

Calcul des charpentes d'acier

par

André PICARD, Ph. D., ing.
Denis BEAULIEU, Ph. D., ing.
Professeurs de génie civil
Université Laval, Québec



Institut Canadien de la Construction en Acier

8.4.4	Profilés en I fléchis selon l'axe faible	644
8.4.5	Flexion biaxiale	646
8.4.6	Simplification des équations	649
8.4.7	Règles de calcul pour la compression-flexion (S16.1-M89)	650
8.5	Exemples de calcul	651
8.6	Analyse non linéaire de la flexion biaxiale	681
8.6.1	Profilés en I de classes 1 et 2	681
8.6.2	Profilés tubulaires carrés de classes 1 et 2	687
8.7	Choix des sections	688
8.7.1	Calcul de C_i^*	689
8.7.2	Calcul de C_f^{**}	690
8.7.3	Méthode de calcul	692

CHAPITRE IX – POUTRES MIXTES

9.1	Introduction	698
9.1.1	Définition de l'action mixte	698
9.1.2	Charpentes de planchers mixtes	699
9.1.3	Modes de construction des planchers mixtes	703
9.1.4	Action composite totale ou partielle	705
9.2	Caractéristiques de la dalle de béton	706
9.2.1	Épaisseur efficace de la dalle	706
9.2.2	Largeur efficace de la dalle	708
9.2.3	Armature de la dalle	710
9.3	Liaison dalle de béton-poutre d'acier	712
9.3.1	Résistance des goujons : dalle pleine	713
9.3.2	Résistance des goujons : dalle nervurée avec nervures parallèles à la poutre	713
9.3.3	Résistance des goujons : dalle nervurée avec nervures perpendiculaires à la poutre	714
9.3.4	Nombre de goujons et espacement	717
9.4	État limite ultime de résistance en flexion	719
9.4.1	Axe neutre plastique	719
9.4.2	Hypothèses de calcul	721
9.5	Résistance à la flexion : action composite totale	721
9.5.1	Axe neutre dans la dalle de béton	722
9.5.2	Axe neutre dans l'aile de la section d'acier	724
9.5.3	Axe neutre dans l'âme de la section d'acier	728
9.6	Résistance à la flexion : action composite partielle	729
9.7	Distribution élasto-plastique des contraintes	733
9.8	Cisaillement longitudinal de la dalle	739
9.9	Comportement des poutres mixtes dans une zone de moments négatifs	742
9.10	États limites d'utilisation	745
9.10.1	Calcul des flèches : généralités	745
9.10.2	Flèches instantanées de la poutre mixte	747
9.10.3	Flèches de la poutre mixte dues à un chargement permanent ou de longue durée	750
9.10.4	Flèches dues au retrait du béton	753
9.10.5	Vibration des planchers	755
9.11	Dimensionnement des poutres mixtes	759
9.12	Introduction au calcul des charpentes de plancher alvéolées	768
9.12.1	Généralités	768
9.12.2	Dimensionnement d'une poutre Vierendeel	770
9.12.3	Analyse du comportement d'une poutre Vierendeel	772

CHAPITRE IX

POUTRES MIXTES

9.1 INTRODUCTION

9.1.1 Définition de l'action mixte

Tel qu'expliqué à la section 1.6, lorsque la dalle en béton armé d'une charpente de plancher n'est pas reliée mécaniquement aux poutres d'acier, la dalle ne participe pas à la résistance en flexion des poutres en acier. On a alors une dalle de béton non participante.

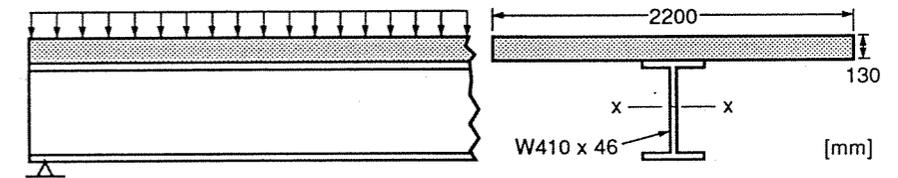
Considérons comme exemple la dalle et la poutre montrées sur la figure 9.1a. Si ces deux éléments structuraux ne sont pas reliés mécaniquement, ils travaillent indépendamment l'un de l'autre et, sous l'effet des charges, il y a glissement relatif des deux éléments, comme l'indique la figure 9.1b.

