CORRIGE DU SUJET 20

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

Détermination des efforts au niveau d'une section passant par le point A:

N = 0

T = 40 kN

M = 40 × 0.5 = 20 kNm

Calcul des contraintes en A:

$$\sigma = \frac{My}{I} = \frac{20 \times 10^6 \times \left(\frac{160}{2} - 40\right)}{\frac{100 \times 160^3}{12}} = 23.44\mathrm{N/mm^2}$$

$$\tau = \frac{TS^*}{Ib} = \frac{40 \times 10^3 \times 100 \times 40 \times (80 - 20)}{\frac{100 \times 160^3}{12} \times 100} = 2.81\mathrm{N/mm'}$$

L'état de contrainte plan en A est défini par:

$$\sigma_x = 23.44\mathrm{N/mm^2}$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\tau_{xy} = 2.81\mathrm{N/mm^2}$$

Calcul des contraintes principales et leur orientation:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2} = \frac{23.44 + 0}{2} \pm \sqrt{\frac{(23.44 - 0)^2}{4} + 2.81^2}$$

$$\sigma_1 = 23.69\mathrm{N/mm^2}$$

$$\sigma_2 = -0.25\mathrm{N/mm^2}$$

$$\mathrm{tg}2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \times 2.81}{23.44 - 0} \Rightarrow \alpha_0 = 6.74°$$

Calcul de la contraintes tangentielle maximale

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{23.69 + 0.25}{2} = 11.97\,\text{N/mm}^2$$

$$tg2\alpha_{00} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} = -\frac{23.44}{2 \times 2.81} = -38.25°$$

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

Equation d'équilibre:

$$M_A - M_C = M$$

La condition de compatibilité est donnée par:

$$\varphi_{CA} = \varphi_{BA} + \varphi_{CB} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{M_A L_{BA}}{GI_{p1}} + \frac{(M_A - M)L_{AC}}{GI_{p2}} = 0$$

$$\frac{M_A \frac{3L}{4}}{G\frac{\pi D^4}{32}} + \frac{(M_A - M)\frac{L}{4}}{G\frac{\pi (D/2)^4}{32}} = 0$$

$$\Rightarrow 3M_A + 16(M_A - M) = 0$$

d'où

$$M_C = \frac{3}{19}M$$

et de l'équation (1) on tire $M_A = \frac{16}{19}M$

Les contraintes tangentielles sont données par:

- tronçon AB:

$$\tau_{A\,max} = \frac{M_A \times D/2}{I_{p1}} = \frac{\frac{16}{19}M \times \frac{D}{2}}{\frac{\pi D^4}{32}} = \frac{256}{19}\frac{M}{\pi D^3}$$

- tronçon BC:

$$\tau_{B\,max} = \frac{M_B \times D/4}{I_{p2}} = \frac{\frac{16}{19}M \times \frac{D}{4}}{\frac{\pi (D/2)^4}{32}} = \frac{384}{19}\frac{M}{\pi D^3}$$

Donc la contrainte tangentielle maximale est atteinte dans le tronçon BC:

$$\tau_{max} = \tau_{B\,max} = \frac{384}{19}\frac{M}{\pi D^3}$$

$$\Rightarrow M = \tau_{max} \times \pi D^3\,\frac{19}{384}$$

$$\Rightarrow M = 40\pi(20)^3\,\frac{19}{384} = 49.74\times10^3\,\text{N.mm}$$

$$\varphi_B = \frac{M_A L_{AB}}{GI_{p1}} = \frac{(16/19)\times49.74\times10^3\times750}{75\times10^3\times\pi\times20^4/32} = 27\times10^{-3}\,\text{rd}$$

CORRIGE DE L'EXERCICE 3

Le noyau central est le lieu géométrique entourant le centre de gravité pour lequel une force P appliquée en son intérieur provoque en tous les points de la section transversale des contraintes d'un même signe.

L'intérêt pratique de la notion du noyau central est de savoir la valeur maximale de l'excentricité pour laquelle les contraintes de traction ou de compression sont absentes dans une section qui résiste mal à la traction ou à la compression respectivement. Comme par exemple pour éviter les contraintes de compression dans une section en maçonnerie en brique ou pour le cas d'une semelle de fondation supportant la charge d'une colonne excentrée.