

Chapitre 5

CRITERES DE RESISTANCE

5.1 INTRODUCTION

Un aspect très important dans la conception des structures est la détermination de la capacité de ces dernières à transmettre ou à supporter les charges qui leurs sont appliquées.

Si le but de tout calcul est d'éviter la destruction, les règles de construction exigent que les contraintes de service soient sensiblement inférieures à celles que devraient supporter la structure. L'aptitude d'une structure à supporter des charges est appelé *la résistance*. L'objectif de ce chapitre est l'étude des méthodes d'évaluation ou de vérification de la résistance d'un élément de la structure sur la base d'un état de contrainte ou de déformation connu en un point de l'élément.

5.2 COURBE CONTRAINTE -DEFORMATION

L'étude des propriétés mécaniques des matériaux s'effectue sur des éprouvettes dont on mesure les variations des dimensions sous l'action de diverses sollicitations. L'essai le plus simple et le plus pratiqué sur les matériaux tel les métaux, est l'essai de traction simple. Les appareils pour ce genre d'essais, devenant de plus en plus précis, permettent d'appliquer une force croissante F sur des éprouvettes standardisées et à l'aide d'un dispositif d'extensiométrie de mesurer un allongement longitudinal

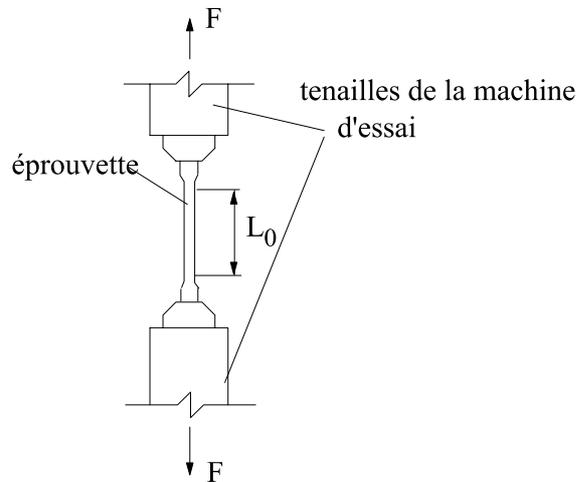


Fig. 5.1

$$\varepsilon = \Delta L/L.$$

La Fig. 5.1 schématise un essai de traction où l'éprouvette est sollicitée par une force F croissante à l'aide d'une machine d'essai spéciale.

La Fig 5.2 présente l'allure typique de la courbe expérimentale $\sigma = f(\varepsilon)$ obtenue lors d'un essai de traction réalisé sur une éprouvette en acier doux.

La contrainte σ est prise égale à la charge F divisée par la section initiale de l'éprouvette (contrainte nominale) et la déformation est relativement par rapport à la longueur de la jauge. (Déformation relative nominale).

Le diagramme comporte une première partie OA rectiligne, qui définit le domaine linéaire du matériaux où la contrainte σ est proportionnelle à la déformation ε . A partir du point A débute le domaine des déformations non linéaire mais le phénomène reste toujours réversible. Le point B correspond à la contrainte limite d'élasticité c'est à dire à partir duquel tout chargement supplémentaire et déchargement résulte en déformations résiduelles (permanentes). Entre B et C, l'éprouvette s'allonge sous un effort sensiblement constant. Le palier BC est la zone d'étirement (écoulement). La zone CD est la zone de raffermissement (durcissement) ou d'écrouissage. Le sommet D de la courbe correspond à la contrainte de la limite de résistance, l'allongement ne se répartit plus sur la longueur de l'éprouvette, mais se concentre au voisinage d'une section droite dont l'aire diminue rapidement jusqu'à ce que se produise la rupture (point E). La contrainte correspondante, est appelée limite de rupture.

Il faut noter que la courbe en pointillé représente la contrainte réelle qui prend en compte la diminution de la section de l'éprouvette.

