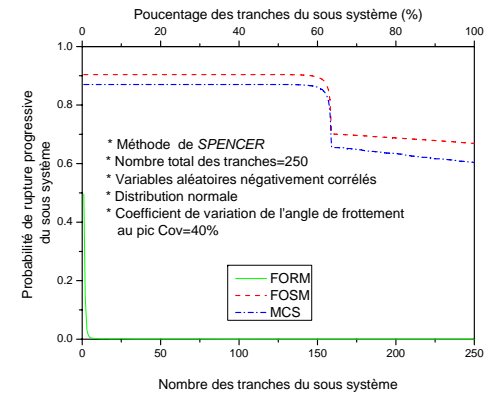
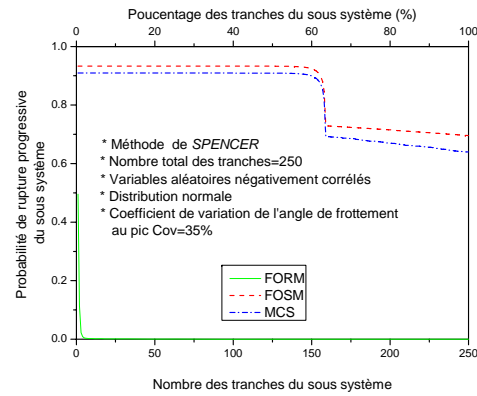
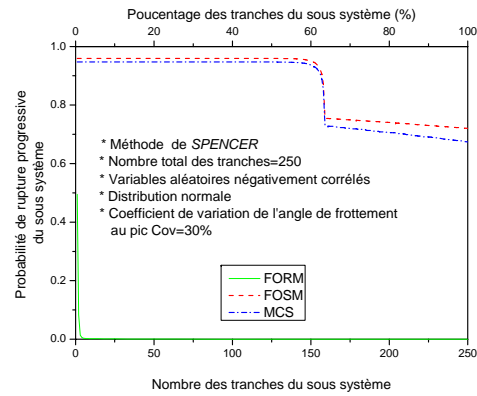
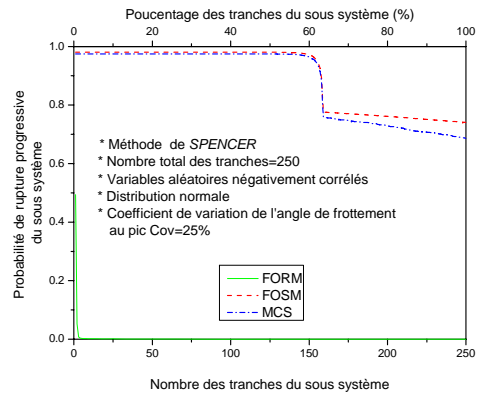
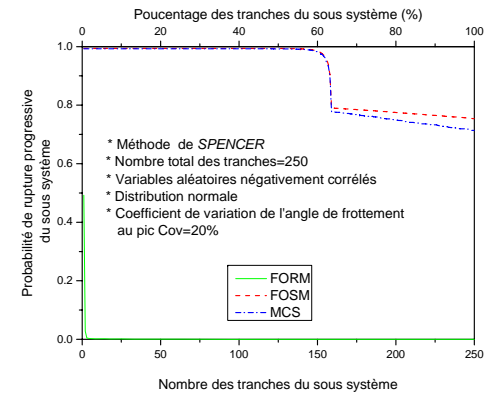
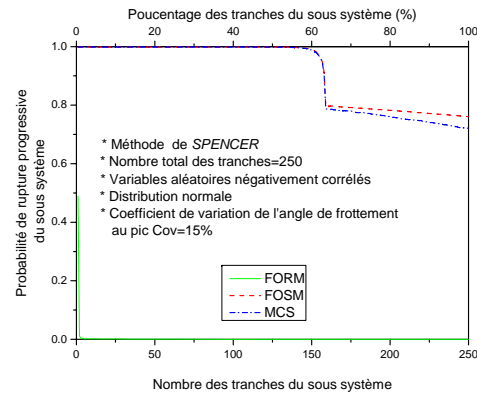
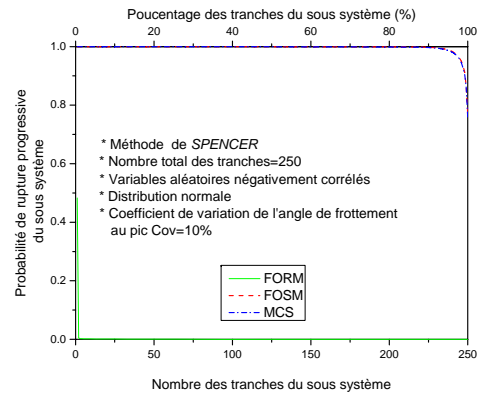
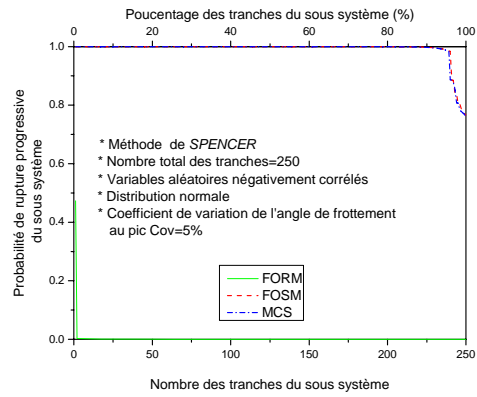
**Figure C1-4 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.



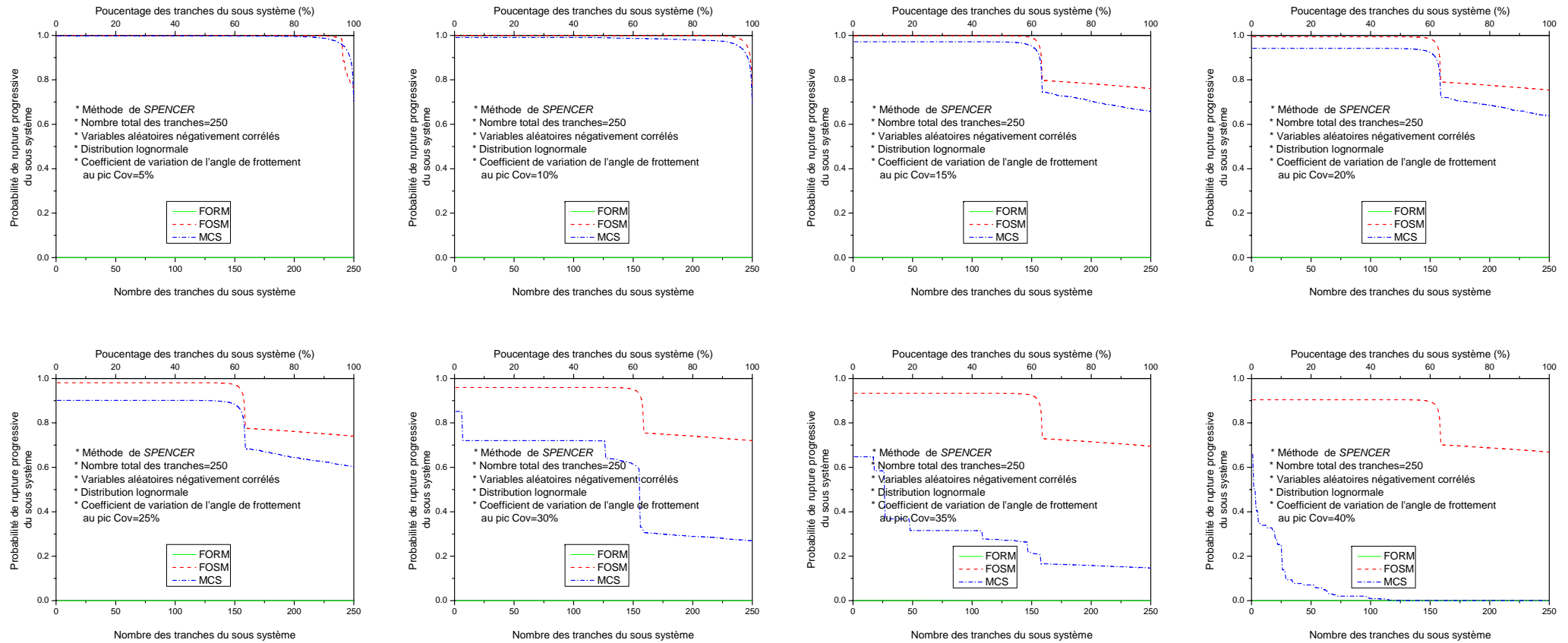
**Figure C1-5 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



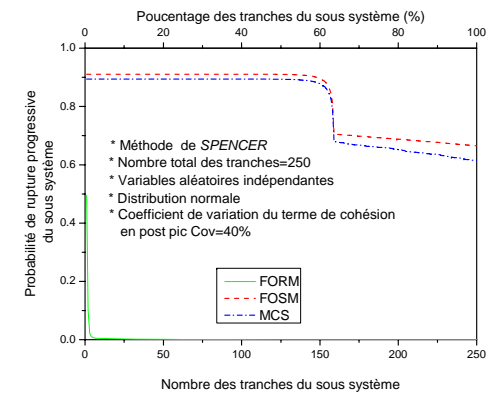
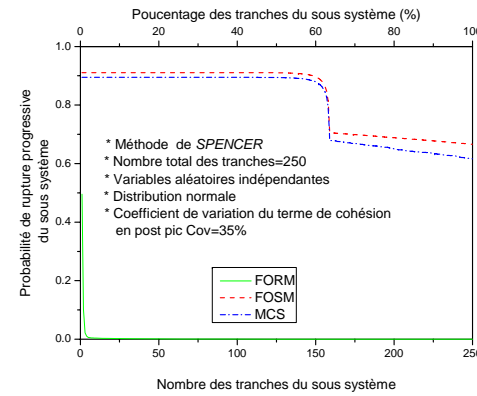
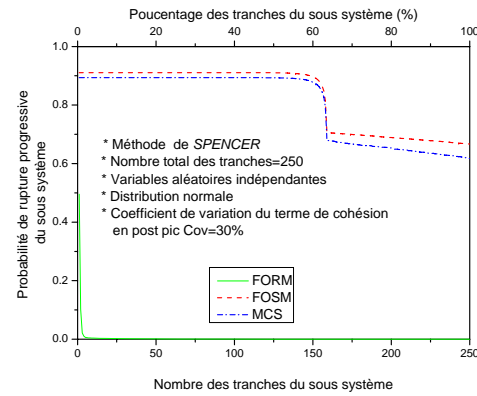
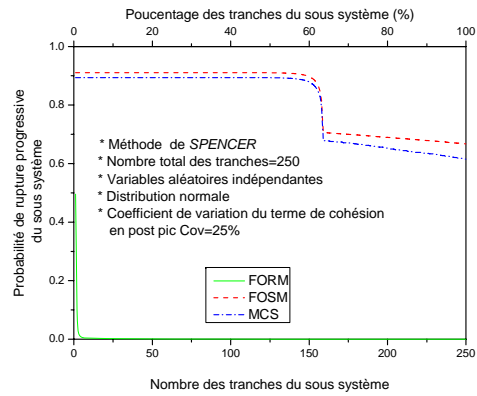
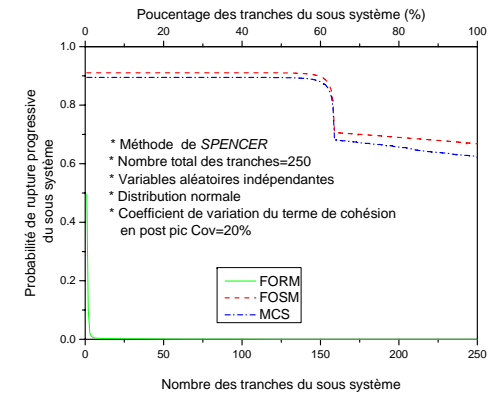
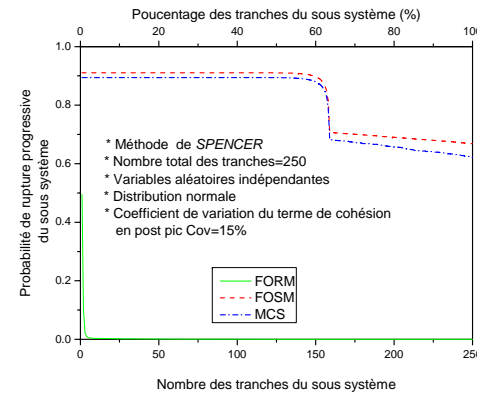
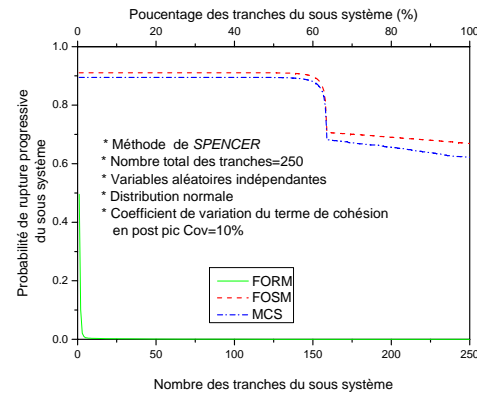
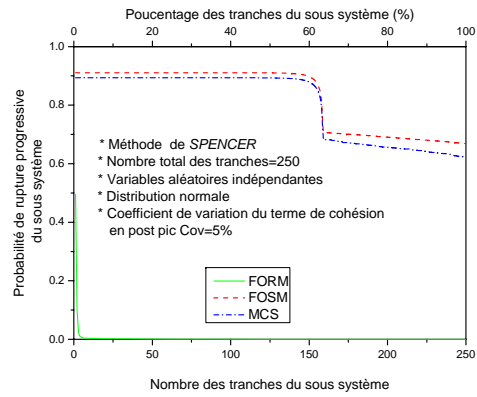
**Figure C1-6 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



