CORRIGE DU SUJET 17

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

On considère que la section en S est composée de trois rectangles de longueur 120 mm et 30 mm de largeur.

- Le centre de gravité de la section S est le point 0.

- Calcul des moments d'inertie:

$$I_{ys} = \sum I_{yi} + \sum S_i a^2$$
$$I_{zs} = \sum I_{zi} + \sum S_i b^2$$

$$I_{ys} = \frac{30 \times 120^3}{12} + 2 \times \frac{120 \times 30^3}{12} + 2 \times 120 \times 30 \times 75^2 = 4536 \times 10^4 \text{mm}^4$$

$$I_{zs} = \frac{120 \times 30^3}{12} + 2 \times \frac{30 \times 120^3}{12} + 2 \times 120 \times 30 \times 45^2 = 2349 \times 10^4 \text{mm}^4$$

$$I_{yzs} = 2(120 \times 30 \times 45 \times 75) = 2430 \times 10^4 \text{mm}^4$$

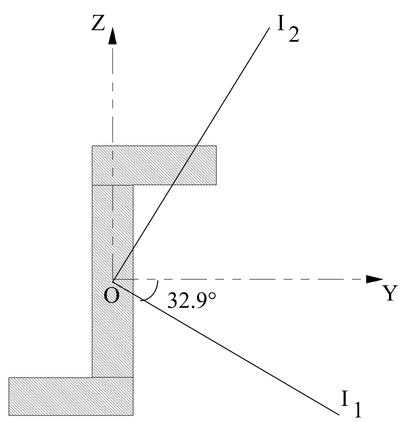
Moments d'inertie principaux et leur orientation:

$$\text{tg}2\alpha_0 = \frac{2I_{yz}}{I_z - I_y} = \frac{2 \times 2430}{2349 - 4536} \Rightarrow 2\alpha_0 = -65.77 \Rightarrow \alpha_0 = -32.9°$$

$$I_{1,2} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\frac{(I_y - I_z)^2}{4} + I_{yz}^2}$$

$$I_1 = 60.9 \times 10^6 \text{mm}^4$$

$$I_2 = 7.95 \times 10^6 \text{mm}^4$$



Calcul du centre de gravité de l'aire totale, composée d'une section en S et une section rectangulaire:

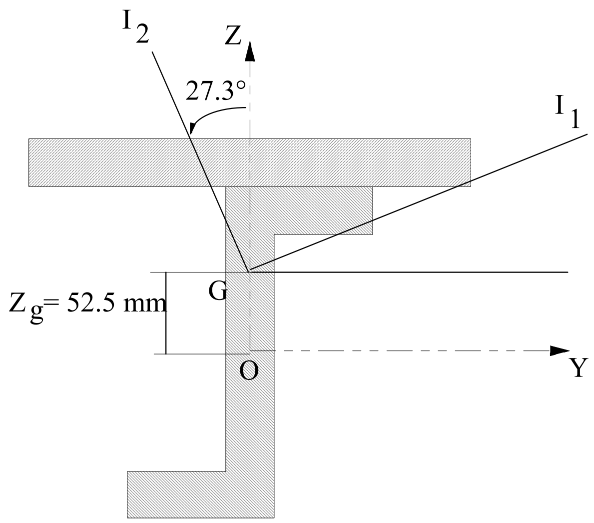
$$Y_G = 0$$

$$Z_G = \frac{\sum z_i S_i}{\sum S_i} = \frac{105\times 360\times 30}{3\times 120\times 30 + 360\times 30} = 52.5\text{mm}$$

Les moments centraux de la section totale:

$$I_y = \frac{360\times 30^3}{12} + 4536\times 10^4 \times 360\times 30\times 52.5^2 + 1080\times 52.5^2$$

$$I_y = 105.7\times 10^6\,\text{mm}^4$$



$$I_z = \frac{30\times 360^3}{12} + 2349\times 10^4 = 140.1\times 10^6\,\text{mm}^4$$

