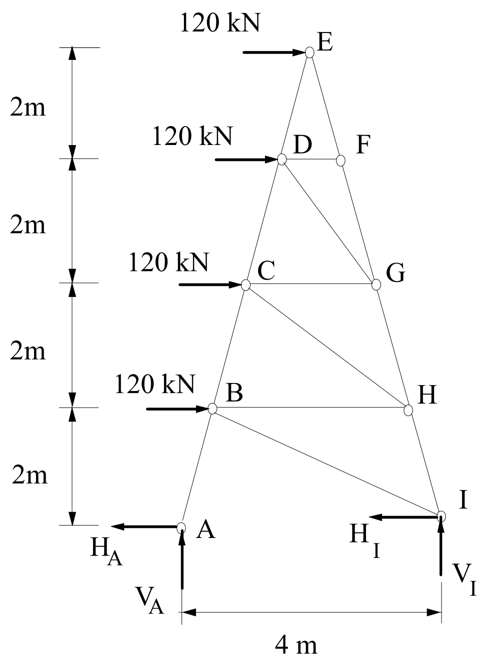
CORRIGE DU SUJET 21

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

- Etude cinématique:

$$L = 14 \times 3 - 19 \times 2 - 4 = 0$$

Le système est isostatique



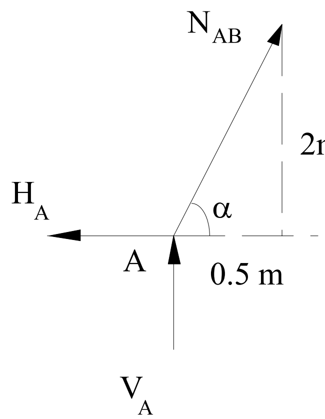
- Calcul des réactions:

$$\sum M_{/A} = 0 \Rightarrow 120(2+4+6+8) = 4V_I$$

$$\Rightarrow V_I = 600 \text{ kN}$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_A + V_I = 0 \Rightarrow V_A = -600\text{kN}$$

Equilibre du noeud A



$$H_A = N_{AB} \cos\alpha$$

$$V_A = -N_{AB} \sin\alpha$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2}{0.5} = \frac{-V_A}{H_A}$$

$$H_A = -\frac{0.5}{2} V_A \Rightarrow H_A = 150\text{kN}$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow 4 \times 120 - H_A - H_I = 0 \Rightarrow H_I = 330\text{kN}$$

- Calcul des efforts:

On utilise la méthode graphique de Cremona:

On effectue la procédure de la numérotation du treillis et on trace le diagramme des forces. Les efforts dans les barres sont obtenus en mesurant graphiquement les distances entre les points. Le tableau ci-dessous récapitule les efforts dans toutes les barres du système.

Tableau des efforts

Barres	Efforts (kN)
AB 1-7	+ 619
BC 2-10	+ 495
CD 3-12	+ 370
DE 4-14	+ 245
EF 5-14	- 245
GH 5-11	- 375
FG 5-13	- 245

Barres	Efforts (kN)
HI 5-9	- 495
BI 9-7	- 245
BH 10-9	+ 120
CH 11-10	- 190
CG 12-11	+ 60
GD 12-13	- 150
DF 13-14	0

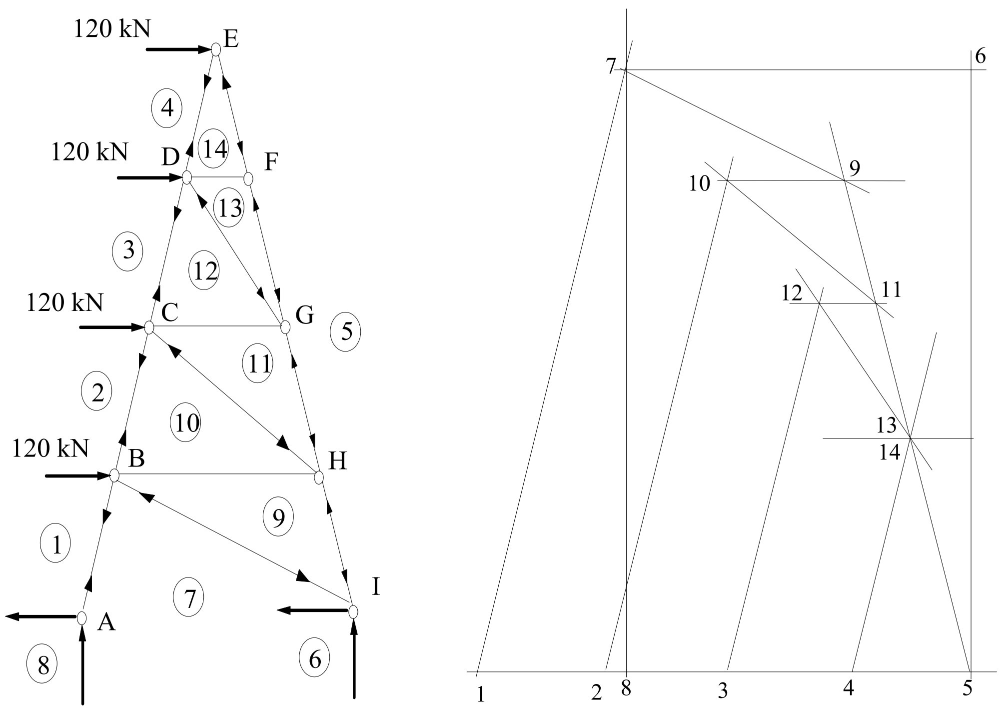


Diagramme des forces

Dimensionnement

Dimensionnement à la stabilité:

La barre la plus sollicitée en compression est H_I avec N = -495 kN et L = 2.062 m

