CORRIGE DU SUJET 4

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

Pour déterminer la flèche à l'extrimité libre de la poutre on utilise la méthode des paramètres initiaux dont les équations sont les suivantes:

$$EI\theta(x) = EI\theta_0 + qL^2x + q\frac{(x-L/2)^3}{6} - q\frac{(x-L)^3}{6} - \frac{17}{8}qL\frac{(x-L)^2}{2} + qL\frac{(x-3L/2)^2}{2}$$

$$EIV(x) = EIV_0 + EI\theta_0 x + qL^2\frac{x^2}{2} + q\frac{(x-L/2)^3}{24} - q\frac{(x-L)^3}{24} - \frac{17}{8}qL\frac{(x-L)^3}{6} + qL\frac{(x-3L/2)^3}{6}$$

Les conditions aux limites:

$$V(L) = 0 \;\theta\; EIV_0 + EI\theta_0 L + qL^2\frac{L^2}{2} + q\frac{(L/2)^3}{24} = 0 \qquad (1)$$

$$V(2L) = 0$$

$$\theta EIV_0 + 2EI\theta_0 L + qL^2\frac{(2L)^2}{2} + q\frac{(3L/2)^3}{24} - q\frac{L^3}{24} - \frac{17}{8}qL\frac{L^3}{6} + qL\frac{(L/2)^3}{6} = 0 \qquad (2)$$

Les équations (1) et (2) peuvent être ecrites sous la forme:

$$EIV_0 + EI\theta_0 L + \frac{193qL^4}{384} = 0$$

$$EIV_0 + 2EI\theta_0 L + \frac{705qL^4}{384} = 0$$

de (3) et (4) on obtient l'expression de V_0 qui est égale à la flèche de l'extremité libre de la poutre:

$$V_0 = f = \frac{319qL^4}{384EI} \le \frac{L}{100} \Rightarrow q \le \frac{384EI}{31900L^3}$$

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

1- Etude cinématique:

L = 3b -2a -r

= 3 x 6 - 2 x 7 - 4 = 0 Le systeme est isostatique.

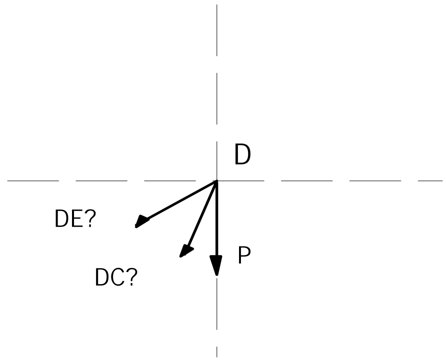
2- Détermination des éfforts par la méthode des noeuds:

Noeud D:

$$P + \frac{4}{5}DC + \frac{4}{2\sqrt{13}} = 0$$

$$\frac{3}{2\sqrt{13}}DE + \frac{3}{5}DC = 0$$

$$\Rightarrow \; DC = -\frac{5}{2}P \;\text{ et }\; DE = \frac{\sqrt{13}}{2}P$$

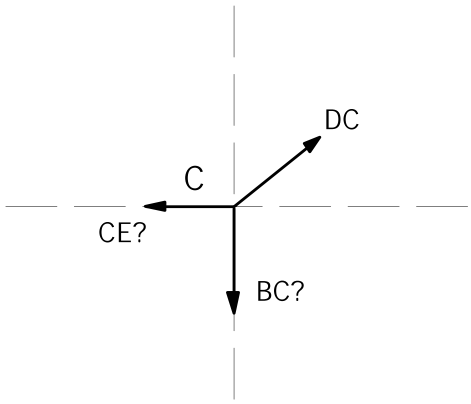


Noeud C:

