CORRIGE DU SUJET 15

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

Vérification à la résistance

La console est sollicitée par une flexion composée, la section dangereuse est à l'encastrement. On calcule donc les efforts internes au niveau de l'encastrement.

$N = -400$ kN

$M_y = 50 \times 1.2 = 60$ kNm

$M_z = 50 \times (1.2)^2/2 + 400 \times 0.2 = 116$ kNm

La contrainte normale due à la flexion composée en un point de coordonnées y et z est donnée par:

$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M_y z}{I_y} + \frac{M_z y}{I_z}$$

en coordonnées polaire cette relation peut être mise sous la forme:

$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M_y R\cos\theta}{I_y} + \frac{M_z R\sin\theta}{I_z}$$

La contrainte est maximale pour $\dfrac{d\sigma}{d\theta}$

$$\Rightarrow -\frac{M_y R\sin\theta}{I_y} + \frac{M_z R\cos\theta}{I_z} = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}\theta = \frac{M_z}{M_y} = \frac{116}{60}$$

d'où $\theta_m = 62.65$ °

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{N}{S} \pm \left|\frac{M_y R\cos\theta_m}{I_y}\right| \pm \left|\frac{M_z R\sin\theta_m}{I_z}\right|$$

$$\sigma_{\max,\min} = \frac{400\times10^3}{\pi(200)^2} \pm \frac{60\times10^6\times200\cos 62.65}{\pi\times400^4/64} \pm \frac{116\times10^6\times200\sin 62.65}{\pi\times400^4/64}$$

$$\left|\sigma_{\min}\right| = 23.97 < \left[\sigma_{-}\right]$$

$$\sigma_{\max} = 17.61 > \left[\sigma_{+}\right]$$

Le critère de résistance n'est pas vérifié.

Vérification à la rigidité

On détermine la flèche de l'extrémité libre par la méthode des paramètres initiaux.

Ecrivons l'équation de la déformée:

$$EIV(x) = EIV_0 + EI\theta_0 x + 116\frac{x^2}{2} + 50\frac{x^4}{24} - 60\frac{x^3}{6}$$

à l'encastrement les paramètres initiaux V_0 et θ_0 sont nuls, et à l'extrémité libre:

$$EI(1.2) = \left[116\frac{(1.2)^2}{2} + 50\frac{(1.2)^4}{24} - 60\frac{(1.2)^3}{6}\right] \times 10^{12}$$

$$\Rightarrow f_{\max} = V(1.2) = \frac{70.56 \times 10^{12}}{1.8 \times 10^4 \times \pi \times 400^4 / 64} = 3.12\text{mm} < \frac{1200}{300} = 4\text{mm}$$

Le critère de rigidité est vérifié.

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

L'équation de l'axe neutre s'écrit:

$$1 + \frac{zz_p}{i_y^2} + \frac{yy_p}{i_z^2} = 0$$

Pour déterminer le noyau central de la section on utilise les relations entre les coordonnées du point d'application de la force excentrée et les points d'intersection de l'axe neutre avec les axes principaux de la section quand ce dernier contourne la section.

$$y_N = -\frac{i_z^2}{y_p} \text{ et } z_N = -\frac{i_y^2}{z_p}$$

La section est symétrique par rapport à l'axe oz, il suffit donc de déterminer les positions de la force excentrée correspondant aux positions 1-1, 2-2, 3-3 et 4-4 de l'axe neutre et de les relier.

A = 100 × 60 - 30 × 30 16**Erreur ! Signet non défini.** 2 = 4200

$$z_g = \frac{100 \times 600 \times 30 - 2 \times 30^2 \times 45}{4200} = 23.57\text{cm}$$

$$I_z = \frac{30 \times 100^3}{12} + \frac{30 \times 40^3}{12} = 266 \times 10^4 \text{cm}^4$$

$$I_y = \frac{100 \times 30^3}{12} + \frac{40 \times 30^3}{12} + 30 \times 100 \times (15 - 23.57)^2 + 40 \times 30 \times (36.43 - 15)^2 = 108.6 \times 10^4 \text{cm}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{108.6 \times 10^4}{4200}} = 16.08\text{cm} \;\; \text{et} \;\; i_z = \sqrt{\frac{266 \times 10^4}{4200}} = 25.17\text{cm}$$

Position 1-1:

$$y_N = \infty \;\; z_N = -23.57\text{cm}$$

$$\Rightarrow y_p = -\frac{(25.17)^2}{\infty} = 0 \;\; \text{et} \;\; z_p = \frac{(16.08)^2}{23.57} = 10.97\text{cm}$$

Position 2-2

$$y_N = 50\text{cm} \;\; z_N = \infty$$

$$\Rightarrow y_p = -\frac{(25.17)^2}{50} = -12.67\text{cm} \;\; \text{et} \;\; z_p = \frac{(16.08)^2}{\infty} = 0$$

Position 3-3

$$y_N = 56.43\text{cm} \qquad z_N = 56.43\text{cm}$$

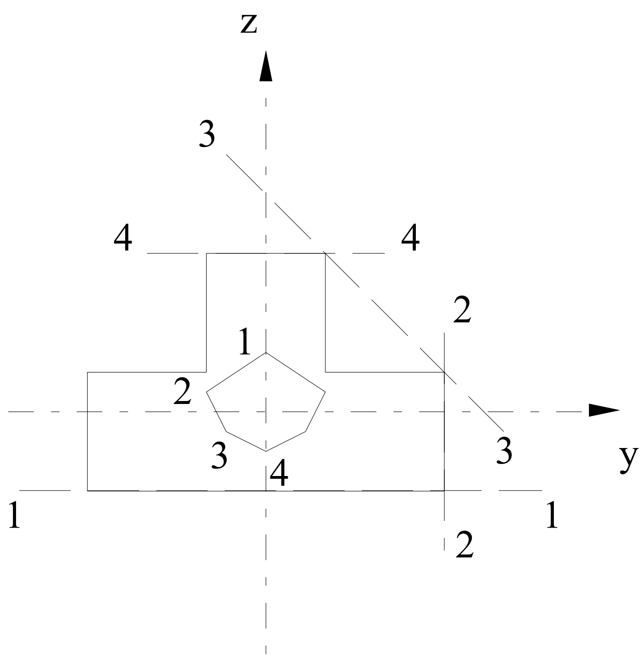
$$\Rightarrow y_p = -\frac{(25.17)^2}{56.43} = -11.22\text{cm} \qquad \text{et} \qquad z_p = \frac{(16.08)^2}{56.43} = -4.58\text{cm}$$

Position 4-4

$$y_N = \infty \;\; z_N = 76.43\text{cm}$$

$$\Rightarrow y_p = -\frac{(25.17)^2}{\infty} = 0 \;\; \text{et} \;\; z_p = \frac{(16.08)^2}{36.43} = -7.10\text{cm}$$

On trace le noyau central de la section comme l'indique la figure ci-dessous.


z
3
4
4
2
1
2
3
4
3
y
1
1
2