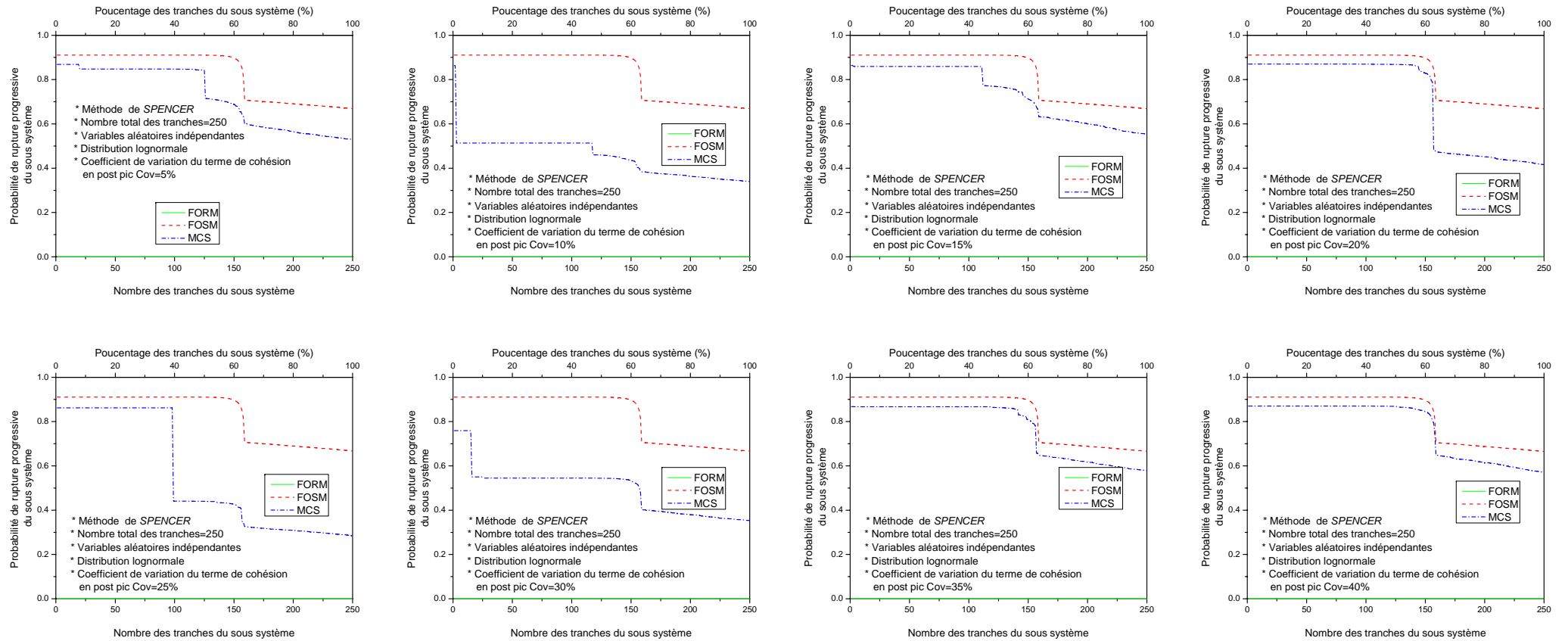
**Figure C1-7 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



