CORRIGE DU SUJET 12

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

En tenant compte de la compatibilité géométrique du système, on peut écrire les allongements dans les câbles en fonction des allongements du poteau:

$$\Delta L_1 = (\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3)\cos\alpha_1$$

$$\Delta L_2 = (\Delta h_2 + \Delta h_3)\cos\alpha_2$$

$$\Delta L_3 = \Delta h_3 \cos\alpha_3$$

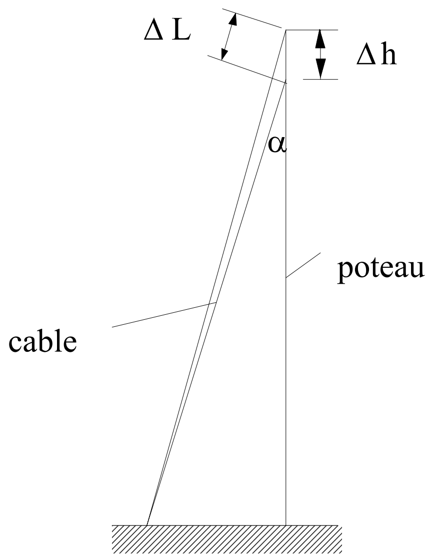

Fig. 1

Les tension des câbles sont proportionnelles à leurs allongements:

$$T_i = \frac{ES_c}{L_i}\Delta L_i$$

On calcule alors les longueurs des câbles à partir de l'axe du poteau et on obtient

$$L_1 = \sqrt{(6+6+6)^2 + 10^2} = 20.6\text{m}$$

$$L_2 = \sqrt{(6+6)^2 + 10^2} = 15.6\text{m}$$

$$L_3 = \sqrt{6^2 + 10^2} = 11.7\text{m}$$

On calcule ainsi les valeurs des cosinus des angles que forment les câbles avec l'axe du poteau:

$$\cos\alpha_1 = (h_1 + h_2 + h_3) / L_1 = 0.87$$

$$\cos\alpha_2 = (h_2 + h_3) / L_2 = 0.77$$

$$\cos\alpha_3 = h_3 / L_3 = 0.51$$

En remplaçant ces valeurs dans les expressions des ΔL_i on obtient:

$\Delta L_1 = 2.59$ mm, $\Delta L_2 = 1.62$ mm, $\Delta L_3 = 0.98$ mm

Les tensions dans les câbles sont donc:

$$T_1 = \frac{2.1\times10^5\times78.54}{20600}2.59 = 2.07\text{kN}$$

$$T_2 = \frac{2.1\times10^5\times78.54}{15600}\times1.62 = 1.71\text{kN}$$

$$T_3 = \frac{2.1\times10^5\times78.54}{11700}\times0.98 = 1.41\text{kN}$$

Vérification à la résistance avec $T_{max} = 2.07$ kN

$$\sigma_{\max} = \frac{2070}{78.53} = 26.35\text{N}/\text{mm}^2 < [\sigma]$$

Les équations d'équilibre de chaque section au niveau de chaque tronçon s'écrivent:

$N_1 = -10 - 2\ T_1 \cos\alpha_1 = -13.6$ kN

$N_2 = -10 - 2\ T_1 \cos\alpha_1 - 2\ T_2 \cos\alpha_2 = -16.23$ kN

$N_3 = -10 - 2\ T_1 \cos\alpha_1 - 2\ T_2 \cos\alpha_2 - 2\ T_3 \cos\alpha_3 = -17.67$ kN

Vérification à la stabilité:

Pour une section circulaire creuse le rayon de giration est donné par:

$$i_{\min} = \frac{1}{4}\sqrt{D^2 + d^2}$$

avec

$D_1 = 50$ mm , $D_2 = 60$ mm , $D_3 = 70$ mm , et $d = 40$ mm on obtient alors:

$i_{min3} = 20.16$ mm, $i_{min2} = 18.03$ mm, $i_{min1} = 16.01$ mm

$\lambda_1 = 6000 \times 0.5 / 20.16 = 149 \Rightarrow \sigma_{cr1} = \pi^2 E / \lambda_1^2 = 139$ N/mm²

$\Rightarrow$ $[\sigma]_{s3} = \sigma_{cr1} / n_{st} = 93.4 / 2.5 = 37.3$ N/mm²

$\lambda_2 = 6000 \times 0.5 / 18.03 = 166 \Rightarrow \sigma_{cr2} = 75.$ N/mm²

$\Rightarrow$ $[\sigma]_{s2} = \sigma_{cr2} / n_{st} = 115 / 2.5 = 30.$ N/mm²

$\lambda_3 = 6000 \times 0.5 / 16.01 = 187 \Rightarrow \sigma_{cr3} = 59.$ N/mm²

$\Rightarrow$ $[\sigma]_{s1} = \sigma_{cr3} / n_{st} = 75 / 2.5 = 24.$ N/mm²

Les contraintes de compression qui se développent dans chaque tronçon sont alors:

$\sigma_{max1} = 13600 / 707 = 19.23$ N/mm² <24

$\sigma_{max2} = 16230 / 1571 = 10.33$ N/mm² < 30

$\sigma_{max1} = 17670 / 2592 = 6.82$ N/mm² < 37.3

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

La condition d'égale résistance à la flexion des fibres extrêmes s'écrit:

$$\sigma_{\max} = \frac{My_1}{I} = [\sigma_-] \text{ et } \sigma_{\min} = \frac{My_2}{I} = [\sigma_+]$$

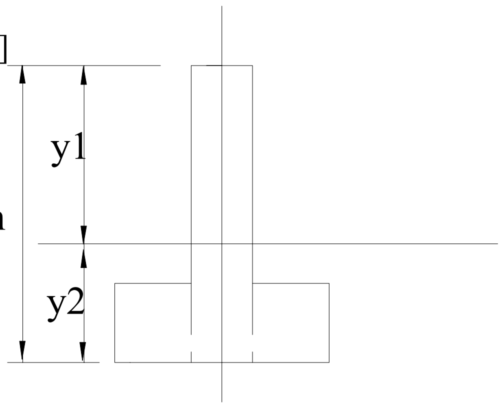

Fig. 2

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = \frac{[\sigma_-]}{[\sigma_+]}$$

$$\Rightarrow \frac{y_1}{y_2} = 2$$

$y_1 + y_2 = h$

$\Rightarrow y_2 = h / 3$

y_2 est l'ordonnée du centre de gravité de la section, et donnée par la formule:

$$y_2 = \frac{\sum y_i S_i}{S} = \frac{2 \times 8 \times 1 + 2 \times h \times h / 2}{2 \times 8 + 2 \times h}$$

$\frac{h}{3} = \frac{16 + h^2}{16 + 2h}$ $\Rightarrow$ h² - 16h + 48 = 0 $\Rightarrow h_1 = 4$ cm et $h_2 = 12$ cm.