La barre la plus élancée est B_I avec N = -245 kN et L = 4.03 m

On choisit la barre B_I pour le dimensionnement et on vérifie le reste. On utilise la méthode itérative avec une valeur initiale de $\varphi_0 = 0.5$

$$d = 2\sqrt{\frac{N}{\varphi\pi[\sigma_-]}} = 2\sqrt{\frac{245\times10^3}{0.5\pi\times120}} = 72.1\text{mm}$$

pour une section circulaire $i_{min} = \dfrac{d}{4}$

$$\lambda = \frac{4\mu L}{d} = \frac{4\times4031}{72.1} = 223.6$$

λ est très grand (la barre est très élancée) et ne figure pas dans le tableau des coefficients φ. On choisit donc une valeur initiale de φ_0 égale à 0.3 et on refait les calculs avec:

Le processus étant itératif, on converge vers la solution après 3 itérations:

φ_i	d	λ	φ_i'	$(\varphi_i+\varphi_i')/2$
0.30	93.03	173.2	0.26	0.28
0.28	96.35	167.3	0.268	0.274
0.274	97.4	165.5	0.273	

On prend **d = 100 mm**

Vérifions la stabilité de la barre H_I.

$$\lambda = \frac{4\mu L}{d} = \frac{4\times2062}{100} = 82.48 \Rightarrow \varphi = 0.735$$

$$\frac{N}{S} = \frac{4\times495\times10^3}{\pi(100)^2} = 63\text{N/mm}^2 < \varphi[\sigma_-] = 88.2\text{N/mm}^2$$ **la stabilité est vérifiée**.

- Vérification à la résistance en traction:

L'effort maximal de traction $N_{max} = 619$ kN

$$\sigma^+_{max} = \frac{N}{S} = \frac{4\times619\times10^3}{\pi(100)^2} = 78.8 < [\sigma_+] = 120\text{N/mm}^2$$ **la résistance est vérifiée.**

Le critère de stabilité est prépondérant par rapport à celui de la résistance car la dimension des barres calculée d'après le critère de stabilité vérifie largement la condition de résistance.

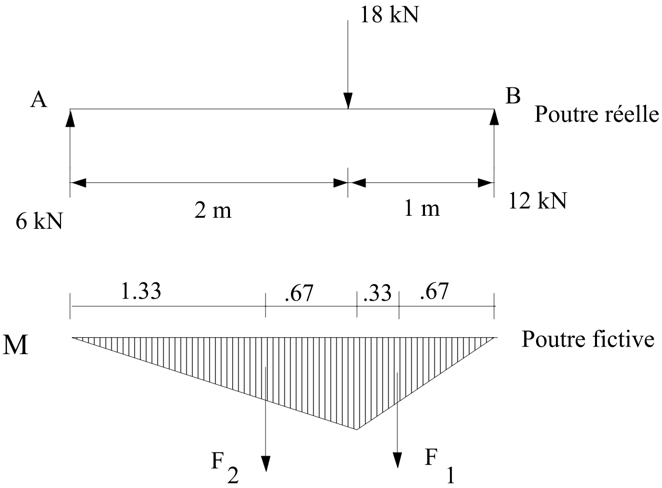
Pour réduire la dimension de la section, il suffit de diminuer la longueur de flambement de la barre BI en ajoutant une barre entre le noeud A et le milieu de la barre BI, par exemple.

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

Calcul de la rotation de l'appui A en utilisant la méthode des poutre fictive.

On calculera la rotation de chaque charge extérieure séparément, ensuite on superposera les effets.

Sous la charge concentrée:



$V_A = 6$ kN et $V_B = 12$ kN

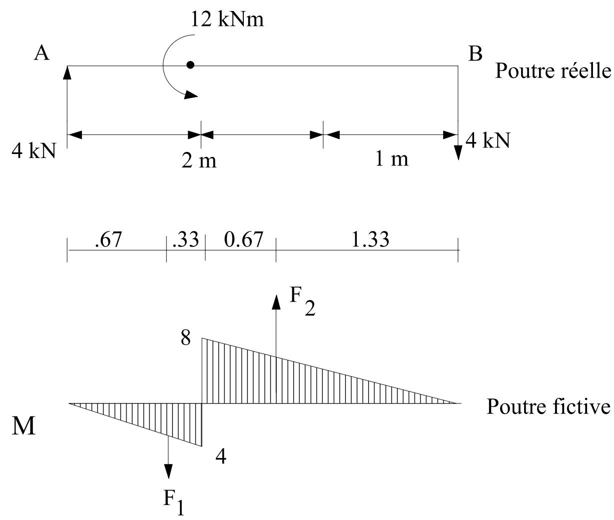
$F_1 = 0.5 \times 12 \times 1 = 6$ kNm

$F_2 = 0.5 \times 12 \times 2 = 12$ kNm

L'effort tranchant fictif en A:

$$\sum M_{/B} = 0 \Rightarrow V_A = T_A = \frac{0.67F_1 + 1.67F_2}{3} = 8\text{kNm}^2$$

Sous l'effet du moment concentré:



$V_A = 4$ kN et $V_B = -4$ kN

$F_1 = 0.5 \times 4 \times 1 = 2$ kNm²

$F_2 = 0.5 \times 8 \times 2 = 8$ kNm²

L'effort tranchant fictif en A:

$$\sum M_{/B} = 0 \Rightarrow V_A = T_A = \frac{2.33F_1 + 1.33F_2}{3} = -2\text{kNm}$$ Ainsi on obtient l'effort tranchant total:

$T_A = 8 - 2 = 6$ kN.m²

d'où

$$\theta_A = \frac{6}{EI} = \frac{6}{120} = 0.05\text{rd}$$