**Figure C1-8 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.

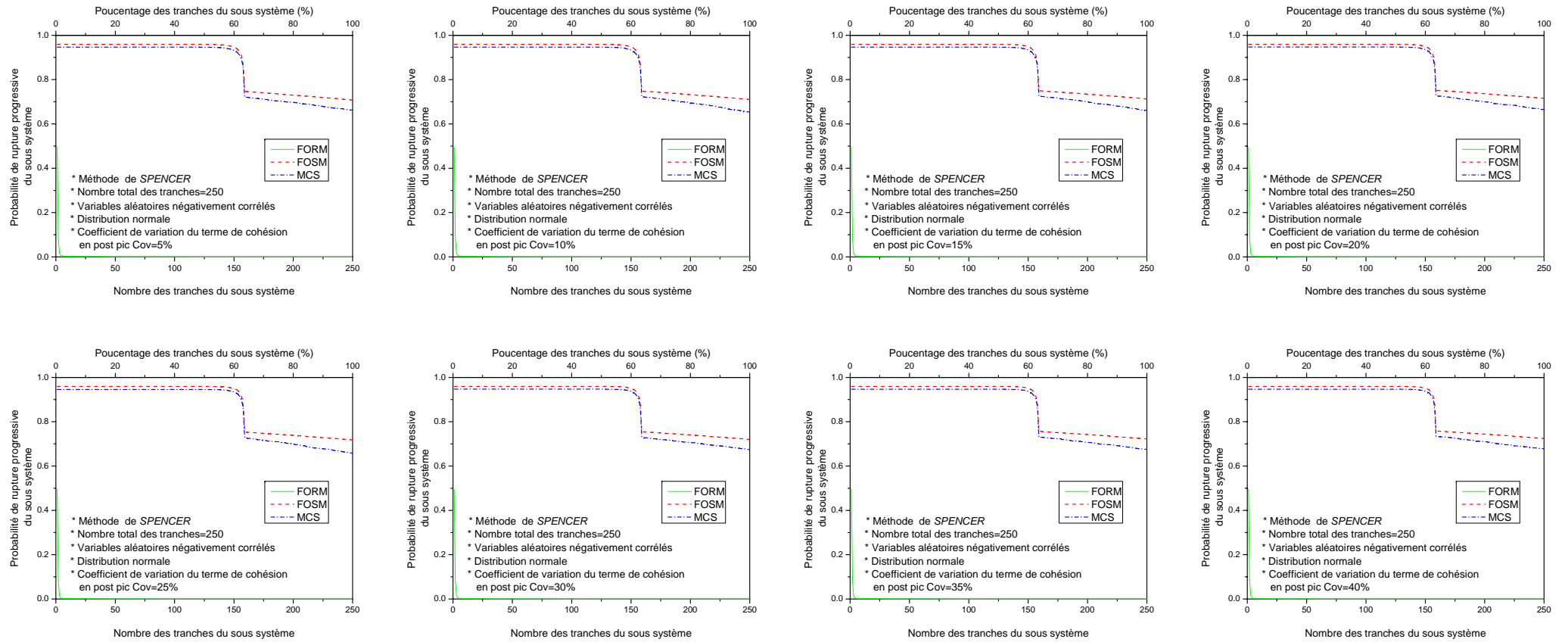


**Figure C1-9 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

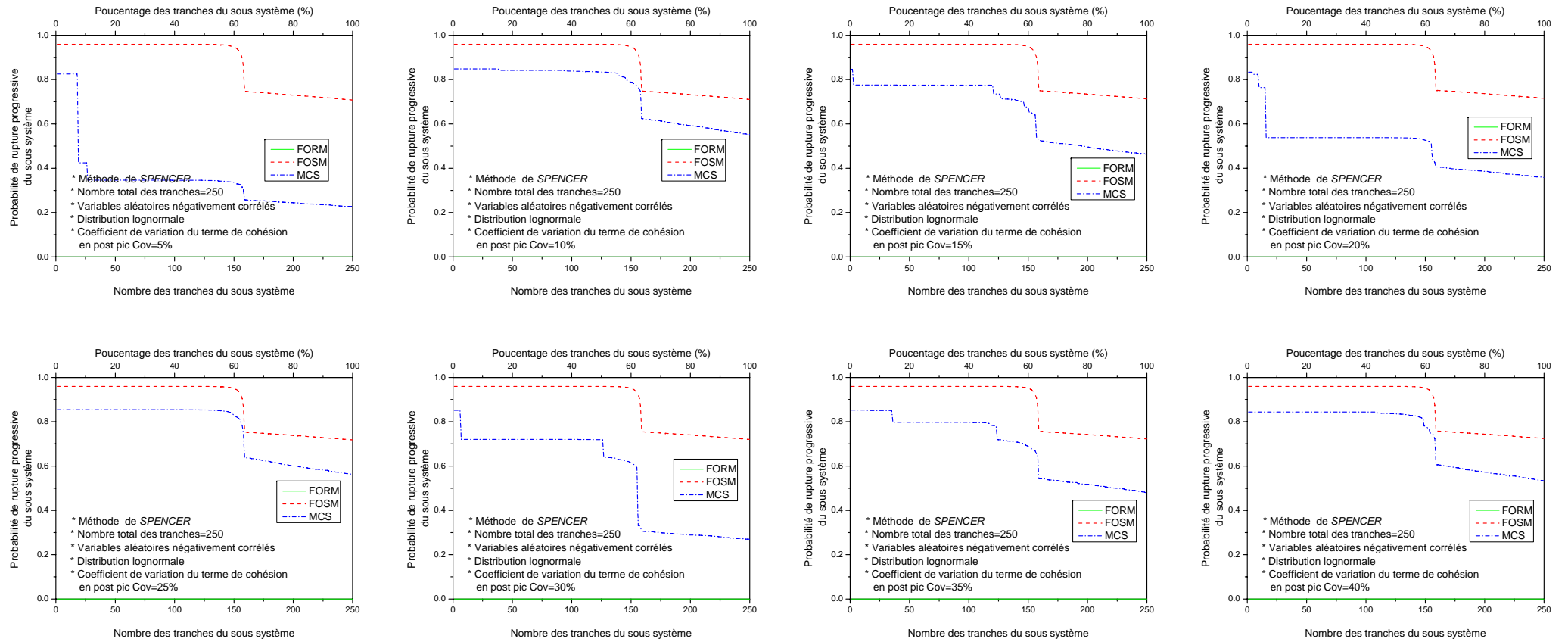


**Figure C1-10 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

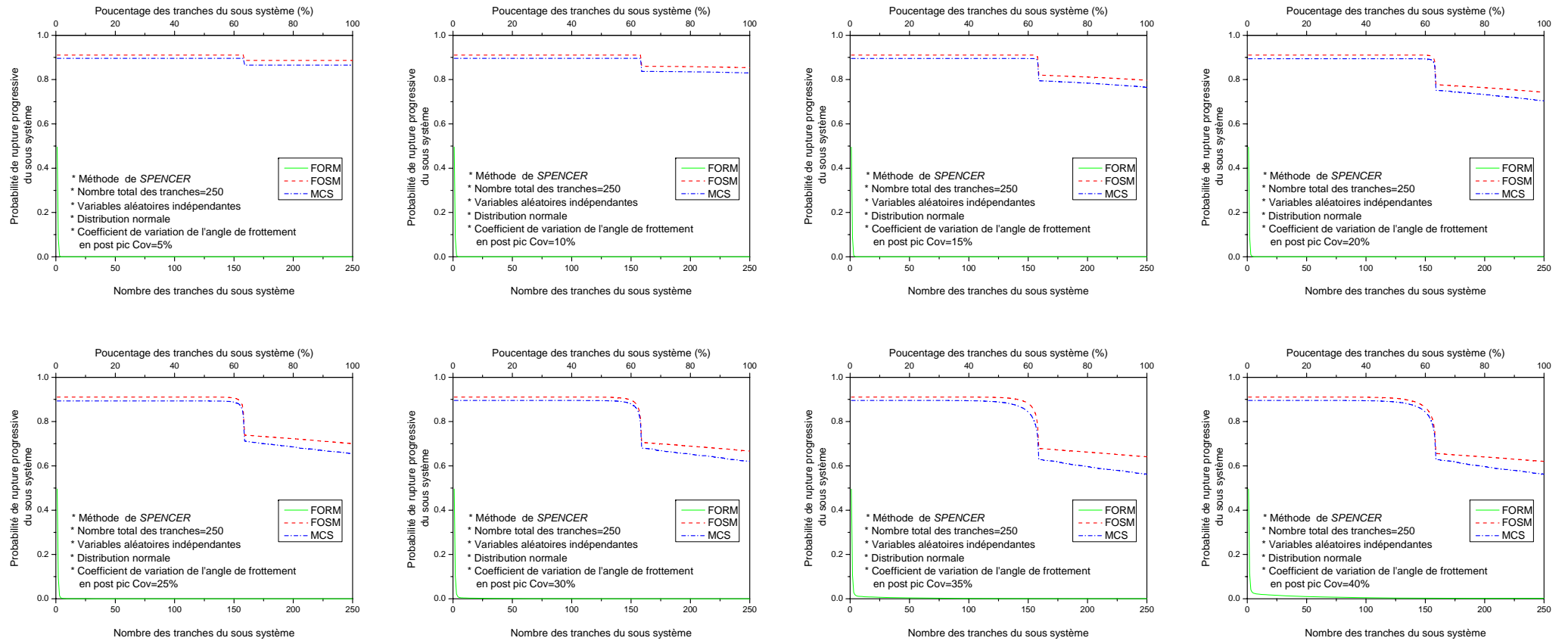




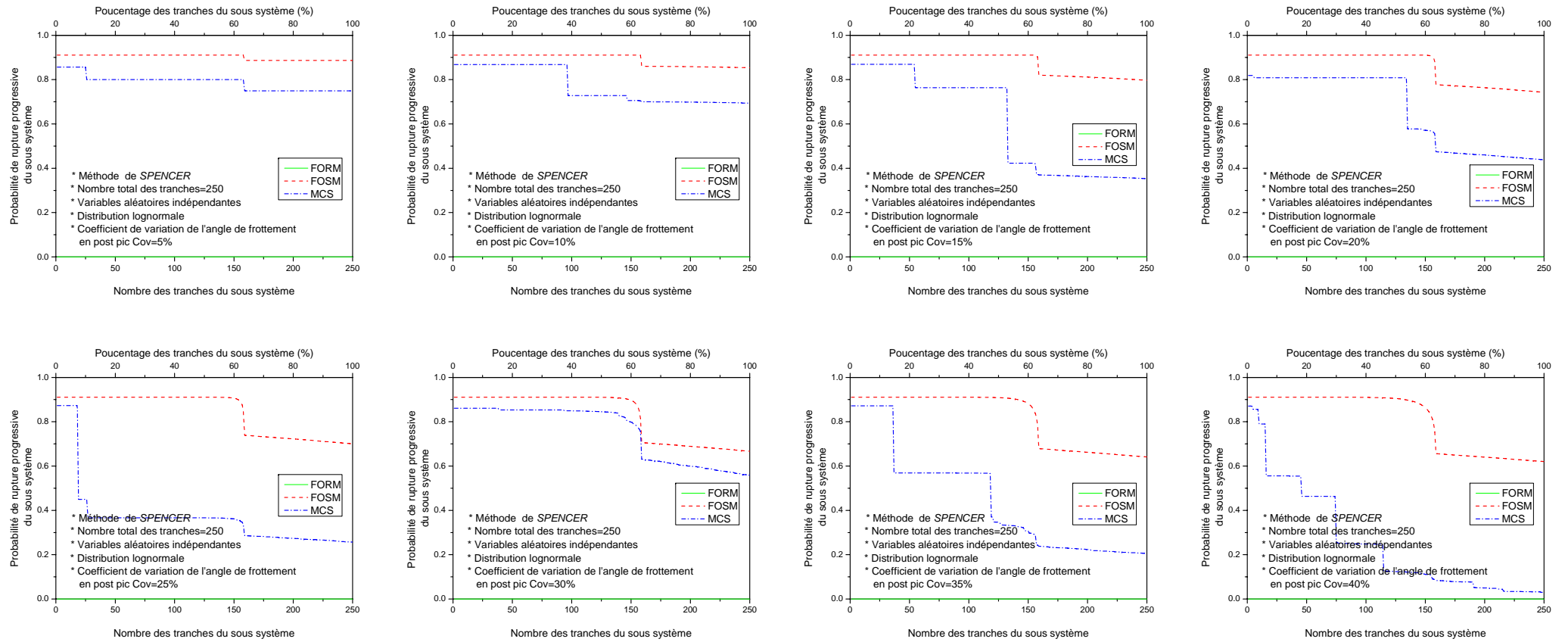
**Figure C1-11 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre de tranches constituant le sous système, -- Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.



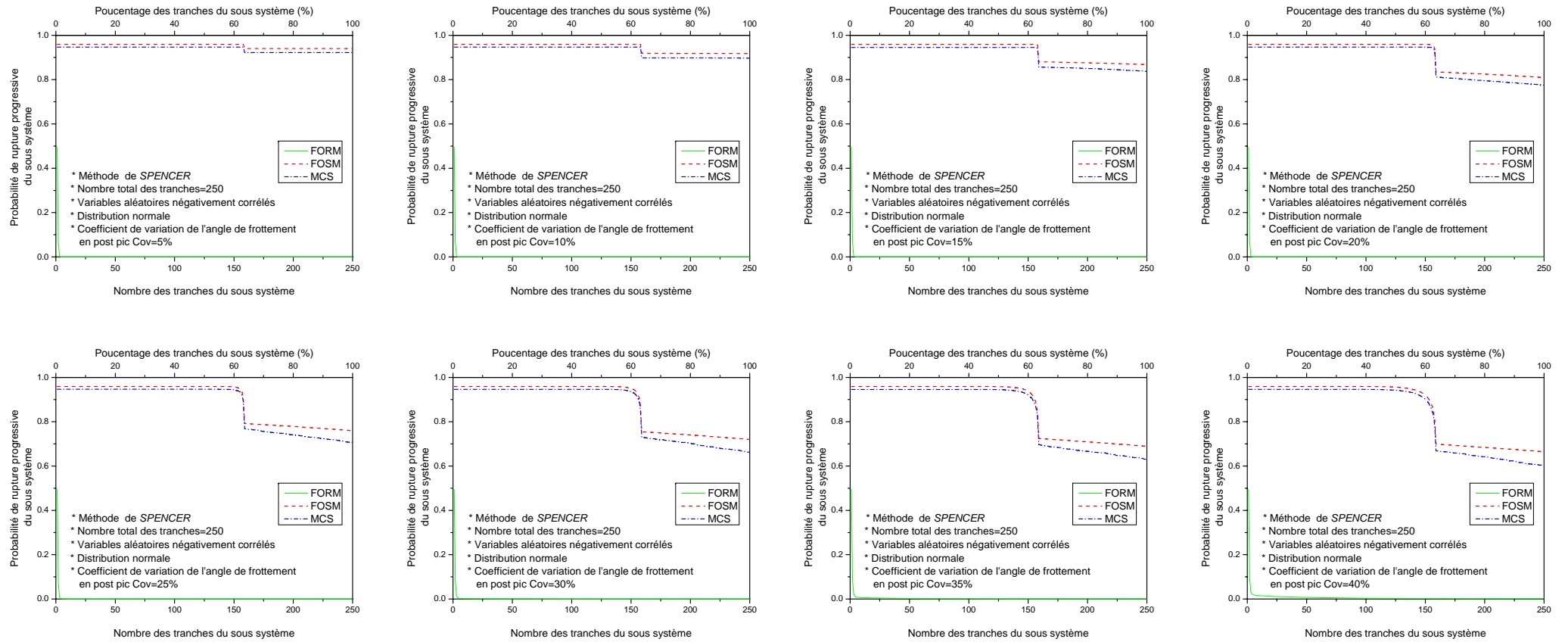
**Figure C1-12 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.