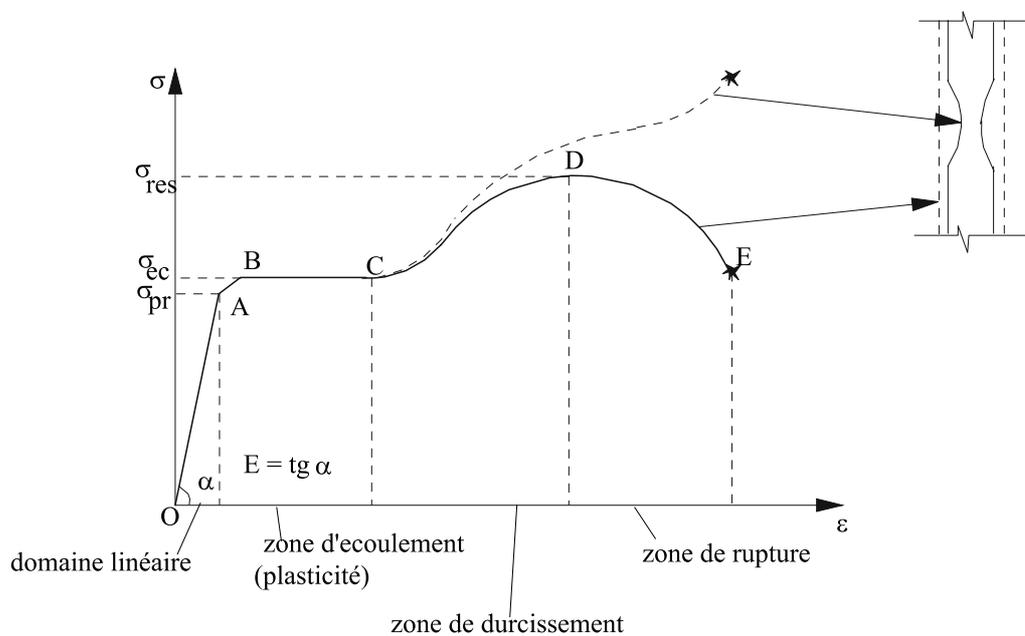


Fig. 5.2

Par contre un matériau fragile est caractérisé par une zone élastique OA, ensuite une zone non-linéaire courte qui se termine par une rupture soudaine au point B, une fois que le matériau ait atteint sa limite de résistance ultime comme le montre la Fig. 5.3.

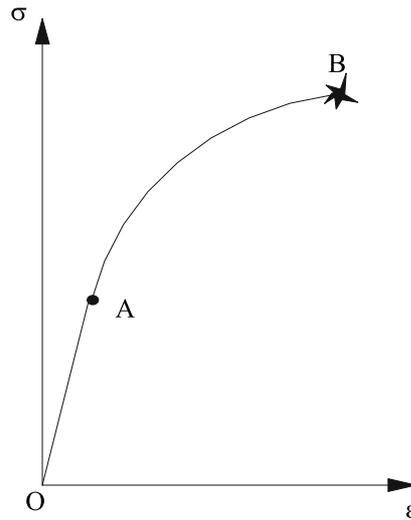


Fig. 5.3

5.3 CONTRAINTE ADMISSIBLE

Pour que la structure puisse supporter des charges *sans danger*, il faut que les contraintes qui s'y développent restent toujours inférieures à une contrainte limite appelée *contrainte admissible*. Pour des raisons de sécurité cette contrainte ne constitue qu'une fraction de la contrainte limite du matériau et définie par :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_d}{n}$$

Où $[\sigma]$ est la contrainte admissible,

σ_d est la contrainte dangereuse,

n est le facteur de sécurité.

Généralement la contrainte dangereuse est prise comme étant la limite d'écoulement des éléments en matériau ductile, et la limite de résistance pour les éléments en matériau fragile.

Le facteur n définissant la marge de sécurité dépend de la nature du matériau, du mode d'application des charges et de tous les facteurs qui influent sur la détermination des propriétés mécaniques présentant une marge d'incertitudes théoriques ou expérimentales.

