CORRIGE DU SUJET 10

CORRIGE DE L'EXERCICE 1

1.Détermination de l'état de contrainte au point A:

$$\sigma_x = \frac{P}{S}$$

$$S = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}(20^2 - 16^2) = 113.1\text{mm}^2$$

$$\sigma_x = \frac{10000}{113.1} = 88.42\text{N/mm}^2$$

$$\sigma_y = 0$$

$$\tau_{xy} = \frac{M_x D/2}{I_p} = \frac{16M_x}{\pi D^3(1-\alpha^4)}$$

$$\text{avec}\,\alpha = \frac{d}{D}$$

$$\tau_{xy} = \frac{16 \times 60 \times 10^3}{\pi \times 20^3(1-0.8^4)} = 64.68\text{N/mm}^2$$

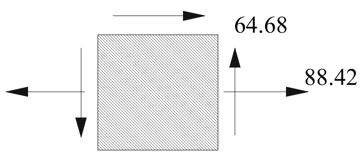
Détermination des contraintes normales principales et des contraintes tangentielles max:

$$\sigma_{1,2} = \frac{88.42}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{88.42}{2}\right)^2 + (64.68)^2}$$

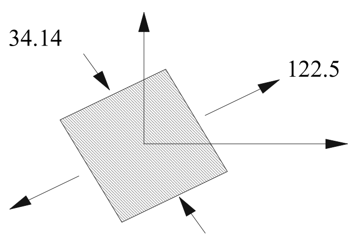
σ_1 = 122.55 N/mm²

σ_2 = -34.14 N/mm²

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = 78.32\,\text{N/mm}^2$$

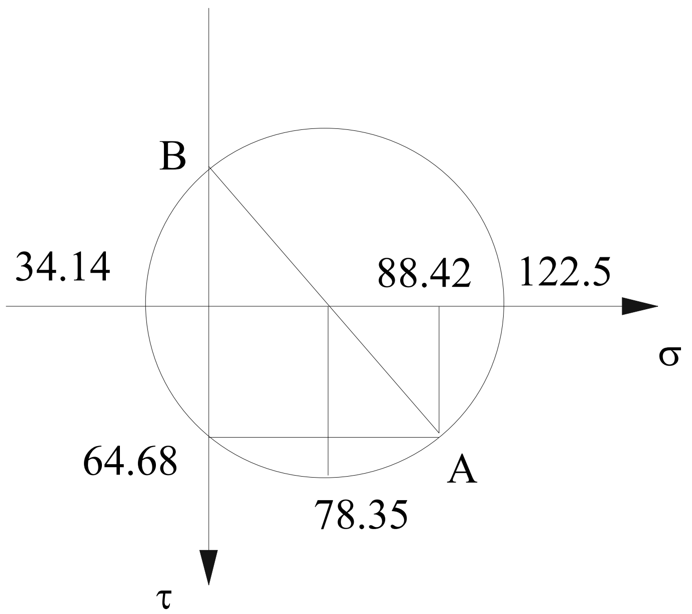


etat de contrainte en A



Les contrainte principales

Figure 1



Cercle de Mohr des contraintes

Figure 2

2. Vérification à la résistance:

-D'après le premier critère on doit vérifier si $\sigma_1 \leq [\sigma]$

on a $\sigma_1 = 122.5 < [\sigma]$

- La condition du deuxième critère s'ecrit:

$$\varepsilon_1 \leq [\varepsilon]$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2.1 \times 10^5}(122.5 + 0.3 \times 34.14) = 6.32 \times 10^{-4} < [\varepsilon]$$

- Le troisième critère limite la contrainte tangentielle par

$$\tau_{max} \leq [\tau]$$

$$\tau_{max} = 78.32 < [\tau]$$

CORRIGE DE L'EXERCICE 2

Calcul des réactions:

$$\sum M_{/Cdroite} = 0 \Rightarrow H_D = 0$$

$$\sum M_{/A} = 0 \Rightarrow 4V_D - 2\times 2\times 3 - 10\sqrt{2} = 0 \Rightarrow V_D = 8\,kN$$

$$\sum F_v = 0 \Rightarrow V_A = 5\,kN$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow H_A = 7.1\,kN$$

- Le Tracé des diagrammes des efforts internes:

Pour le tracé on procède par la méthode directe qui consiste à calculer les efforts aux niveaux des sections des limites des tronçons, ensuite de relier ces points par des droites ou des paraboles selon le cas de charge.

