CORRIGE DU SUJET 22

Calcul des réactions:

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_A + V_B = 80 \qquad (1)$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow H_A - H_B = 0 \qquad (2)$$

$$\sum M_{/A} = 0 \Rightarrow 6V_B - 2H_B = 80 \times 4 \qquad (3)$$

$$\sum M_{/Cdroite} = 0 \Rightarrow 4V_B - 4H_B = 80 \times 2 \qquad (4)$$

de (3) et (4) $\Rightarrow$ $V_B = 60kN$ et $H_B = 20kN$

et de (1) et (2) $\Rightarrow$ $V_A = 20kN$ et $H_A = 20kN$

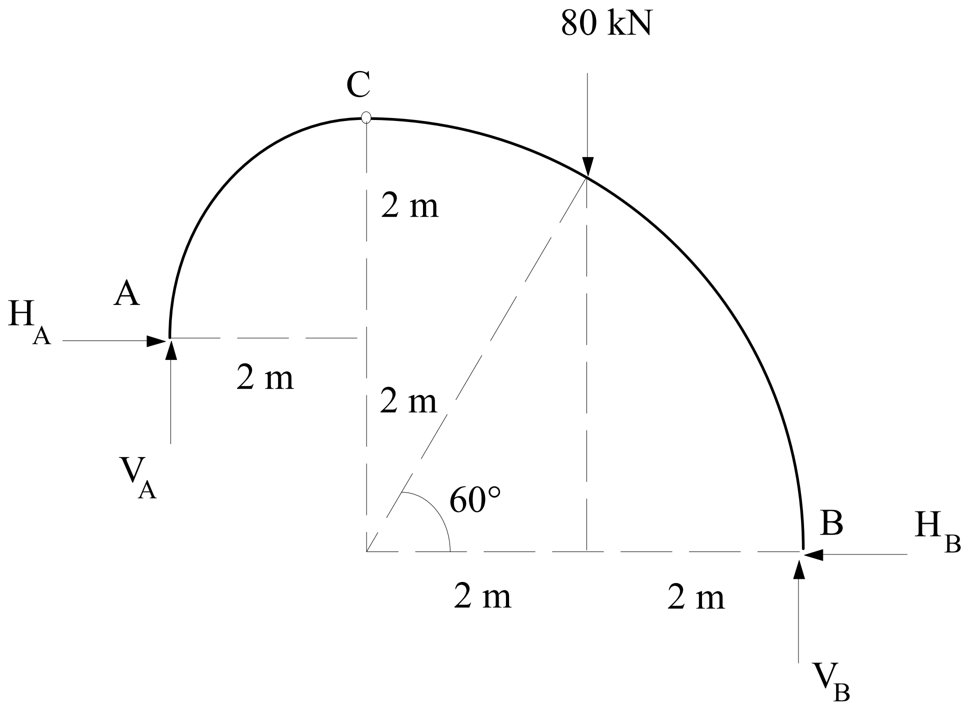


Diagramme des efforts internes:

Tronçon AC $0 \leq \theta \leq 90°$

N = -20 (sin θ + cosθ)

T = 20 (sinθ - cosθ)

M= 40 (1 - cosθ - sinθ)

Pour le tracé des diagrammes , on calcul M, N et T aux niveaux des sections intermédiaires.

θ (en °)	0	30	45	60	75	90
N	-20.0	-27.32	-28.28	-27.32	-24.50	-20.0
T	-20.0	-7.32	0	7.32	14.14	20.0
M	0	-14.64	-16.57	-14.64	-9.0	0

Tronçon BD $0 \leq \theta \leq 60°$

$N = -20 \sin\theta - 60 \cos\theta$

$T = -60 \sin\theta + 20 \cos\theta$

$M = 240 (1 - \cos\theta) - 80 \sin\theta$

θ (en °)	0	30	45	60
N	-60.0	-61.96	-56.60	-47.30
T	20.0	-12.68	-28.28	-42.0
M	0	-7.85	13.73	+50.72

$T(\theta) = 0 \Rightarrow -60 \sin\theta + 20 \cos\theta = 0 \Rightarrow tg\theta = 20/60 \Rightarrow \theta = 18.43°$