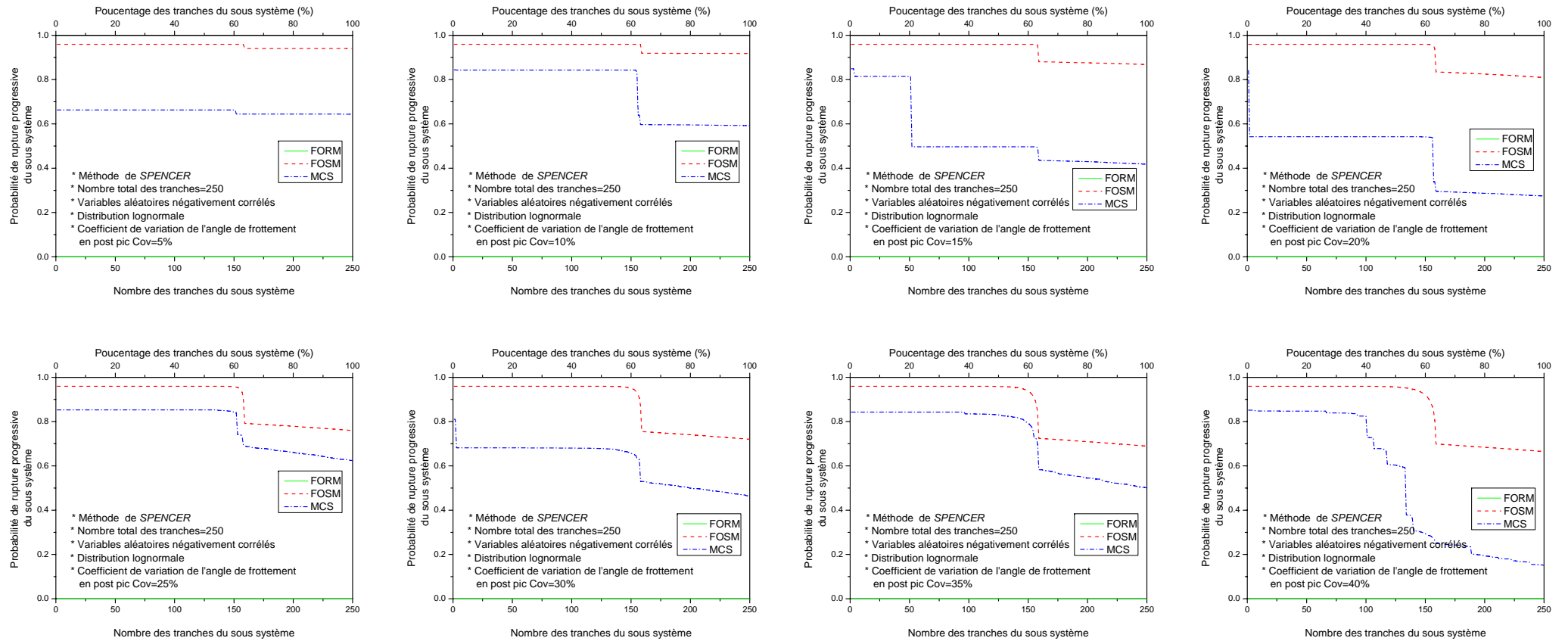
**Figure C1-13 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre de tranches constituant le sous système, -- Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



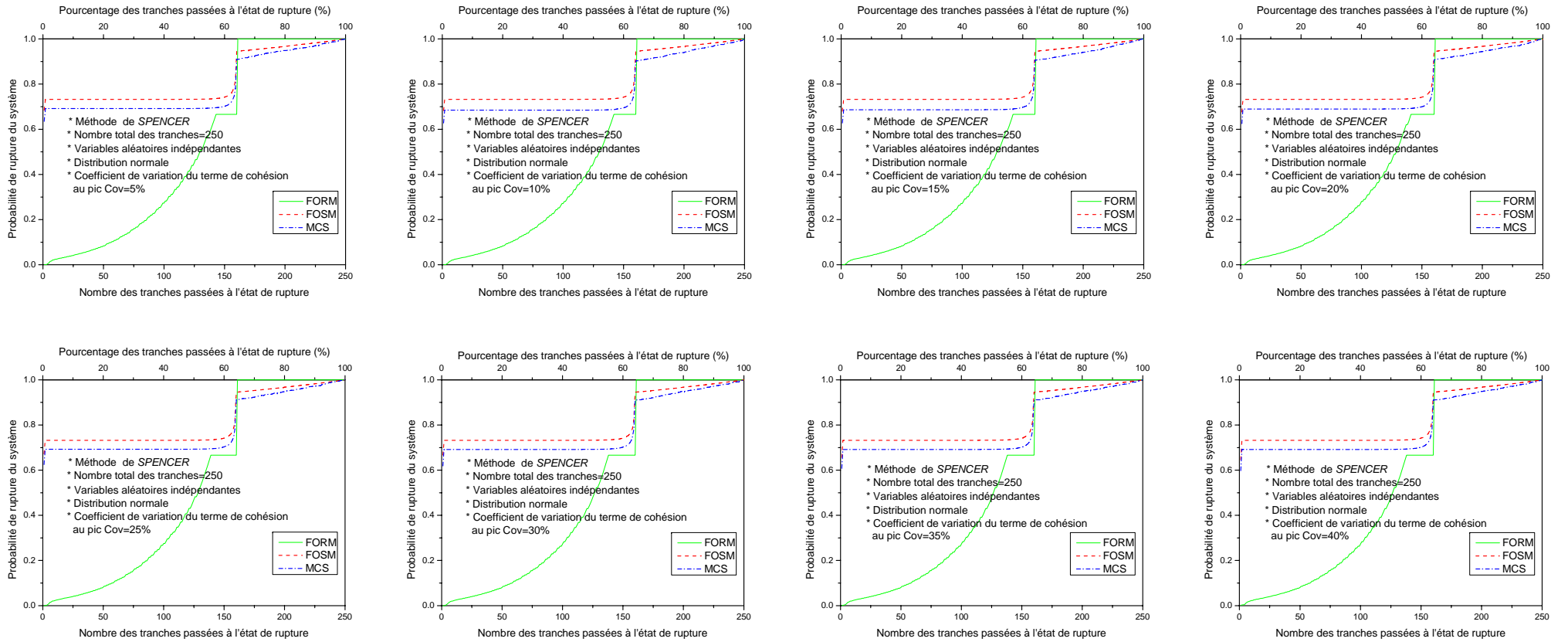
**Figure C1-14 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



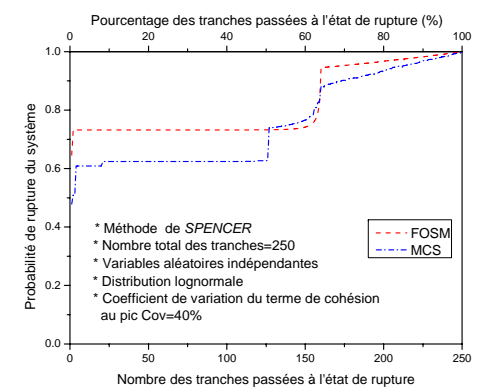
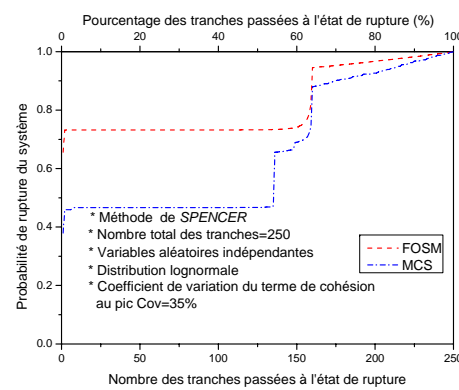
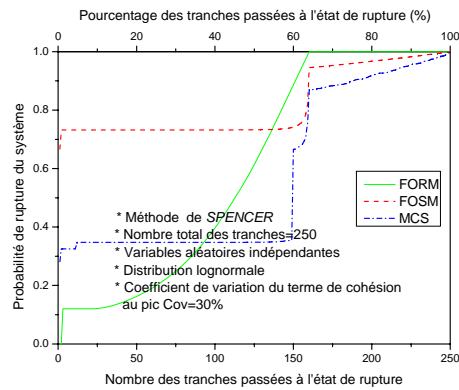
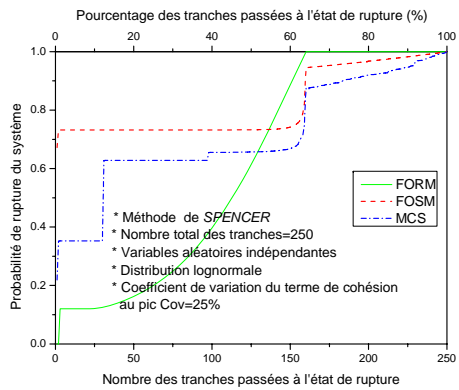
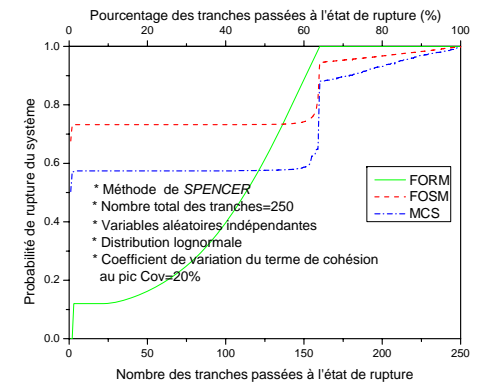
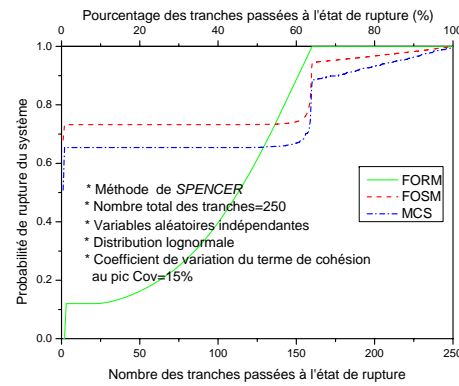
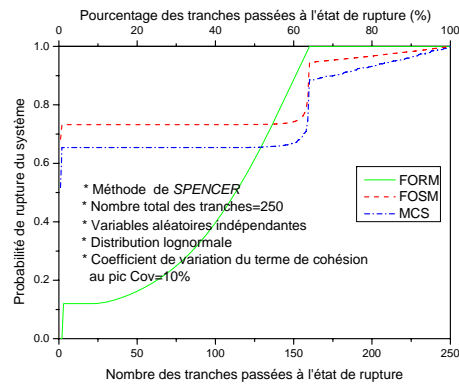
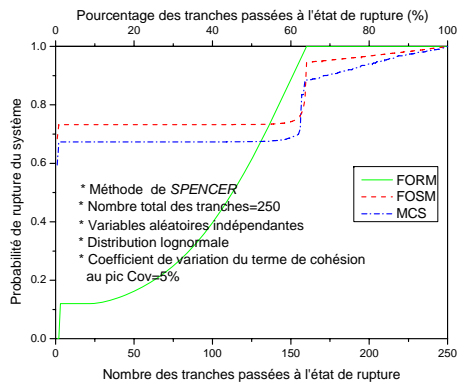
**Figure C1-15 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre de tranches constituant le sous système, -- Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



**Figure C1-16 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du sous système en fonction du nombre des tranches constituant le sous système, -- Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.