$$\frac{3}{5}DC - CE = 0$$

$$BC - \frac{4}{5}DC = 0$$

$$\Rightarrow \; CE = -\frac{3}{2}P \;\text{ et }\; BC = -2P$$

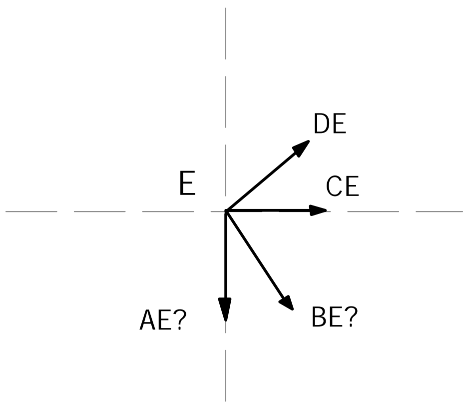


Noeud E:

$$CE + \frac{6}{2\sqrt{13}}DE + \frac{3}{5}BE - \frac{3}{5}AE = 0$$

$$\frac{4}{5}AE + \frac{4}{5}BE - \frac{4}{2\sqrt{13}}DE = 0$$

$$\Rightarrow \; AE = \frac{5}{8}P \;\text{ et }\; BE = \frac{5}{8}P$$



Les efforts maximaux sont donc:

$$N^{+}_{max} = \frac{\sqrt{13}}{2}P = 1.8P \qquad \text{(barre DE)}$$

$$N^{-}_{max} = -\frac{5}{2}P = -2.5P \qquad \text{(barre CD la plus élancée L = 5 m)}$$

3- Vérification à la résistance:

$$\left|\sigma_{max}\right| = \frac{2.5P_{max}}{S} \leq [\sigma]$$

$$\Rightarrow P_{max} \leq \frac{150 \times 200 \times 160}{2.5} = 1920\text{kN}$$

4/ Vérification à la stabilité:

$$i_{min} = \frac{a}{\sqrt{12}} = 43.3$$

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{min}} = \frac{5000 \times 1}{43.3} = 115.5 \Rightarrow \varphi = 0.48$$

$$[\sigma]_s = \varphi[\sigma] = 0.48 \times 160 = 76.8\text{N}/\text{mm}^2$$

$$\Rightarrow P_{max} \leq \frac{150 \times 200 \times 76.8}{2.5} = 921.6\text{kN}$$

5/ Section tubulaire:

$S_T = S_R \Rightarrow \pi/4\ (D^2 - d^2) = 150 \times 200$

$\Rightarrow$ pour $d = 100 \Rightarrow D = 219.5$ mm

$I = \pi/64\ (D^4 - d^4) = 1.09 \times 108\ \text{mm}^4$

$i_{min} = 60.29$ mm

$\lambda = 82.92 \Rightarrow \varphi = 0.73$

$[\sigma]_S = 0.73 \times 160 = 116.8\ \text{N/mm}^2$

d'ou $P_{max} \leq 30 \text{ x } 103 \text{ x } 116.8 / 2.5 = 1401.6$ kN

Le rapport de $P_{max(tube)} / P_{max(rectangle)} = 1401.6 / 921.6 = 1.52$

La charge maximal du monte charge ayant des sections tubulaires est une fois et demi celle du monte charge avec des section rectangulaires ayant les même aires.

CORRIGE DE L'EXERCICE 3

On établit les équations des trois moments pour:

$i = 2$

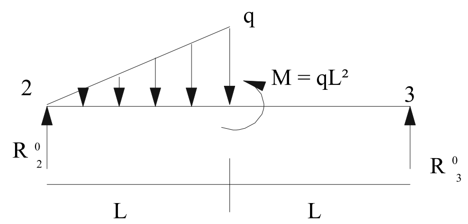
$$2M_2(KL + 2L) + 2M_3L = -6EI(\theta_2^g + \theta_2^d) \quad (1)$$