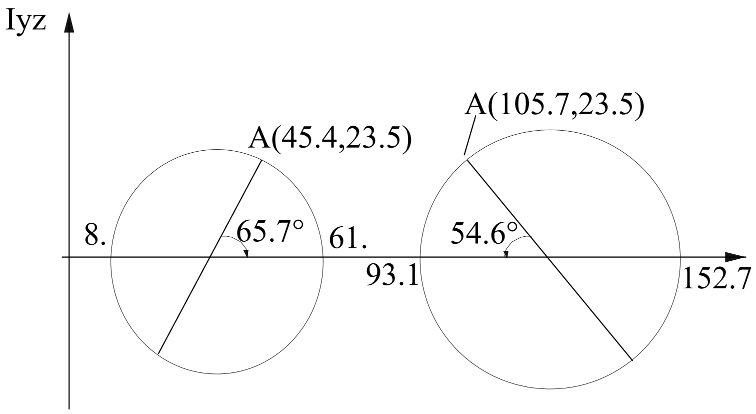
$$I_{zy} = 24.3\times 10^6\,\text{mm}^4$$

Les moments principaux et centraux:

$$tg2\alpha_0 = \frac{2\times 2430}{140.1 - 105.7} \Rightarrow \alpha_0 = +27.3°$$

$$I_{1,2} = \frac{140.1+105.7}{2}\times 10^6 \pm \sqrt{\left(\frac{140.1-105.7}{2}\right)^2 + 24.3^2}\times 10^6 \Rightarrow \begin{array}{l} I_1 = 152.7\times 10^6\,\text{mm}^4 \\ I_2 = 93.1\times 10^6\,\text{mm}^4 \end{array}$$

On trace le cercle de Mohr:



- Plus le diamètre du cercle de Mohr est petit, plus la section est uniforme, c.a.d que l'écart entre les moment d'inertie principaux diminue. Quand le cercle se réduit à un point les moments d'inerties sont invariant par rapport à n'importe quelle orientation, comme le cas d'une section carrée ou circulaire.

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

- La poutre en arc: calcul des réactions

$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_A + V_B = 40$ kN

Par symétrie:

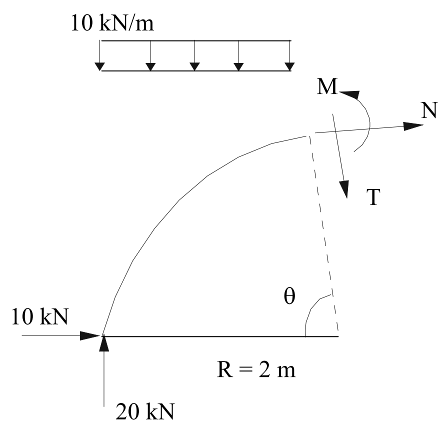
$V_A = V_B = 20$ kN

$\sum M_{/Cg} = 0 \Rightarrow 2V_A - 2 \text{ x } H_A = 2 \times 10$

$\Rightarrow H_A = 10$ KN

par symétrie aussi $H_B = H_A = 10$ KN

-Diagrammes des efforts N , T et M : La poutre et la charge étant symétrique on étudie le tronçon AC:



$0 \leq \theta \leq 60$

$N(\theta) = -20 \cos^2\theta - 10 \sin\theta$

$N(0) = -20$ kN , $N(90) = -10$ kN

$T(\theta) = - 10 \cos\theta(1 - 2 \sin\theta)$

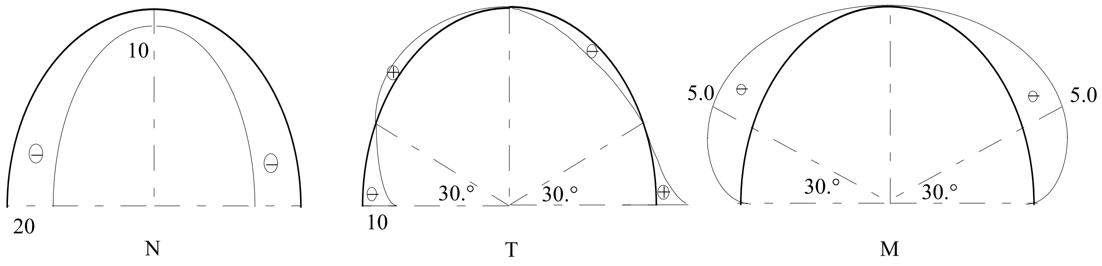
$T(0) = -10$, $T(90) = 0$ kN

$T(\theta) = 0 \Rightarrow \theta = 30°$ et $90°$

$M(\theta) = 20[1- \cos^2\theta] - 20\sin\theta$

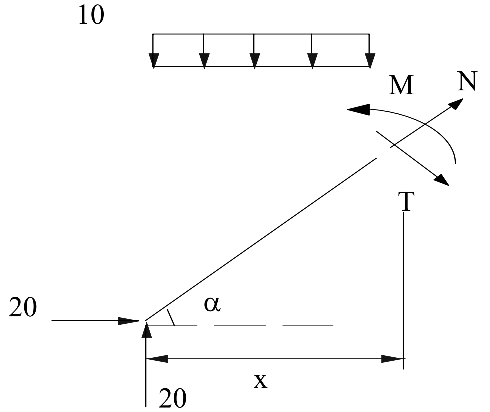
$M(0) = 0$, $M(90) = 0.$, $M_{max} = M(30) = -5$ kN.m

On calcule des valeurs intermédiaires de N, T et M et on Trace les diagrammes:



*Il faut noter que le diagramme de l'effort tranchant est antisymétrique.

La poutre à double versants inclinés



Calcul des réactions:

$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_A + V_B = 40$ kN

Par symétrie:

$V_A = V_B = 20$ kN

$\sum M_{/Cg} = 0 \Rightarrow 2V_A - H_A = 2 \times 10$

$\Rightarrow H_A = 20$ KN

par symétrie aussi $H_B = H_A = 20$ KN

-Efforts N , T et M: Pour des raisons de symétrie on n'étudie que le tronçon AC:

$0 \le x \le 2$

$N = (10 \sin\alpha)x - 20(\cos\alpha + \sin\alpha)$

$N(0) = -26.8$ $\quad\quad$ $N(2) = -17.8$

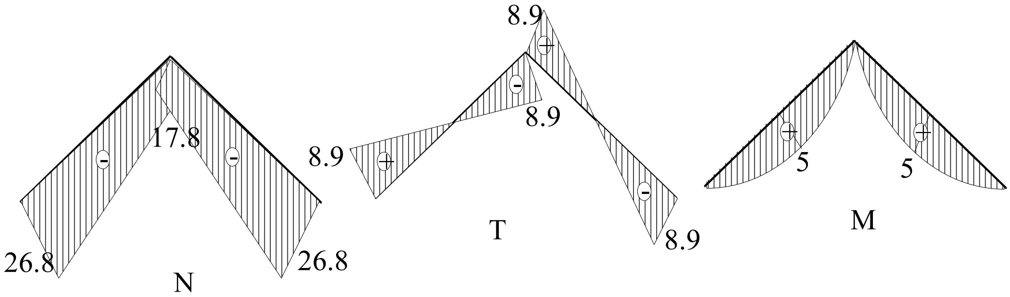
$T(x) = 20(\cos\alpha + \sin\alpha) - (10\cos\alpha)x$,

$T(0) = 8.9$, $T(2) = -8.9$, $T(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ m

$M(x) = 20\,x - (20\text{tg}\alpha)x - 5\,x^2$

$M(0) = 0$, $M(2) = 0$, $M_{max} = M(1) = 5$ KN.m

On trace les diagrammes des efforts internes.



Comme le montre le tableau ci-dessous les efforts maximaux sont comparables, sauf pour l'effort normal qui est nettement supérieur (30%) dans la poutre à versants.

	N (kN)	T(kN)	M(kN.m)
Poutre en arc	20.0	10.0	5.00
Poutre à versants	26.8	8.90	5.00