

Génie Parasismique Exercices 6^{ème} et 8^{ème} semestre 2002

Corrigé 3 :

Fréquence propre du bâtiment:

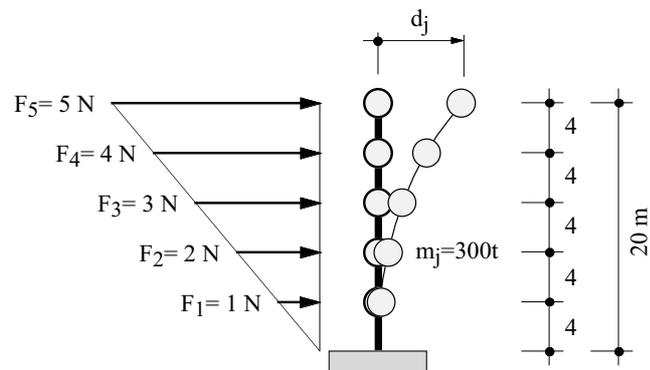
- formule empirique en fonction du nombre d'étages n: $f = 10/n = 2$ Hz
- formule semi-empirique de la norme SIA tenant compte du sol et du système de raidissement:
 refends: $f = 13 C_S \frac{\sqrt{l}}{h}$ [Hz] C_S : sol semi-compact: $C_S = 0.7$ à 0.9
 $l = 24$ m, dimension du bâtiment en m dans la direction de l'oscillation
 $h = 20$ m, hauteur du bâtiment en m par rapport au niveau d'encastrement
 $f = 2.2$ à 2.9 Hz

- Quotient de Rayleigh :

Calcul des déformations d'étage avec la matrice de flexibilité:

$$\mathbf{d} = \hat{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{F}$$

$$\hat{f}_{i,j} = \frac{h^3}{6EI} i^2(3j-i), \quad j \geq i$$



$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{bmatrix} = \frac{h^3}{6EI} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \\ 5 & 16 & 28 & 40 & 52 \\ 8 & 28 & 54 & 81 & 108 \\ 11 & 40 & 81 & 128 & 176 \\ 14 & 52 & 108 & 176 & 250 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{h^3}{6EI} \begin{bmatrix} 150 \\ 541 \\ 1090 \\ 1726 \\ 2396 \end{bmatrix}$$

$$\sum_{j=1}^5 F_j d_j = \frac{h^3}{6EI} 23\,386 \text{ [Nm]}$$

$$\sum_{j=1}^5 m_j d_j^2 = \left(\frac{h^3}{6EI}\right)^2 (1.022 \cdot 10^7 \cdot 300\,000) \approx \left(\frac{h^3}{6EI}\right)^2 3.067 \cdot 10^{12} \text{ [kgm}^2\text{]}$$

$$\frac{h^3}{6EI} = \frac{4^3}{6 \cdot 33 \cdot 10^9 \cdot 0.3 \cdot 6^3 / 12} \approx 6 \cdot 10^{-11} \text{ [m/N]}$$

La fréquence propre sans réduction de la rigidité est donc de:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^5 F_j d_j}{\sum_{j=1}^5 m_j d_j^2}} \approx 1.8 \text{ Hz}$$

Si, pour tenir compte de la fissuration, on réduit la rigidité à une valeur correspondant à 50% de l'état non fissuré, la fréquence propre devient:

$$f \approx 1.27 \text{ Hz} \quad \frac{h^3}{6EI} = \frac{4^3}{6 \cdot 50\% \cdot 33 \cdot 10^9 \cdot 0.3 \cdot 6^3 / 12} \approx 12 \cdot 10^{-11} \text{ [m/N]}$$

Discussion des résultats:

La formule empirique (10/n) ne donne que l'ordre de grandeur de la fréquence propre, son utilisation n'est donc qu'indicative.

La formule de la norme SIA tient compte de l'effet de raidissement des éléments non porteurs; il n'est donc pas étonnant qu'elle livre des valeurs élevées. Ces valeurs peuvent, en général, être considérées comme des bornes supérieures.

Seul le quotient de Rayleigh tient effectivement compte des caractéristiques propres du bâtiment en question. L'effet des éléments non porteurs n'y est cependant pas considéré; il n'est donc pas étonnant que les résultats livrent les valeurs les plus basses. L'estimation de la fréquence propre doit tenir compte des éléments non porteurs et de la réduction de la rigidité due à la fissuration. Ces deux effets antagonistes dépendent de plusieurs paramètres, en particulier de la nature des éléments non-porteurs (cloisons légères ou maçonnerie), de l'intensité de la compression au pied du refend et de l'amplitude des déformations. En l'absence d'indications précises, on peut admettre, en première approximation, que les deux effets se compensent et calculer la fréquence propre avec la rigidité non fissurée.

Lors d'un prédimensionnement, il faut choisir une valeur prudente de la fréquence propre. Le choix d'une valeur prudente dépend de la localisation de la fréquence sur le spectre de dimensionnement. Une surestimation est préférable avant le plateau alors qu'une sous-estimation est indiquée après le plateau. Dans le cas du bâtiment de cet exercice, on peut adopter, pour un prédimensionnement, une valeur de 2 Hz car elle correspond à la limite inférieure du plateau du spectre de dimensionnement pour les sols semi-compacts.

La formule empirique permet d'apprécier l'impact du nombre d'étages sur la fréquence propre. Si on double le nombre d'étages, la fréquence propre sera divisée par deux.