CORRIGE DU SUJET 5

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

On considère que la section totale et composée d'une section S_1 carrée de 180 cm de coté evidé de la section triangulaire S_2 de hauteur h = 120 cm et de base b = 120 cm.

Le centre de gravité:

$$Y_G = \frac{\sum y_i S_i}{\sum S_i} = \frac{90(180)^2 - 140(120)^2/2}{(180)^2 - (120)^2/2} =$$

$$Z_G = Y_G \text{(symétrique)}$$

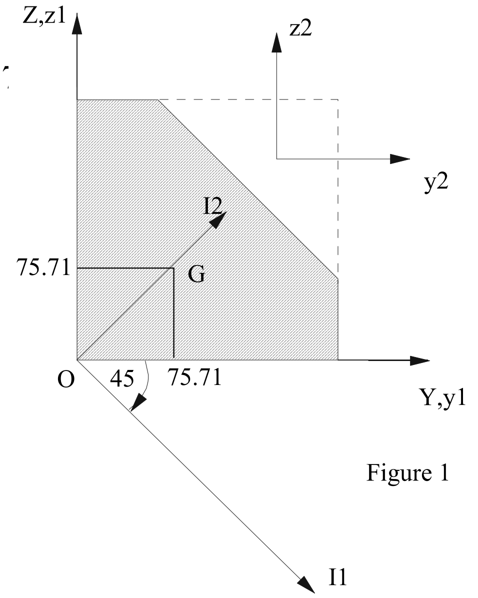


Figure 1

Calcul des moments d'inertie de la section

- Section 1 (carrée)

$$I_{z1} = I_{y1} = \frac{(180)^4}{3} = 34992 \times 10^4 \, cm^4$$

$$I_{zy1} = \frac{(180)^4}{4} = 26244 \times 10^4 \, cm^4$$

- Section 2 (triangulaire)

$$I_{y2} = I_{Gy2} + S_2 y_2^2 = \frac{bh^3}{36} + \frac{bh}{2}(140)^2 = \frac{(120)^4}{36} + \frac{(120)^2}{2}(140)^2 = 14688 \times 10^4 \, cm^4$$

$$I_{z2} = I_{y2} \text{(symétrique)}$$

$$I_{yz2} = I_{yz2} + S_2 y_2 z_2 = -\frac{b^2 h^2}{72} + \frac{bh}{2}(140)(140) = 13824 \times 10^4 \, cm^4$$

- Section totale = Section 1 - Section 2

$$I_y = I_{y1} - I_{y2} = (34992 - 14688) \times 10^4 = 20304 \times 10^4 \, cm^4$$

$$I_z = I_y$$

$$I_{zy} = I_{zy1} - I_{zy2} = (26244 - 13824) \times 10^4 = 12420 \times 10^4 \, cm^4$$

Moments d'inertie principaux et leur orientation:

$$\mathrm{tg}2\alpha_0 = \frac{2I_{zy}}{I_y - I_z} = \frac{2I_{zy}}{0} = \infty \Rightarrow 2\alpha_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$I_{1,2} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\frac{(I_y - I_z)^2}{4} + I_{yz}^2}$$

$$I_1 = 32724 \times 10^4 \,\mathrm{cm}^4$$

$$I_2 = 7884 \times 10^4 \,\mathrm{cm}^4$$

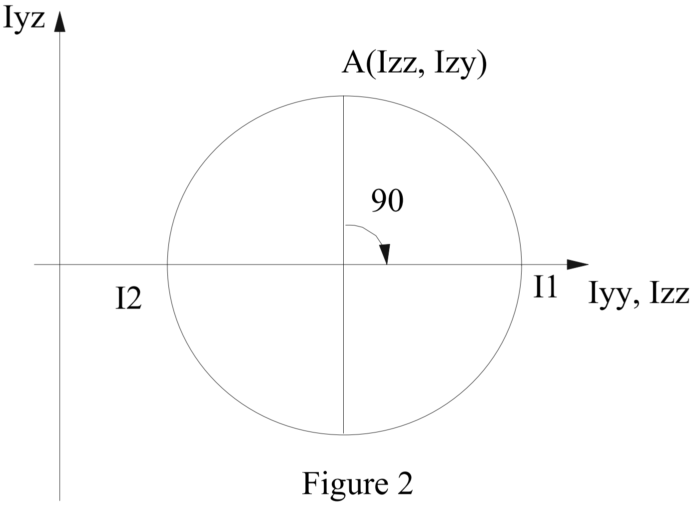


Figure 2

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

- Calcul des réactions:

$\Sigma M_{/Bg} = 0 \Rightarrow 3H_A$ - 15 x 1.5 =0

$\Rightarrow H_A$ = 7.5 KN

$\Sigma F_{/H} = 0 \Rightarrow$ 15 x 1.5 - H_A -H_E =0

$\Rightarrow H_E$ = 7.5 kN

$\Sigma M_{/A} = 3 \times 7.5 + 7.464\, V_E - 24 \times 4.464 - 20 \times 1.73 - 15 \times 1.5 = 0$

$\Rightarrow V_E$ = 22.20 kN

$\Sigma M_{/B} = 7.46\, V_A + 7.5 \times 3 - 15 \times 1.5 - 20 \times 5.73 - 24 \times 2 = 0$

$\Rightarrow V_A$ = 21.80 kN

-Diagrammes des efforts N , T et M :

Tronçon AB :$0 \le x \le 3$

N=-21.8 KN

T=7.5 - 5x, T(0) = 7.5, T(3) = -7.5, T(x) = 0 $\Rightarrow$ x = 1.5 m

M = 7.5x -5x²/2, M(0) = 0, M(3) = 0, M(1.5) = 5.625 KN.m

Tronçon BC $0 \le \theta \le 60$

$N + 21.8 \cos(30 + \theta) - 7.5 \sin(30 + \theta) + 15\sin(\theta + 30) = 0$

$N(\theta) = -21.8 \cos(30 + \theta) - 7.5 \sin(30 + \theta)$, N(0) = -22.6 kN , N(60) = -7.5 kN

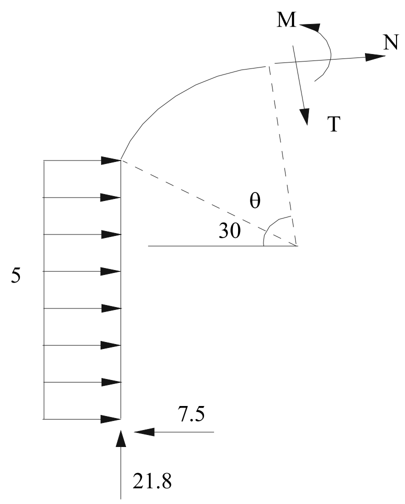
$T - 21.8 \sin(30 + \theta) - 7.5 \cos(30 + \theta) + 15\cos(30 + \theta) = 0$

$T(\theta) = 21.8 \sin(30 + \theta) - 7.5 \cos(30 + \theta)$, T(0) = 4.4 kN, T(60) = 21.8 kN

$M - 21.8 \times 2[\cos30 - \cos(30 + \theta)] - 7.5[3 + 2(\sin(30 + \theta) - \sin30)]$
$+ 15[1.5 + 2(\sin(30 + \theta) - \sin30)]$

$M(\theta) = 21.8 \times 2[\cos30 - \cos(30 + \theta)] - 7.5 \times 2[\sin(30 + \theta) - \sin30]$

M(0) = 0, M(60) = 30.2 KN.m



Tronçon ED: $0 \le x \le 4$

N = -7.5 KN

T(x) = -22.2 + 6x, T(0) = -22.2, T(4) = 1.8, T(x) = 0 $\Rightarrow$ x= 3.7 m

$M(x)=22.2x- 6x^2/2$, M(0) =0, M(4) =40.8kN.m, M_{max}=M(3.7) =41.07 KN.m

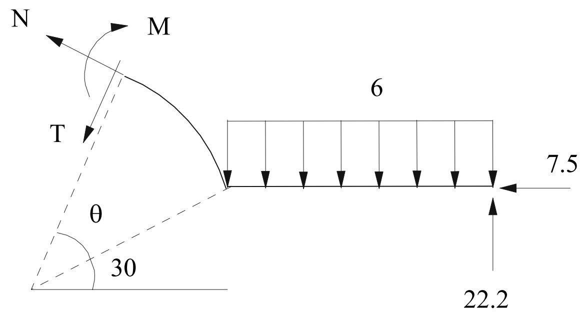
Tronçon DC: $0 \le \theta \le 60$

$N + 22.2 \cos(30 + \theta) +$

$7.5\sin(30 + \theta) - 24 \cos(30 + \theta) = 0$

$N(\theta) = 1.8 \cos(30 + \theta) -$

$7.5\sin(30 + \theta)$, N(0) = -2.19, N(60) = -7.5



$T + 22.2 \sin(30 + \theta) - 24 \sin(30 + \theta) - 7.5 \cos(30 + \theta) = 0$

$T(\theta) = 7.5 \cos(30 + \theta) - 1.8 \sin(30 + \theta)$, $T(0) = 7.4$, $T(60) = 1.8$ KN