Pour les matériaux ductiles et pour une charge statique on prend

$$\sigma_d = \sigma_{ec} \quad \text{et} \quad n = n_{ec}$$

Avec $n_{ec} = 1.4 - 1.6$

$$\text{Donc } [\sigma] = \frac{\sigma_{ec}}{n_{ec}}$$

Exemple: acier doux : $\sigma_{ec} = 250\text{N/mm}^2$ $n_{ec} = 1.7 \Rightarrow [\sigma] = 250/1.7$
 $= 150\text{N/mm}^2$.

Un matériau fragile résiste mieux à la compression: $[\sigma_-] > [\sigma_+]$ $n = 2.5 \approx 3$

5.4 THEORIES FONDAMENTALES DE LA RESISTANCE

Les critères de la résistance sont des conditions théoriques qui permettent au concepteur de dire, à partir de l'état de contrainte et de déformation le plus défavorable, si une structure est capable de résister sans danger aux charges qui lui sont appliquées.

5.4.1 Critère des contraintes normales maximales (Rankine)

La limite de résistance est atteinte lorsque l'une des contraintes principales atteint la limite élastique en traction simple ou en compression simple. La condition de résistance est défini alors par :

$$\sigma_{\max}^+ \leq [\sigma_+] \quad (5-3)$$

Pour un matériau homogène et fragile (verre, gypse, etc), il faut aussi vérifier:

$$|\sigma_{\max}^-| \leq [\sigma_-] \quad (5-4)$$

avec σ_{\max}^+ : la contrainte normale de traction maximale

σ_{\max}^- : la contrainte normale de compression maximale

$[\sigma_+]$, $[\sigma_-]$: les contraintes admissibles de traction et de compression

5.4.2 Critère des déformations linéaires relatives maximales

Ce critère limite les déformations linéaires par une déformation admissible $[\varepsilon]$, et la condition de résistance s'écrit alors:

$$\varepsilon_{\max} \leq [\varepsilon] \quad (5-5)$$

Si on considère que $[\varepsilon] = \frac{[\sigma]}{E}$ et que $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 - \sigma_3)]$

La condition de résistance devient alors:

$$\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma] \quad (5-6)$$

Ce qui revient à comparer la combinaison des contraintes principales à la contrainte admissible au lieu des contraintes maximales de traction et de compression. Cette théorie n'est presque pas utilisée dans les calculs pratiques à cause de sa faible fiabilité.

5.4.3 Critère de cisaillement maximum (Coulomb)

La contrainte tangentielle maximale ne devrait pas excéder une contrainte admissible de cisaillement $[\tau]$. La condition de résistance dans ce cas s'écrit :

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \quad (5-7)$$

$$\text{Etant données que } \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (5-8)$$

$$\text{et } [\tau] = \frac{[\sigma]}{2} \quad (5-9)$$

La condition de résistance s'écrit alors:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (5-10)$$

L'influence de σ_2 dans un état de contrainte tridimensionnel n'est pas prise en charge par ce critère, mais il donne de bons résultats pour les matériaux ayant une égale résistance en traction et en compression.

5.4.4 Critère de l'énergie potentielle spécifique de la modification de la forme

Ce critère est basé sur la capacité de l'énergie potentielle spécifique de la déformation élastique emmagasinée dans l'élément.

On démontre que la condition de résistance en traction ou compression simple s'écrit, dans le cas général:

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma] \quad (5-11)$$

5.4.5 Critère de Mohr-Coulomb

Ce critère part de l'hypothèse que la résistance des matériaux dépend principalement de la valeur et du signe de la contrainte principale majeure σ_1 et de ceux de la contrainte principale mineure σ_3 . La condition de résistance s'exprime alors:

$$\sigma_1 - \frac{[\sigma_+]}{[\sigma_-]} \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (5-12)$$

Ce critère de Mohr permet de déterminer la résistance à la destruction des matériaux dont la résistance à la traction et celle à la compression sont différentes.

Pour conclure ce chapitre, on doit noter que les critères de résistance sont nombreux et ceux présentés ne sont que les critères classiques les plus utilisés en résistance des matériaux.