$i = 3$

$$2LM_2 + 2M_3(2L + L) = -6EI(\theta_3^g + \theta_3^d) \qquad (2)$$

On a:

$$\theta_2^g = \theta_3^d = 0$$



On détermine alors θ_2^d *et* θ_3^g de la travée ci-contre:

$$\sum M_{/3} = 0 \Rightarrow R_2^0 = \frac{5qL}{6}$$

$$\sum M_{/2} = 0 \Rightarrow R_3^0 = \frac{-qL}{3}$$

On utilise la méthode des parametres initiaux pour déterminer les rotations aux appuis, les équations sont les suivantes:

$$EI\theta(x) = EI\theta_0 - \frac{5qL}{6}\frac{x^2}{2} + \frac{q}{L}\frac{x^4}{24} - \frac{q(x-L)^3}{6} - \frac{q}{L}\frac{(x-L)^4}{24} + qL^2(x-L)$$

$$EIV(x) = EIV_0 + EI\theta_0 x - \frac{5qL}{6}\frac{x^3}{6} + \frac{q}{L}\frac{x^5}{5!} - \frac{q(x-L)^4}{4!} - \frac{q}{L}\frac{(x-L)^5}{5!} + q\frac{L^2}{2}(x-L)^2$$

Les conditions aux limites:

$$EIV(0) = 0 \Rightarrow V_0 = 0$$

$$EIV(2L) = 0 \Rightarrow EI\theta_0 = \frac{5qL^3}{9} - \frac{2qL^3}{15} + \frac{qL^3}{48} + \frac{qL^3}{48\times 5} - \frac{qL^3}{4}$$

d'où on tire $\theta_0 = \theta_2^d = \dfrac{71qL^3}{360EI}$

et $\quad EI\theta(2L) = EI\theta_3^g \Rightarrow \theta_3^g = \dfrac{qL^3}{90EI}$

En substituant ces valeurs dans les équations (1) et (2), on aboutit au système d'équations suivant:

2L (K+2) M_2 + 2L M_3 = - (71/36) qL^3

2L M_2 + 8L M_3 = -(1/15) qL^3

ainsi on obtient:

$$M_2 = \frac{-1.74}{3K+2} qL^2 \quad \text{et} \quad M_3 = -\frac{(3K-50.2)}{90(3K+2)}$$

L'appui 2 est considéré comme encastrement pour K → 0, on remplace donc K = 0 dans les expressions (5) et on trace les diagrammes des efforts internes:

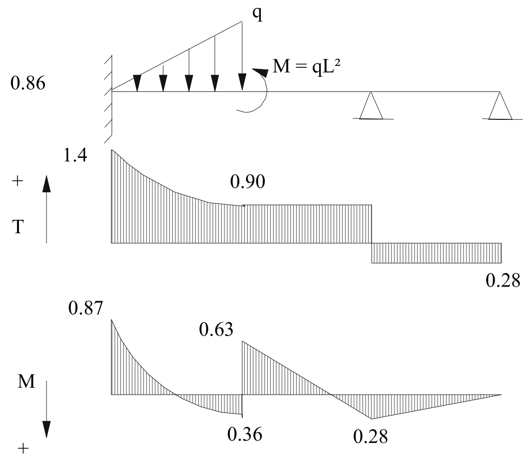
M_2 = - 0.87 qL^2

M_3 = 0.28 qL^2

$$R_2 = R_2^0 + \frac{M_3 - M_2}{2L} = 1.4qL$$

$$R_3 = R_3^0 + \frac{M_2 - M_3}{2L} - \frac{M_3}{L} = -1.19qL$$

$$R_4 = \frac{M_3}{L} = 0.28qL$$



0 < x < L

M(x) = -0.87 qL^2 + 1.4 qLx - qx^3 / 6L

T(x) = 1.4 qL - qx^2 / 2L

L'appui 2 est considéré comme appui double de rive quand K → ∞, et dans ce cas on a:

M_2 = 0

M_3 = -3 / 90×3 = -.011 qL^2

R_2 = 0.83 qL

R_3 = - 0.37 qL

R_4 = + 0.005 qL

0 < x < L

M(x) = 0.83 qL x - qx^3 / 6L

T(x) = 0.83 qL - qx^2 / 2L