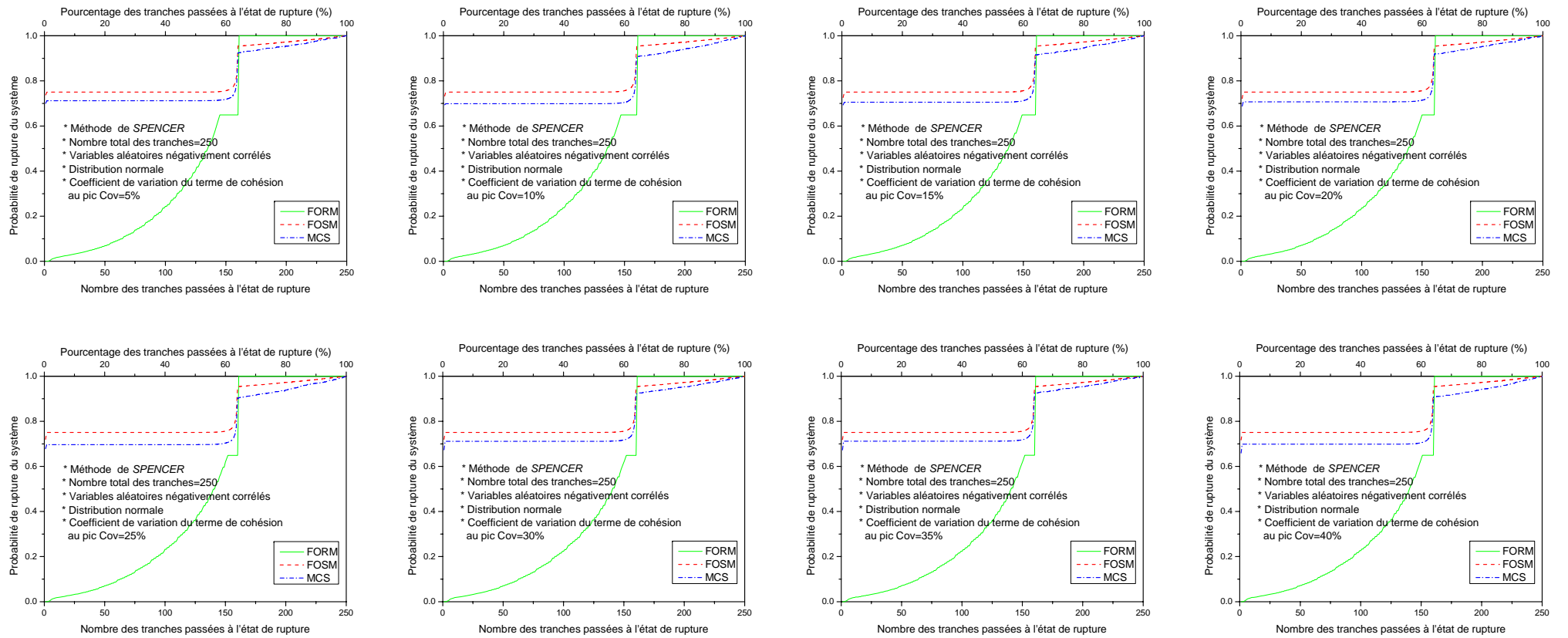


**Figure C2-1 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

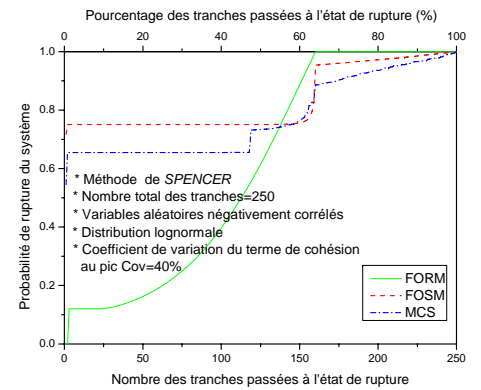
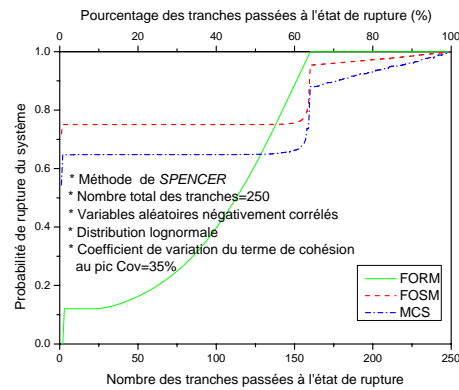
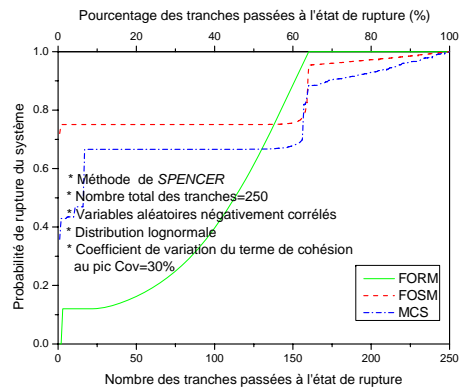
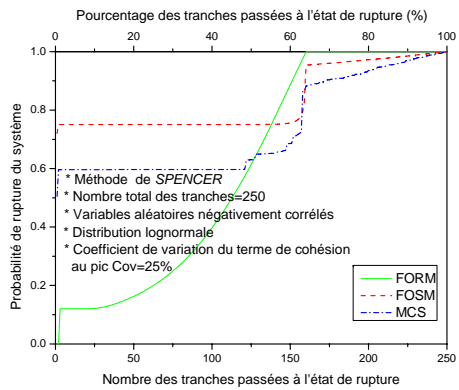
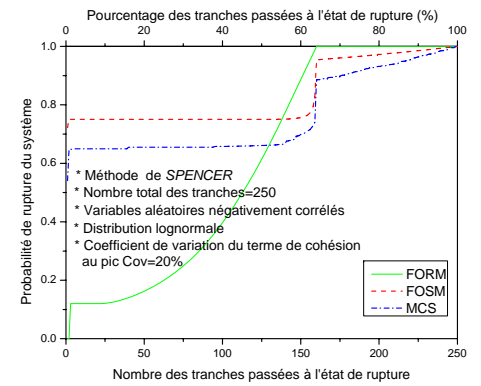
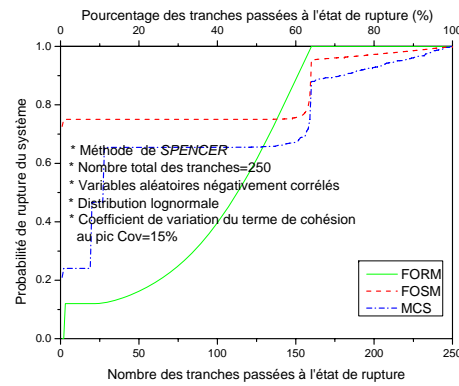
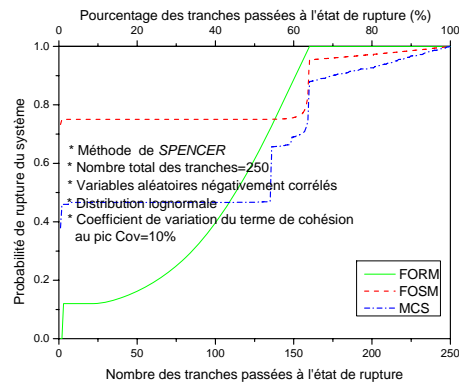
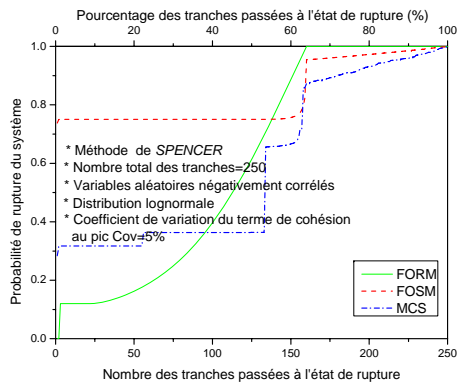


