CORRIGE DU SUJET 18

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

On utilise la méthode d'intégrale directe pour déterminer l'équation de la déformée.

- Tronçon AB:

$M(x) = M + Rx$, M étant le moment à l'encastrement

$EI_1V_1'' = -M -Rx$

$EI_1V_1' = -Mx - R\,x^2/2 + C_1$

$EI_1V_1 = -Mx^2/2 -Rx^3/6 + C_1x + D_1$

- Tronçon BC

$M(x) = M + Rx - F(x-L)$

$EI_2V_2'' = -M - Rx + F(x-L)$

$EI_2V_2' = -Mx - Rx^2/2 + F(x - L)^2/2 + C_2$

$EI_2V_2 = - Mx^2/2 - Rx^3/6 + F(x - L)^3/6 + C_2x + D_2$

Conditions aux limites:

$EI_1V_1'(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

$EI_1V_1(0) = 0 \Rightarrow D_1 = 0$

$$V_1'(L) = V_2'(L) \Rightarrow \frac{1}{EI_1}\left(-ML - R\frac{L^2}{2}\right) = \frac{1}{EI_2}\left(-ML - R\frac{L^2}{2} + C_2\right)$$

sachant que $I_1 = \dfrac{ab^3}{12}$ et $I_2 = \dfrac{\alpha^3 ab^3}{12} \Rightarrow \dfrac{I_2}{I_1} = \alpha^3$

d'où $$-\alpha^3\left(ML + R\frac{L^2}{2}\right) + ML + R\frac{L^2}{2} = C_2$$

$\Rightarrow C_2 = (1 - \alpha^3)(ML + R\,L^2/2)$

$V_1(L) = V_2(L)$

$$\Rightarrow \frac{1}{EI_1}\left(-M\frac{L^2}{2} - R\frac{L^3}{6}\right) = \frac{1}{EI_2}\left(-M\frac{L^2}{2} - R\frac{L^3}{6} + C_2L + D_2\right)$$

$$\Rightarrow D_2 = -M\frac{L^2}{2} - R\frac{L^3}{3} + \alpha^3 M\frac{L^2}{2} + \alpha^3 R\frac{L^3}{3}$$

$EI_2V_2(2L) = 0$

$$\Rightarrow \quad -M\frac{L^2}{2} - \frac{2}{3}RL^3 - \frac{3}{2}\alpha^3 ML^2 - \frac{2}{3}\alpha^3 RL^3 + F\frac{L^3}{6} = 0$$

Equations de l'équilibre statique:

M = 2YL - FL

R = F - Y

En remplaçant M et R dans l'équation (1), on obtient:

$$Y = \frac{5\alpha^3}{14\alpha^3 + 2}F$$

Y peut être mis sous la forme : Y = βF avec $\beta = \dfrac{5\alpha^3}{14\alpha^3 + 2}$

aux limites de $\alpha \Rightarrow 0 < \beta < 5/14$

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

La section étant symétrique, les axes x-x et y-y sont des axes principaux.

$$I_x = 2\times 9075 + 2\left[\frac{30\times 1.3^3}{12} + 30\times 1.3(15.65)^2\right]$$

$I_x = 3726.9\ cm^4$

$I_y = 2 \times 568 + 2\ (1.3 \times 30^3/12 + 71 \times 3.4^2)$

$Iy = I_{min} = 8627.5\ cm^4$

On suppose que le flambement est élastique, et on utilise la formule d'Euler:

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI_{min}}{L^2}$$

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 \times 2.1\times 10^5 \times 8627.5\times 10^4}{6100^2} = 19.22\times 10^3 KN$$