CORRIGE DU SUJET 3

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

La condition des allongements égaux s'écrit:

$$\Delta L_a = \Delta L_c$$

$$\frac{N_a L_a}{E_a S_a} = \frac{N_c L_c}{E_c S_c}$$

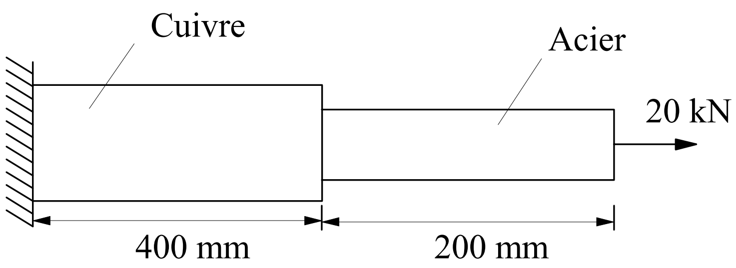
$$\text{avec}\, N_a = N_c = P$$

$$\text{et } S_a = \frac{\pi d_a}{4} \qquad S_c = \frac{\pi d_c}{4}$$

$$\Rightarrow d_c = d_a \sqrt{\frac{E_a L_c}{E_c L_a}} = 30\sqrt{\frac{2\times 0.4}{1.1\times 0.2}} = 57.2\text{mm}$$

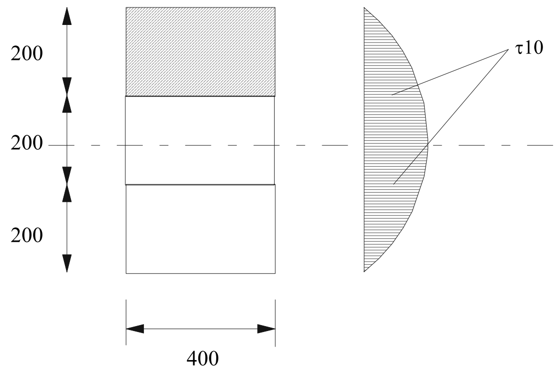
$$\sigma_a = \frac{N}{S_a} = \frac{4\times 20\times 10^3}{\pi\times 30^2} = 28.3\text{N}/\text{mm}^2$$

$$\sigma_c = \frac{N}{S_c} = \frac{4\times 20\times 10^3}{\pi\times 57.2^2} = 7.78\text{N}/\text{mm}^2$$



CORRIGE DE L'EXERCICE 2

Pour éviter le glissement entre les planches, il faut que la contrainte tangentielle au niveau des facettes collées soit inférieure à la contrainte admissible de cisaillement (glissement).



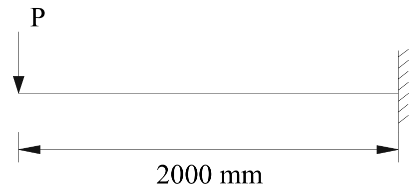
$$\tau_{100} \le [\tau]_g = 2\ \text{N/mm}^2$$

$$\tau = \frac{TS^*}{Ib} \le 2$$

avec $S^* = 400 \times 200 \times 200$

$$T \le \frac{Ib[\tau]_g}{S^*} = \frac{400 \times 600^3 \times 400 \times 2}{12 \times 400 \times 200 \times 200} = 360\text{kN}$$

d'où $P = T = 360$ kN

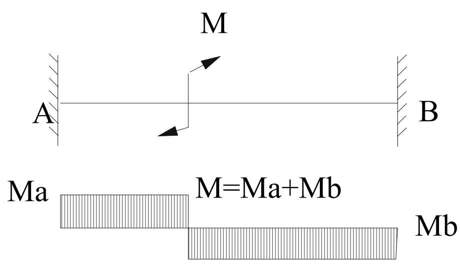


la contrainte normale maximale dans ce cas:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} Y}{I} = \frac{360 \times 10^3 \times 2000 \times 300 \times 12}{400 \times 600^3} = 30\text{N}/\text{mm}^2$$

CORRIGE DE L'EXERCICE 3

Le système étant hyperstatique, donc en plus de l'équation d'équilibre on établit aussi l'équation de la compatibilité géométrique et la condition supplémentaire de l'utilisation rationnelle du matériau nous permet d'écrire une équation pour déterminer l'inconnue géométrique L_{AC}.



L'Equation d'équilibre:

$$M = M_A + M_B \qquad (1)$$

L'équation de compatibilité géométrique:

$$\varnothing_{AB} = \varnothing_{AC} + \varnothing_{CB} = 0$$

Condition d'égales contraintes

$$\tau_{AC} = \tau_{CB} = [\tau]$$

de (2) $\Rightarrow \dfrac{M_A L_A}{GI_A} - \dfrac{M_B L_B}{GI_B} = 0$

de (3) $\Rightarrow \dfrac{M_A d_A /2}{I_A} = \dfrac{M_B d_B}{I_B} = 0$

avec

I_A et I_B: moments polaires des tronçons AC et CB respectivement

d_A et d_B: diamètres des tronçons AC et CB respectivement

G: module d'élasticité transversal

En divisant (4) / (5), on obtient:

$$\frac{L_A}{GI_A} \times \frac{I_A}{d_A} = \frac{L_B}{GI_B} \times \frac{I_B}{d_B}$$

$$\Rightarrow \; L_A = L_B \times \frac{d_A}{d_B} \qquad \text{avec} \quad L_B = L - L_A$$

$$L_A = (L - L_A)\frac{d_A}{d_B} \Rightarrow L_A(1 + \frac{d_A}{d_B}) = L\frac{d_A}{d_B}$$

d'où

$$L_A = AC = L(\frac{d_A}{d_A + d_B})$$

CORRIGE DE L'EXERCICE 4

Pour éviter toute contrainte de traction on doit vérifier que:

$\sigma_{max} \leq 0$

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{M \times z}{I} \qquad \text{(à la base)}$$

avec:

N = -ρ g S H (Poids propre de la cheminée)

M = 2/3 H F

et F = P D H/2 car la surface projetée d'un cylindre est un rectangle de largeur D

M = 2/3 H P D (H/2)

= 2/3 H (0.03 H) 5 H/2

= 0.05 H^3 kN.m

$$I = \frac{\pi\left(5^4 - 4^4\right)}{64} = 18.113\text{m}^4$$

$Z = 2.5$ m

d'où $$\sigma_{\max} = \frac{-2000 \times 10 \times 7.068\text{H}}{7.068} + \frac{0.05\text{H}^3 \times 2.5}{18.113} \times 10^3 \le 0$$

$-2000 \times 10 + 6.9\ \text{H}^3 \le 0$

$\text{H}(6.9\ \text{H}^2 - 2 \times 10^4) \le 0$

$$\Rightarrow \ \text{H} \le \sqrt{\frac{2 \times 10^4}{6.9}} = 53.84\text{m}$$