$N_A = (7.1 - 5)\sqrt{2} / 2 = 1.55$ kN

$T_A = (7.1 + 5)\sqrt{2} / 2 = 8.56$ kN

$M_A = 0$

$N_{A'} = 1.55$ kN

$T_{A'} = 8.56 - 10 = -1.44$ kN

$M_{A'} = 5x1 + 7.1x1 = 12.1$ kN.m

$N_B = 1.55$ kN $N_{Bdroite} = 0$

$T_{Bgauche} = -1.44$ kN $T_{Bdroite} = 5 - 10\sqrt{2}/2 = -2$ kN

$M_B = 5x2 + 7.1x2 - 10x\sqrt{2} = 10$ kN.m

$N_C = 0$

$T_C = -8$ kN

$M_C = 0$

La colonne CD n'est soumise qu'à un effort de compression N = 8 kN.

Ainsi on trace les diagrammes suivants:

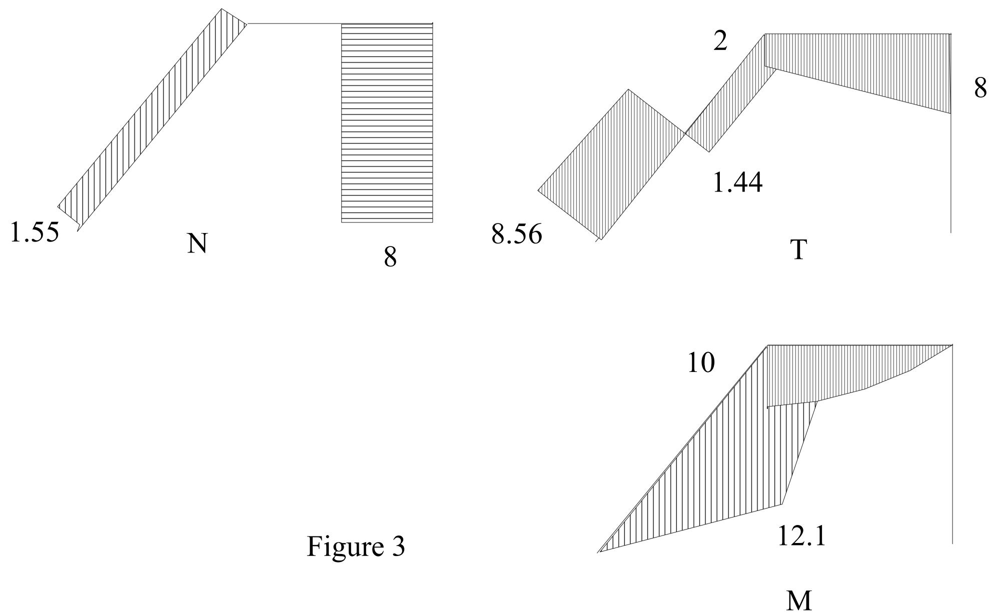


Figure 3

Vérification à la résistance:

La section dangereuse se trouve au niveau de la charge concentrée dans le tronçon AB:

M_{max} = 12.1 kN.m et N = 1.55 kN (cas d'une flexion composée)

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{My}{I}$$

avec

S = 120 ×60 -100 ×40 = 3200 mm²

$$I = \frac{60 \times 120^3}{12} - \frac{40 \times 100^3}{12} = 530.67 \times 10^4 \, mm^4$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{1550}{3200} + \frac{12.1 \times 10^6 \times 60}{530.67 \times 10^4} = 137.3 < [\sigma]$$

Dimensionnement de la colonne:

N = 8 kN

$$\sigma_{max} = \frac{N}{S} \leq [\sigma]_s$$

On suppose que le flambement est élastique, et on utilise la formule d'Euler:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$$[\sigma]_s = \frac{\sigma_{cr}}{n_{st}}$$

$$\lambda = \frac{\mu L}{i_{min}} = \frac{1 \times 2000}{d/4}$$

$$\lambda = \frac{8000}{d}$$

$$\Rightarrow [\sigma]_s = \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^5 d^2}{2 \times 64 \times 10^6}$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{4 \times 8000}{\pi d^2} \leq \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^5 d^2}{2 \times 16 \times 10^6}$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt[4]{\frac{4 \times 8000 \times 2 \times 64 \times 10^6}{\pi^3 \times 2.1 \times 10^5}} = 28.16\text{mm}$$

On prend d = 30 mm eton vérifie l'élancement de la colonne: