CORRIGE DU SUJET 14

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

1 Etude cinétique

$L = 13 \times 3 - 18\times2 - 3 = 0$

Le système est isostatique

2 Détermination des efforts

Les angles entre les barres ne sont pas réguliers, on utilisera alors la méthode analytique (méthode des noeuds). On calcule d'abord les réactions aux appuis:

$$7.5\ V_A - 20 \times 6 = 0 \Rightarrow V_A = 16\ \text{kN}$$

$$V_E + V_A = 20 \Rightarrow V_E = 4\ \text{kN}$$

Nœud A

$$\frac{0.25}{1.52}AF - 16 = 0 \Rightarrow AF = 97.32\text{kN}$$

$$\frac{1.5}{1.52}AF + AB = 0 \Rightarrow AB = -96\text{kN}$$

Nœud B

$$BF = -20\text{kN}$$

$$BC = AB = -96\text{kN}$$

Nœud F

$$\frac{0.25}{1.52}AF + BF + \frac{0.25}{1.03}FC = 0 \Rightarrow FC = 16.5\text{kN}$$

$$-\frac{1.5}{1.52}AF + \frac{1}{1.03}FC + FG = 0 \Rightarrow FG = 80\text{kN}$$

Nœud G

$$GC = 0$$

$$GH = FG = 80\text{kN}$$

Nœud C

$$\frac{0.25}{1.03}FC + \frac{0.25}{2.02}CH = 0 \Rightarrow CH = -32kN$$

$$CD + \frac{2}{2.02}CH - \frac{1}{1.03}FC = 0 \Rightarrow FG = -48kN$$

Nœud G

DH = 0

DE = CD = -48kN

Nœud H

$$\frac{0.25}{2.02}CH + \frac{0.25}{3.01}HE = 0 \Rightarrow HE = 48.17kN$$

Dimensionnement à la stabilité

La barre la plus comprimée est AB=-96 kN de longueur L =1.5m

La barre la plus élancée est DE = -48 kN de longueur L = 3.0 m

On dimensionne avec la barre la plus élancée et on vérifie la stabilité de la barre la plus comprimée et la résistance de la barre la plus sollicitée.

supposons que $\lambda > \lambda_{lim}$ pour les deux barres:

$$N \leq [P_{st}] = \frac{P_{cr}}{n_{st}} = \frac{\pi^2 E \times \pi D^4 / 64}{n_{st}(\mu L)^2} = \frac{\pi^3 E D^4}{64 n_{st} L_{eff}^2}$$

$$D \geq \left(\frac{N \times 64 \times n_{st} \times L^2}{\pi^2 E} \right)^{1/4} = 54.7mm$$

Calculons l'élancement

$$\lambda = \frac{\mu L}{i} \text{ avec } i = \frac{D}{4}$$

$$\lambda = \frac{3000 \times 4}{54.7} = 219 > \lambda_{lim}$$

Vérifions la stabilité de la barre la plus comprimée

$$[P_{st}] = \frac{P_{cr}}{n_{st}} = \frac{\pi^3 \times 2 \times 10^5 \times (54.7)^4}{64 \times 2 \times (1500)^2} = 192.8kN$$

N = 96 kN < $[P_{st}]$ $\Rightarrow$ la stabilité est vérifiée

Vérification à la résistance

La barre la plus sollicité est AF = 97.32 kN

$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{4\times 97.32\times 10^3}{\pi(54.7)^2} = 41.4 N/mm^2 < 160$$

$\Rightarrow$ **Erreur ! Signet non défini.** la résistance est vérifiée

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

La capacité de résistance à une sollicitation donnée dépend entre autres de la forme de la section c.à.d de ses caractéristiques géométriques.

Cisaillement

$$\tau = \frac{T}{S} \le [\tau] \Rightarrow T = S[\tau]$$

L'effort tranchant de résistance est proportionnel à l'aire de la section. Les efforts de résistance au cisaillement de toutes les formes des sections ayant les mêmes aires sont donc identiques.

Stabilité élastique à la compression

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu L)^2}$$

$\frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu L)^2}$ est le même pour toutes les sections. L'effort maximal de résistance à la stabilité est donc proportionnel à I_{min}.

Pour comparer les moments d'inertie des différentes sections, on exprimera ce dernier en fonction de l'aire S d'une section.

- Pour la section circulaire pleine: $S = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow d = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

$$I_{min} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \times 16 \times A^2}{64\pi^2} = 0.08 S^2$$

- Pour la section carrée: $S = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{S}$

$$I_{min} = \frac{a^4}{12} = \frac{S^2}{12} = 0.083 S^2$$

- Pour la section rectangulaire: $S = b\times h = 2b^2 \Rightarrow b = \sqrt{\frac{S}{2}}$

$$I_{min} = \frac{2b^4}{12} = \frac{2S^2}{4\times 12} = 0.04 S^2$$

- Pour la section circulaire creuse:

$$S = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right) = \frac{\pi}{4}\left[D^2 - (0.6D)^2\right] = 0.16\pi D^2 \Rightarrow D = 1.41\sqrt{S}$$

$$I_{min} = \frac{\pi}{64}\left[D^4 - (0.6D)^4\right] = 0.043D^4 = 0.043(1.41\sqrt{S}) = 0.169S^2$$

La plus petite force critique correspond au plus petit moment d'inertie minimal de celui de la section rectangulaire. L'ordre décroissant de la stabilité en compression des formes est le suivant:

1/ La section creuse: $r = \dfrac{P_{cr}}{P_{cr-rec\tan gle}} = \dfrac{0.169S^2}{0.04S^2} = 4.2$

2/ La section carrée: $r = \dfrac{0.083S^2}{0.04S^2} = 2.08$

3/ La section circulaire: $r = \dfrac{0.08S^2}{0.04S^2} = 2$

4/ La section rectangulaire: r = 1

Flexion pure

Calcul du moment résistant:

$$\sigma_{max} = \frac{My}{I} \leq [\sigma]$$

$$\Rightarrow M_{res} = \left(\frac{I}{y}\right)_{max} \times [\sigma]$$

Le moment résistant est proportionnel à $\left(\dfrac{I}{y}\right)_{max}$

- Pour la section circulaire pleine :

$$\frac{I}{y} = \frac{\pi d^4}{64} \times \frac{2}{d} = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi}{32}\left(2\sqrt{\frac{S}{\pi}}\right)^3 = 0.141\sqrt{S}$$

- Pour la section carrée: $\dfrac{I}{y} = \dfrac{a^4}{12} \times \dfrac{2}{a} = \dfrac{a^3}{6} = \dfrac{\left(\sqrt{S}\right)^3}{6} = 0.167S\sqrt{S}$

- Pour la section rectangulaire:

$$\frac{I}{y} = \frac{b(2b)^3}{12} \times \frac{2}{2b} = \frac{2b^3}{3} = \frac{2}{3}\left(\sqrt{\frac{S}{2}}\right)^3 = 0.236S\sqrt{S}$$

- Pour la section creuse: $\dfrac{I}{y} = \dfrac{0.169S^2 \times 2}{1.41\sqrt{S}} = 0.24S\sqrt{S}$

Il est évident que la section circulaire présente le plus petit moment résistant. Le classement en fonction des moments résistants sera donc:

1/ La section creuse: $r = \dfrac{M_{res}}{M_{res-cercle}} = \dfrac{0.24S\sqrt{S}}{0.141S\sqrt{S}} = 1.7$

2/ La section rectangulaire: $r = \dfrac{0.236S\sqrt{S}}{0.141S\sqrt{S}} = 1.67$

3/ La section carrée: $r = \dfrac{0.167S\sqrt{S}}{0.141S\sqrt{S}} = 1.18$

4/ La section circulaire: r = 1

Effort tranchant

$$\tau = \frac{TS^*}{Ib} \leq [\tau] \Rightarrow T_{res} = \frac{Ib}{S^*}[\tau]$$

L'effort tranchant résistant est proportionnel à $\left(\dfrac{Ib}{S^*}\right)$

- Pour une section rectangulaire: $\tau = \dfrac{3T}{2S} \leq [\tau] \Rightarrow T_{res} = \dfrac{2}{3}S[\tau]$

- Pour une section carrée: $\tau = \dfrac{3T}{2S} \leq [\tau] \Rightarrow T_{res} = \dfrac{2}{3}S[\tau]$

- Pour une section circulaire: $\tau = \dfrac{4T}{3S} \leq [\tau] \Rightarrow T_{res} = \dfrac{3}{4}S[\tau]$

- Pour une section creuse: $S^* = \dfrac{2\left(\dfrac{D}{2}\right)^3}{3}$ et $b = 0.4D \Rightarrow T_{res} = 0.41S[\tau]$

Le plus petit effort tranchant résistant est celui de la section creuse. L'ordre décroissant des efforts par rapport à ce dernier devient alors:

1/ La section circulaire pleine: $r = \dfrac{3}{4 \times 0.41} = 1.83$

2/ La section carrée et rectangulaire: $r = \dfrac{2}{3 \times 0.41} = 1.67$

4/ La section creuse: r = 1.0

La torsion

$$\tau = \frac{M_x}{W_t} \le [\tau] \Rightarrow M_{x-res} = W_t[\tau] \text{avec} W_t = \frac{I_P}{R} \text{pourlessec tionscirculaires}$$

Le moment de torsion résistant est proportionnel à w_t.

- Pour la section circulaire pleine: $W_t = \frac{\pi d^4}{32} \times \frac{2}{d} = \frac{\pi d^3}{16} = 0.282S\sqrt{S}$

- Pour la section creuse: $W_t = 0.043D^4 \times \frac{2}{D} = 0.086D^3 = 0.024S\sqrt{S}$

- Pour la section carrée: $W_t = \alpha hb^2 = 0.208S\sqrt{S}$

- Pour la section rectangulaire:

$$W_t = \alpha hb^2 = 0.246 \times 2 \times \left(\sqrt{\frac{S}{2}}\right)^3 = 0.174S\sqrt{S}$$

L'ordre décroissant des moments résistant de torsion par rapport à celui de la section rectangulaire est alors:

1/ La section circulaire: r = 1.62

2/ La section creuse: r = 1.38

3/ La section carrée: r = 1.2

4/ La section rectangulaire: r = 1

Tableau récapitulatif: classement des efforts résistants dans l'ordre décroissant

Flexion pure	Effort tranchant	Cisaillement	Stabilité (comp.)	Torsion
creuse	circulaire pleine	Les efforts résistants	creuse	Circulaire pleine
rectangulaire	Carrée / rectangulaire	de toutes les	carrée	creuse
carrée	creuse	sections sont	circulaire pleine	carrée
Circulaire pleine		identiques	rectangulaire	rectangulaire