$M_{max} = M(18.43) = -13$ kN.m

Tronçon DC $60° \leq \theta \leq 90°$

$N = -20 \sin\theta + 60 \cos\theta$

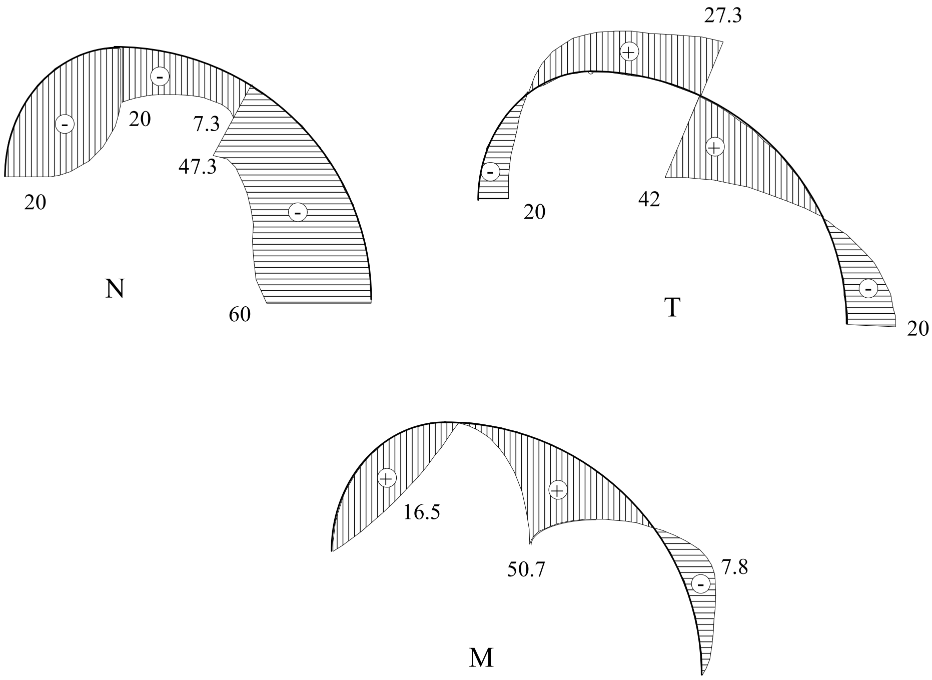
$T = 20 \sin\theta + 20 \cos\theta$

$M = 80 (1 + \cos\theta - \sin\theta)$

θ (en °)	60	75	90
N	-7.32	-14.14	-20.0
T	27.32	-24.50	20.0
M	50.72	-23.43	0

On note que $M_{max} = + 50.7$ kN.m et $N_{max} = -47.3$ kN

Tracé des diagrammes

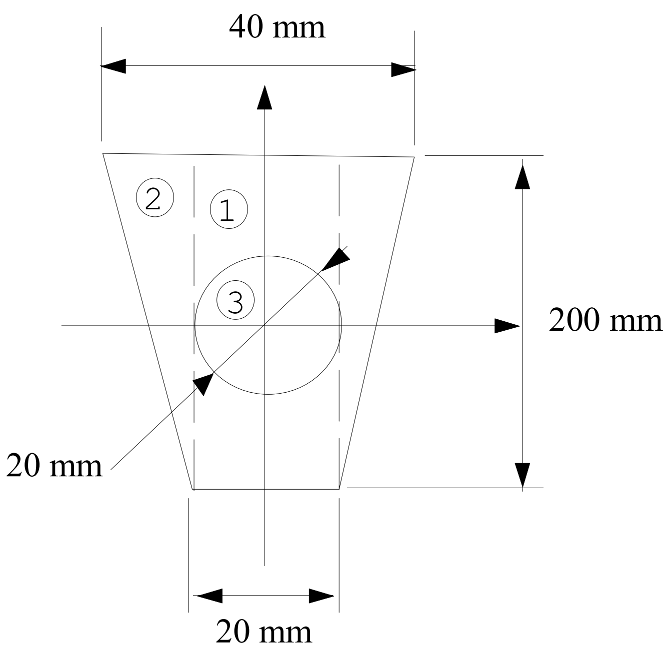


Vérification à la résistance:

Déterminons les caractéristiques géométriques de la section droite

$Y_G = 0$ (Z axe de symétrie)

$$Z_G = \frac{2[0.5\times10\times200\times0.67\times200]+20\times200\times100-0.25\pi\times20^2\times100}{0.5(40+20)\times200-0.25\pi\times20^2} = 111.72\text{mm}$$



Calcul du moment d'inertie / à l'axe central yy_G

$$I_{yG} = I_1 + 2I_2 - I_3$$

$$I_{yG} = \frac{20\times 200^2}{12} + 20\times 200\times (11.72)^2 + 2\left[\frac{10\times 200^3}{36} + \frac{1}{2}10\times 200\left(\frac{400}{3} - 11.72\right)^2\right]$$

$$-\left[\frac{\pi 20^4}{64} + \frac{\pi 20^2}{4}(11.72)^2\right] = 19.21\times 10^6\,\text{mm}^4$$

$$S = \frac{40+20}{2}\times 200 - \frac{\pi\times 20^2}{4} = 5685.8\text{mm}^2$$

Il s'agit d'une flexion composée:

M = 50.72 kN.m

N = -47.3 kN

La section étant asymétrique et les contraintes admissible de traction et de compression sont différentes, on doit donc vérifier les deux conditions suivantes:

$\sigma_{max} \leq [\sigma_+]$ et $\sigma_{min} \leq [\sigma_-]$

avec

$$\sigma_{max,min} = \frac{N}{S} \pm \left|\frac{M_y}{I_y} z_{max}\right|$$

Le moment fléchissant dans ce cas tend les fibres inférieures de la section, la contrainte maximale est alors:

$$\sigma_{max} = \frac{-47.3\times 10^3}{5685.8} + \frac{50.72\times 10^6\times 111.72}{19.21\times 10^6} = 286.7\text{N/mm}^2 > [\sigma_+] = 120\text{N/mm}^2$$

La résistance n'est pas vérifiée, on calcule, cependant, la contrainte minimale :

$$|\sigma_{min}| = \left|\frac{-47.3\times 10^3}{5685.8} - \frac{50.72\times 10^6\times (200-111.72)}{19.21\times 10^6}\right| = 241.4\text{N/mm}^2 > [\sigma_-] = 80\text{N/mm}^2$$