**Figure C2-2 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.

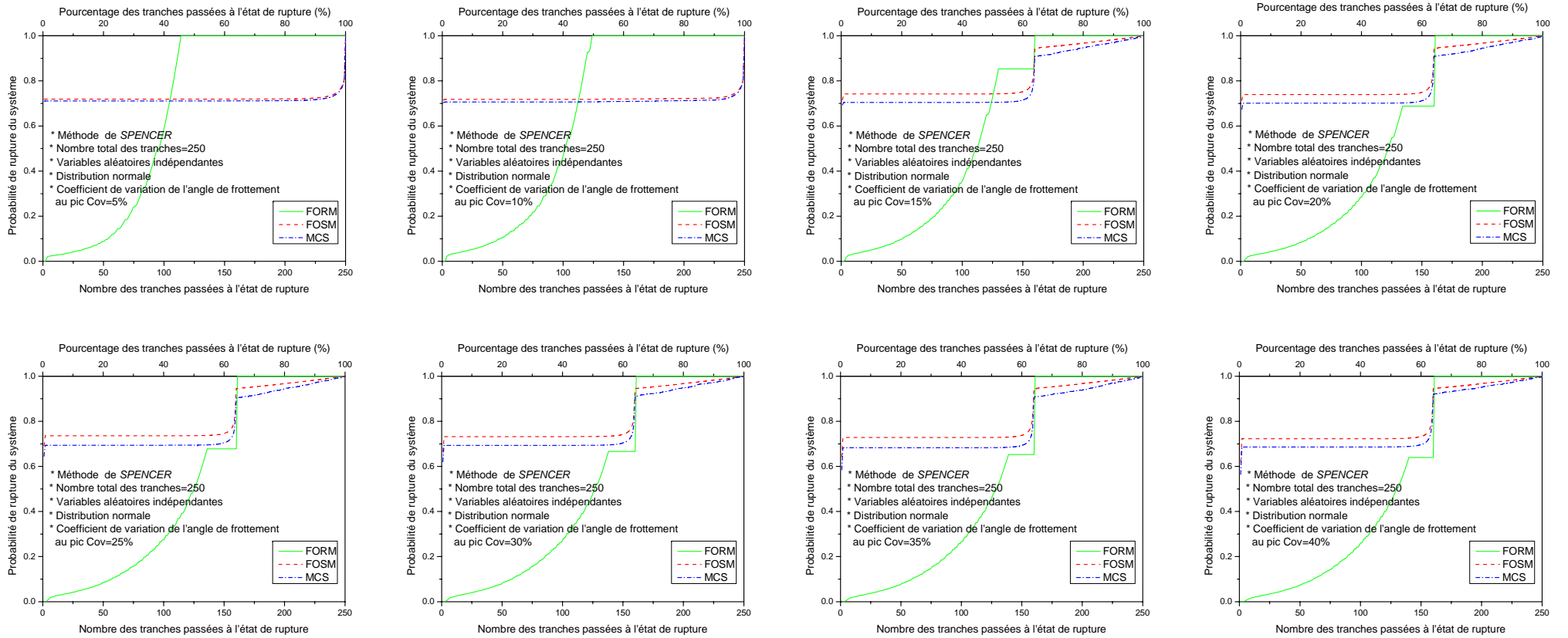




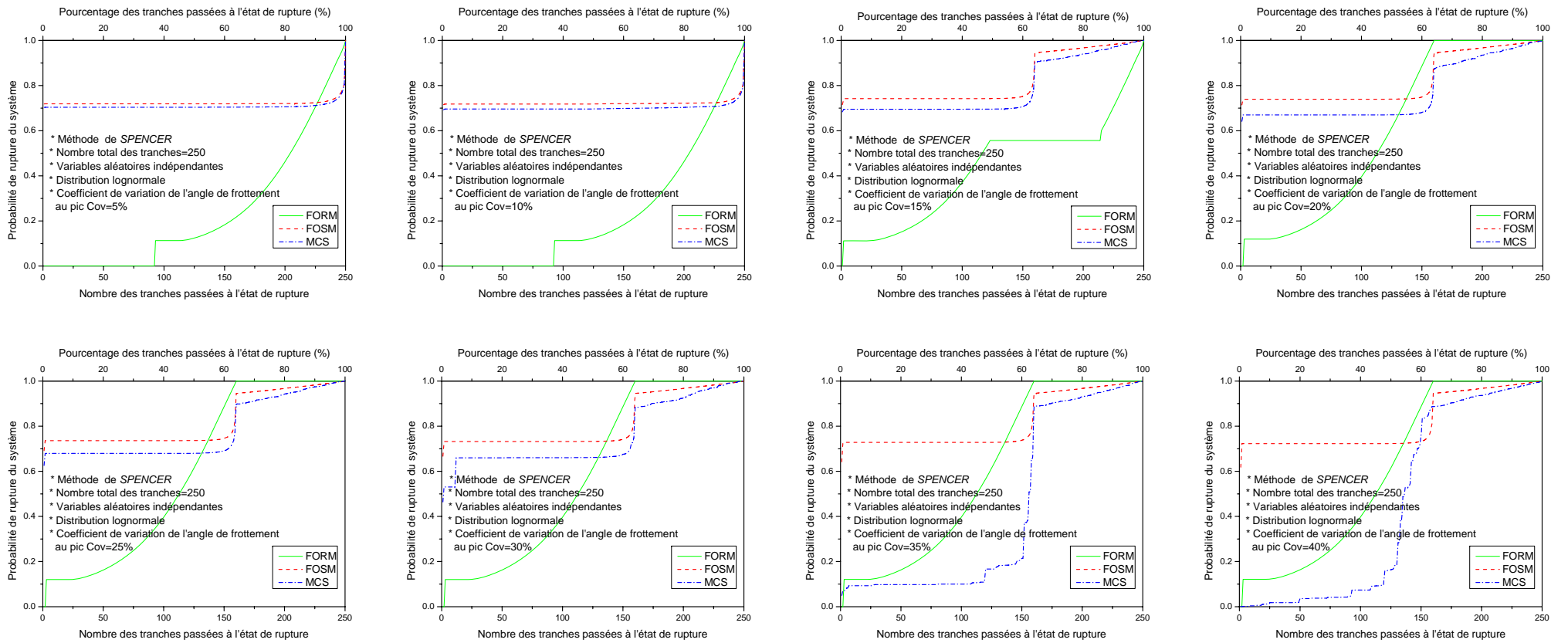
**Figure C2-3:** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.



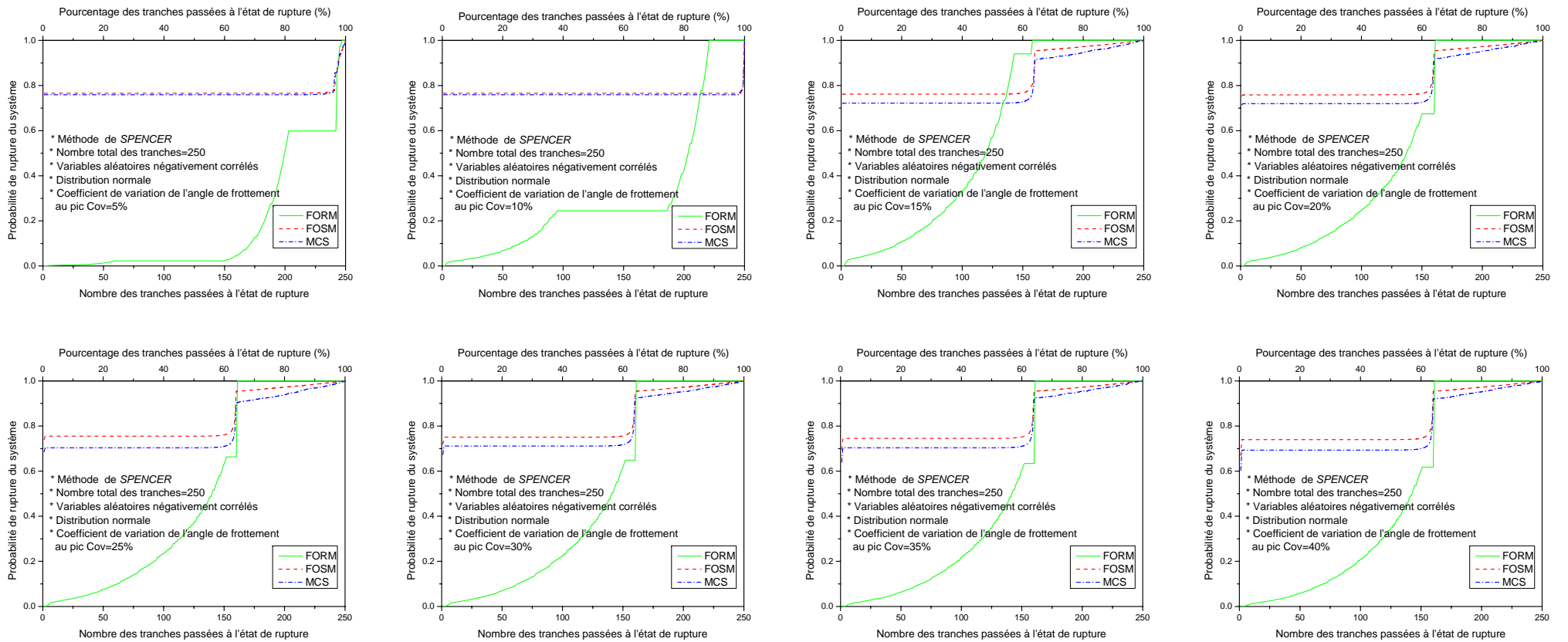
**Figure C2-4:** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion au pic variable.



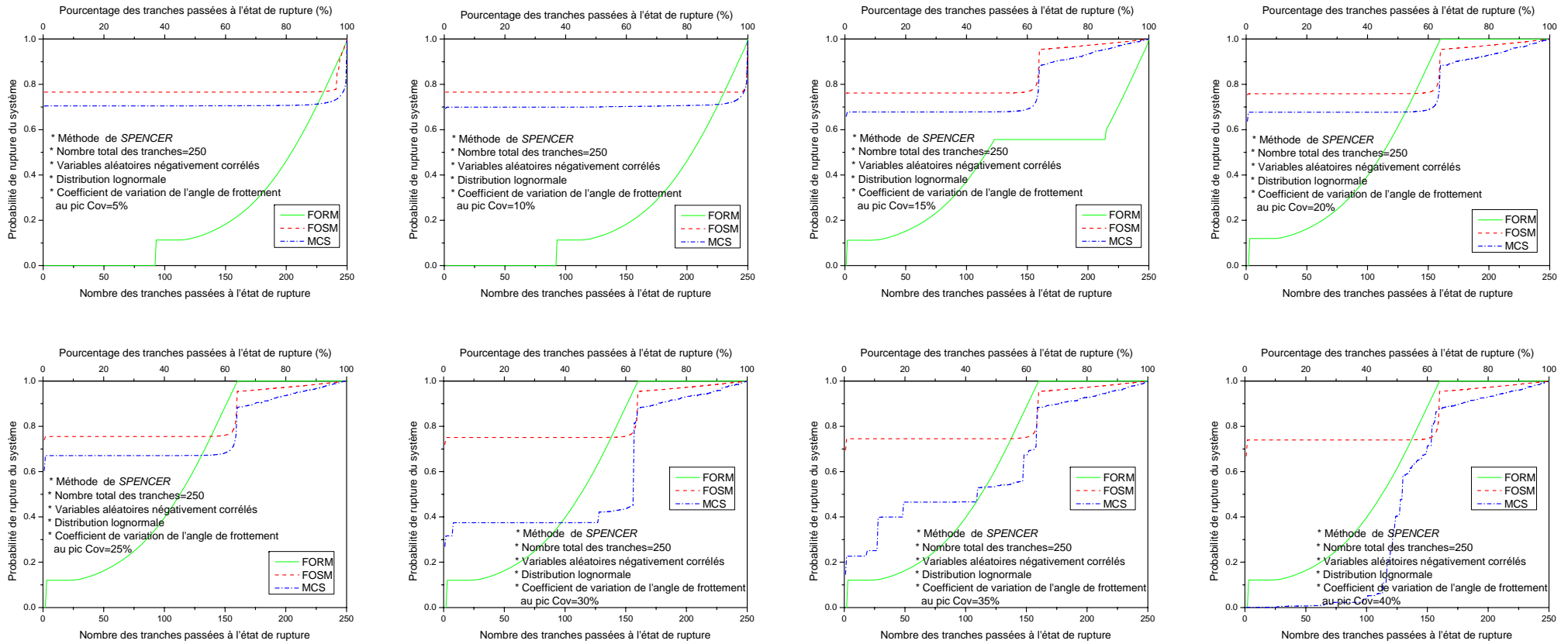
**Figure C2-5:** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



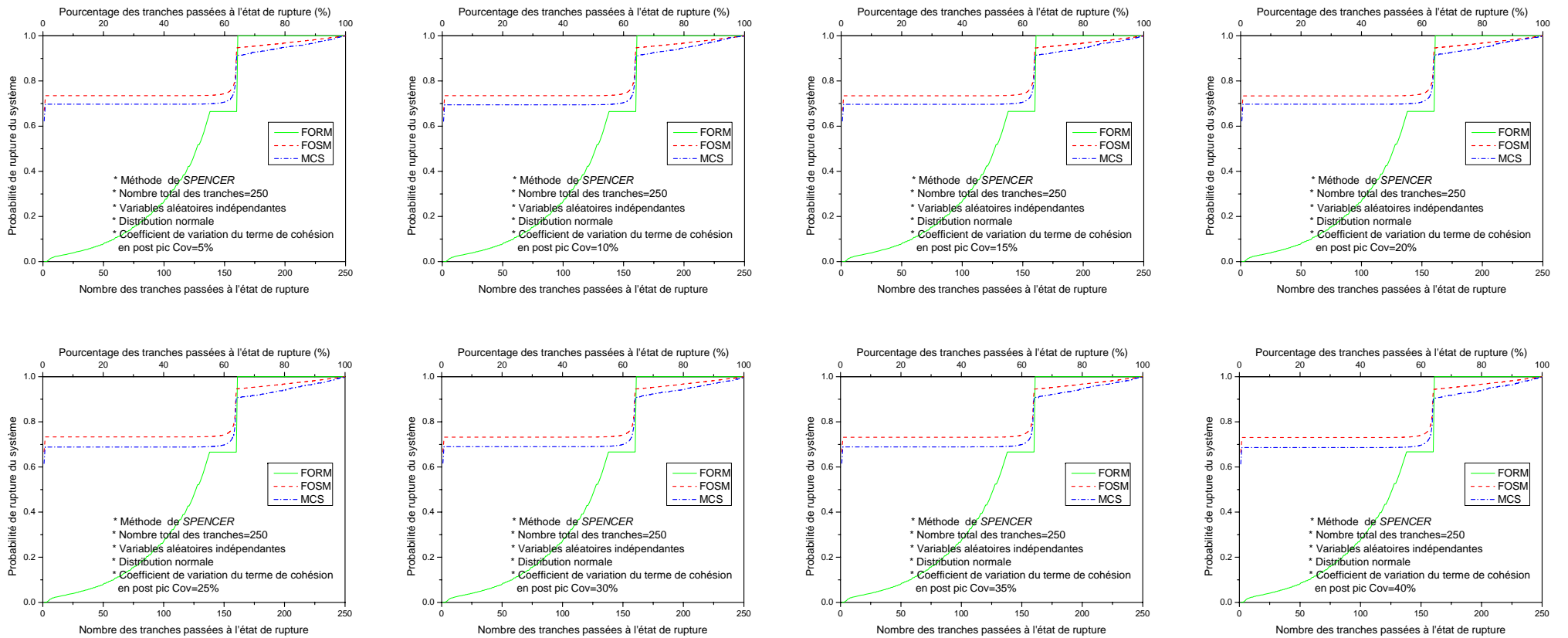
**Figure C2-6:** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