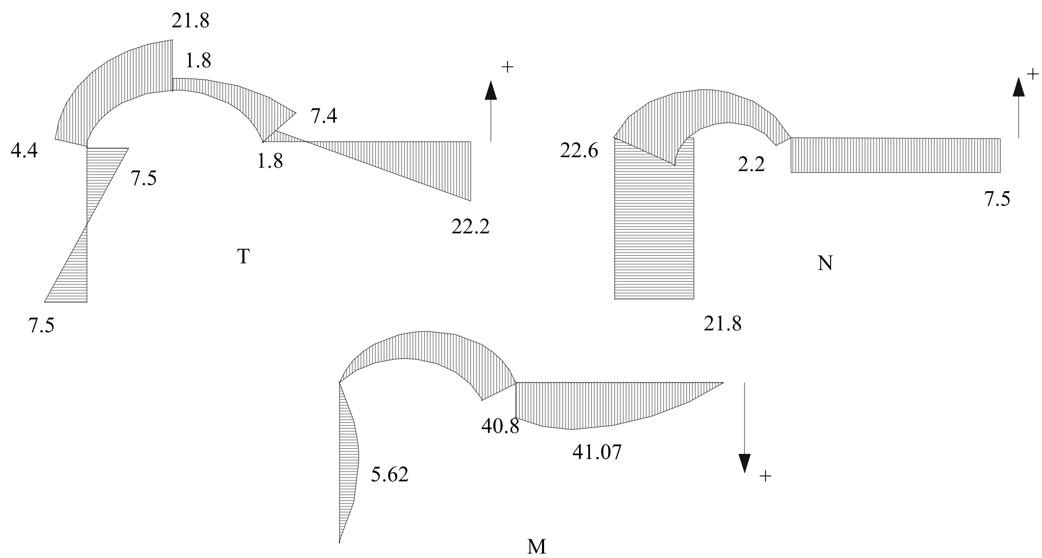
$M + 24 \times 2[\cos(30 + \theta) - \cos30] - 22.2[4 + 2(\cos30 - \cos(30 + \theta)]$

$+ 7.5 \times 2[\sin(30 + \theta) - \sin30]$

$M(\theta) = 40.8 - 1.8 \times 2[\cos30 - \cos(30 + \theta)] - 7.5 \times 2[\sin(30 + \theta) - \sin30]$

$M(0) = 40.8$ kN.m, $M(60) = 30.2$ KN.m

Pour le tracé des diagrammes, on calcul M, N, et T aux niveaux des section intermédiaires dans le tronçon en arc.



CORRIGE DE L'EXERCICE 3

σ_x et σ_y étant connues, on peut donc déterminer les déformations suivant x et y:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (2)$$

Pour déterminer complètement un état de contrainte plan il suffit de connaître les déformations suivant trois orientations. ε_x et ε_y sont obtenues de (1) et (2), on peut donc déterminer les contraintes tangentielles d'une manière très simple en plaçant la jauge à 45° par rapport à l'axe x, on aura ainsi la rosette à 45°:

$$\gamma_{xy} = 2\,\varepsilon_{45} - \varepsilon_x - \varepsilon_y$$

d'où $\tau_{xy} = G\gamma_{xy}$ avec $G = E / 2(1 + \nu)$

$$\tau_{xy} = G\left(2\varepsilon_{45} - \varepsilon_x - \varepsilon_y\right) = \frac{E}{2(1+\nu)}\left[2\varepsilon_{45} - \varepsilon_x - \varepsilon_y\right]$$

$$= \frac{E}{2(1+\nu)}\left[2\varepsilon_{45} - \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\nu}{E}\left(\sigma_y + \sigma_x\right)\right]$$

$$= \frac{E}{2(1+\nu)}\left[2\varepsilon_{45} + \frac{1}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\left(\nu - 1\right)\right]$$

d'où:

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2(1+\nu)}\left[2E\varepsilon_{45} + (\nu - 1)(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$