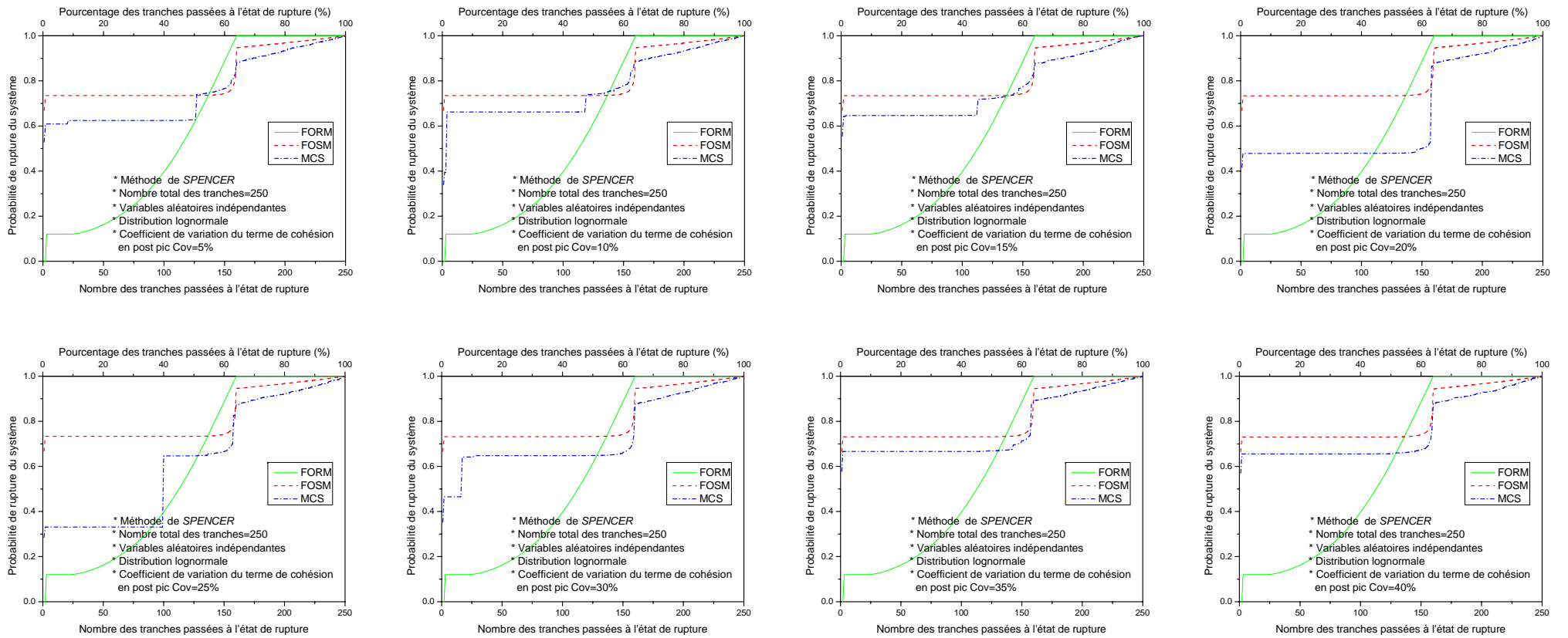
**Figure C2-7:** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.



**Figure C2-8:** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement au pic variable.

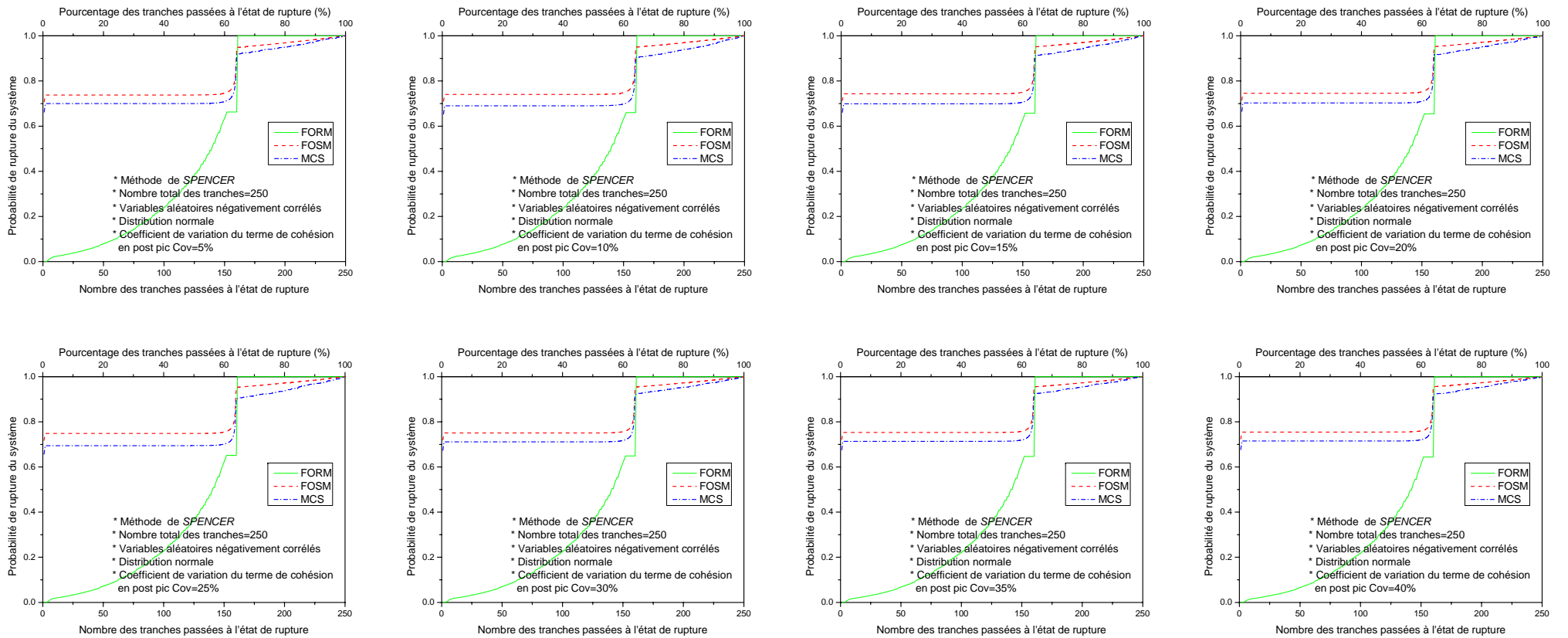


**Figure C2-9 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

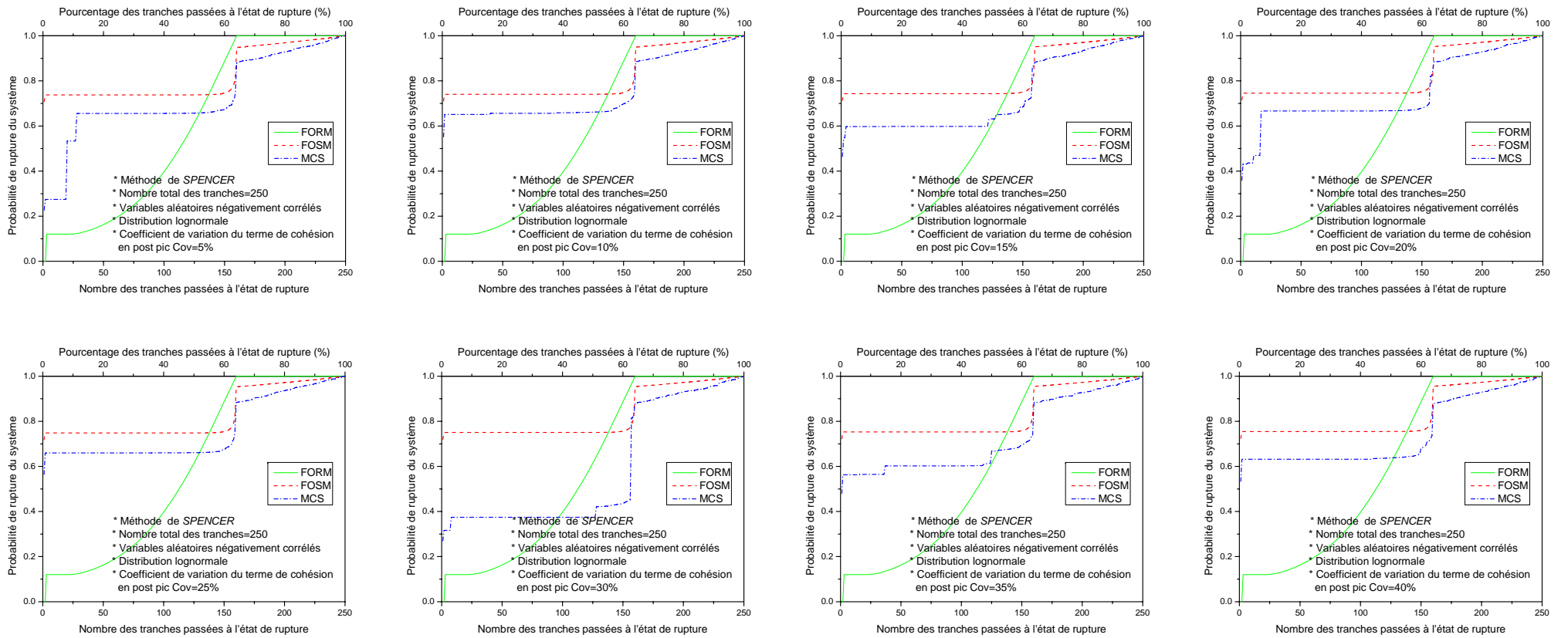


**Figure C2-10 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre de tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.

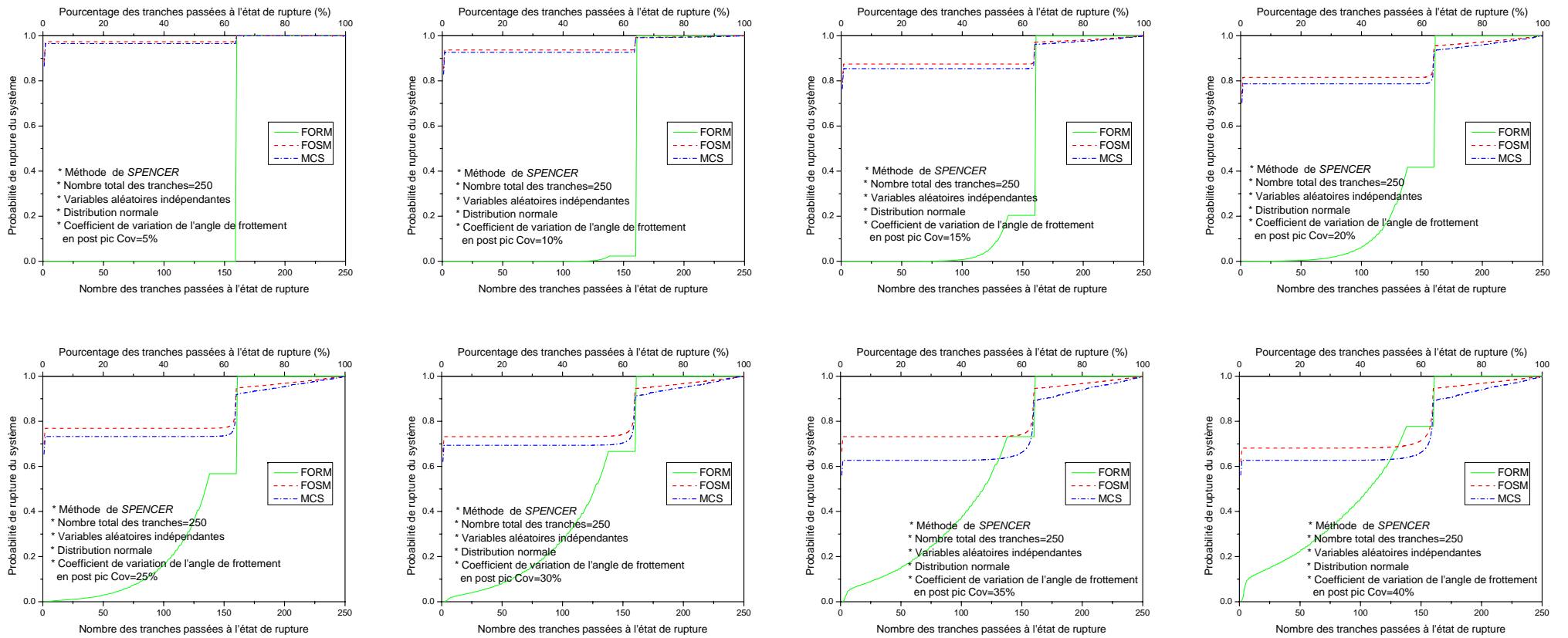




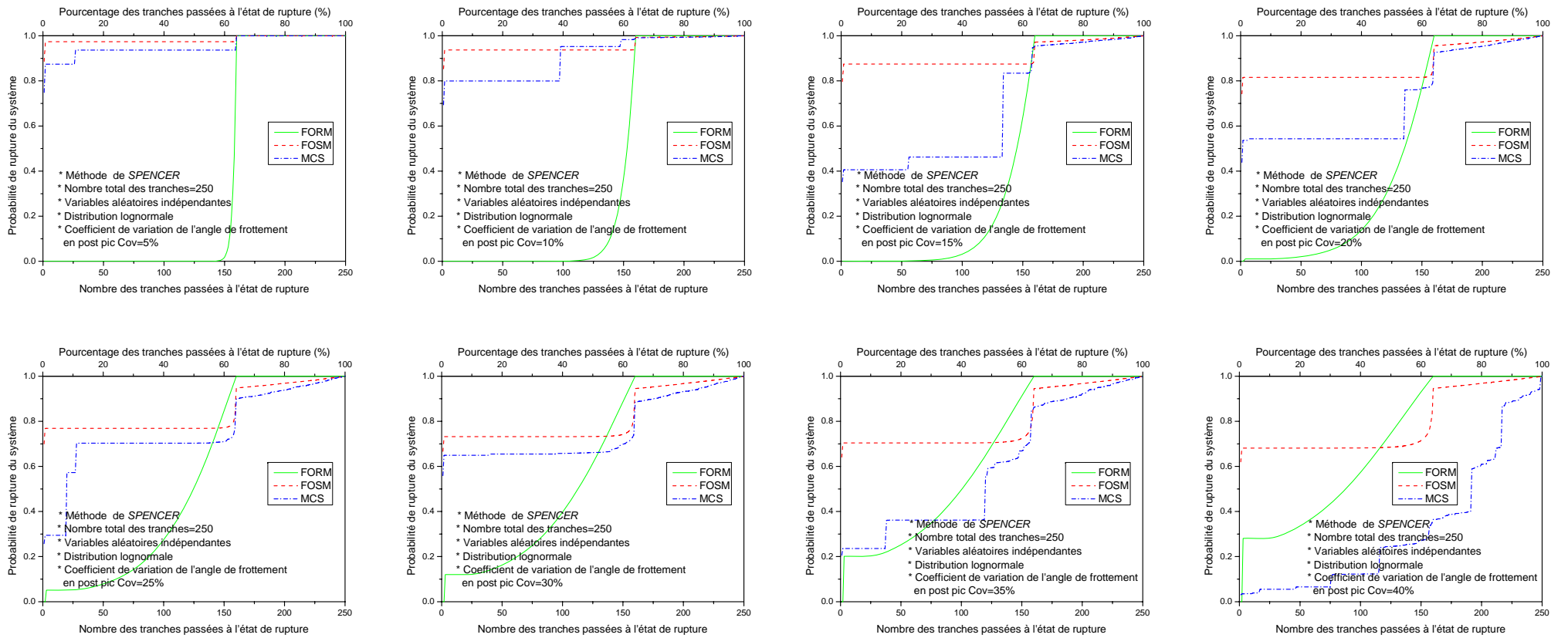
**Figure C2-11 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.



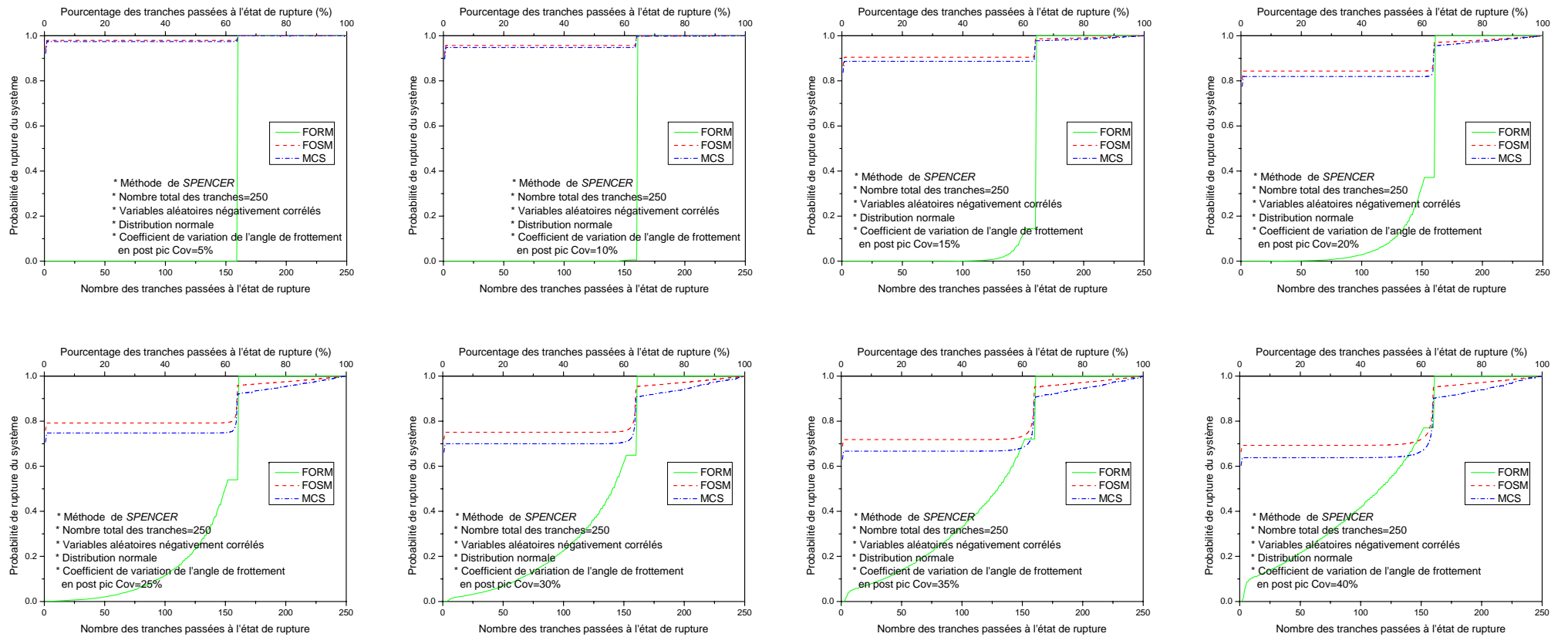
**Figure C2-12 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation du terme de cohésion en post pic variable.



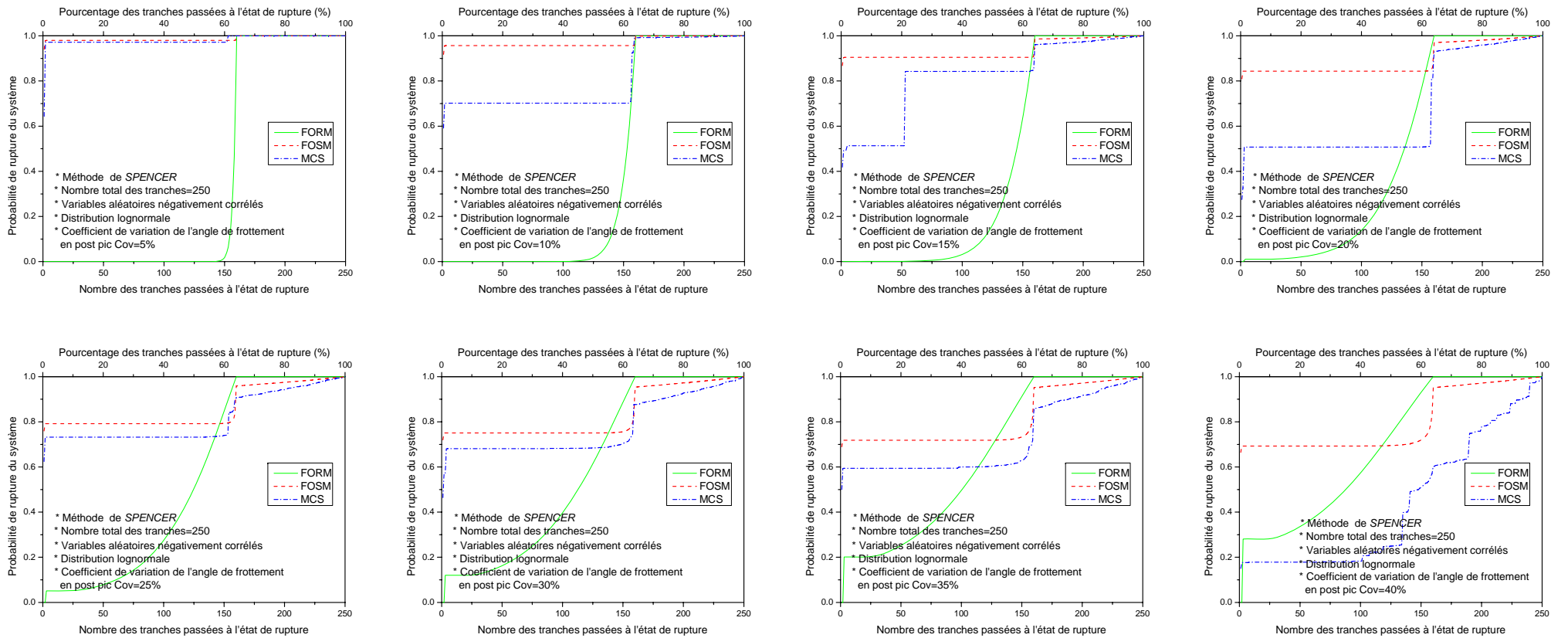
**Figure C2-13 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



**Figure C2-14 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre de tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires indépendantes, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



**Figure C2-15 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution normale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.



**Figure C2-16 :** La variation de la probabilité de rupture progressive du système en fonction du nombre des tranches passées à l'état de rupture, --Méthode de SPENCER, -- Distribution lognormale des variables aléatoires négativement corrélés, -- Coefficient de variation de l'angle de frottement en post pic variable.