Par contre, si la dalle et la poutre sont solidarisées par des connecteurs qui empêchent *totalemment* ou *partiellement* le glissement relatif des deux éléments, ces derniers résistent ensemble aux efforts de flexion (figure 9.1c). On a alors une dalle participante et on dit que la section résistante est une section mixte ou section composite. On notera que dans ce texte, les mots "mixte" et "composite" sont synonymes.

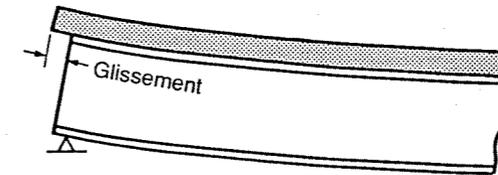
D'une manière générale, on définit un élément structural en construction mixte comme un élément constitué d'au moins deux matériaux différents, mécaniquement interconnectés et résistant ensemble aux efforts appliqués. Dans ce chapitre, il ne sera question que de poutres mixtes constituées d'un profilé en acier et d'une dalle en béton armé, de poids normal ou léger, coulée sur place et fixée sur l'aile supérieure de la poutre d'acier, généralement à l'aide de goujons (voir les figures 1.17 à 1.19).

Pour la section montrée sur la figure 9.1, l'effet de la liaison dalle-poutre est d'augmenter la résistance pondérée en flexion de 97 %, pour une action composite totale, et de 70 % pour une action composite partielle. Le lecteur pourra vérifier ces résultats après avoir lu les sections 9.5 et 9.6.

Pour les cas les plus courants, le pourcentage d'augmentation de la résistance est généralement supérieur à 40 %; il dépend principalement de la section d'acier utilisée et de l'épaisseur de la dalle de béton. Quant à la rigidité flexionnelle, elle est également augmentée de façon significative par l'action composite. Pour un même chargement, les flèches de la poutre mixte sont donc moins grandes que celles de la même poutre d'acier résistant seule à l'action des charges d'utilisation.

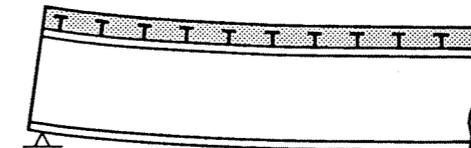


a) Dalle en béton armé et poutre en acier.



b) Dalle non participante.

Section d'acier seule:
 $M_r = \phi Z_x F_y = 239 \text{ kN}\cdot\text{m}$



c) Dalle participante.

Section mixte:
 Action mixte totale (100%) = 471 kN·m
 Action mixte partielle (50%) = 406 kN·m

Note: $F_y = 300 \text{ MPa}$, $f'_c = 20 \text{ MPa}$

Fig. 9.1 - Effet de la liaison dalle-poutre.

Étant donné cet accroissement de la résistance et de la rigidité, les poutres des planchers mixtes sont donc moins profondes, pour un même chargement. Il en résulte une réduction de la hauteur des étages et du poids d'acier. En exploitant tous les avantages des planchers mixtes, des économies de poids de l'ordre de 30 % peuvent être réalisées.

Tel que mentionné à la section 1.6, il est presque toujours plus économique d'utiliser des sections mixtes pour les ponts, surtout à cause des portées et des charges. Pour les bâtiments, le choix d'une dalle participante ou non dépend principalement de l'ampleur du projet. Il s'agit de savoir si la réduction de la hauteur des étages et du poids des poutres d'acier se comparent favorablement aux coûts des connecteurs et de leur installation. Pour les bâtiments de plusieurs étages, les planchers mixtes sont plus avantageux dans la plupart des cas.

9.1.2 Charpentes de planchers mixtes

Les charpentes de planchers mixtes peuvent être classées en deux catégories : les charpentes conventionnelles et les charpentes alvéolées.

Les composantes d'une charpente de plancher mixte conventionnelle ont été décrites à la section 1.6. Quelques caractéristiques géométriques de ce type

de charpente sont présentées sur la figure 9.2. On rappelle que les nervures du coffrage en tôles d'acier sont perpendiculaires aux poutres (figure 9.2b), donc parallèles aux poutres principales (figure 9.2c). La dalle de béton peut participer à la résistance à la flexion des poutres et des poutres principales, ce qui donne une action composite bidirectionnelle. Si l'action composite est unidirectionnelle, la dalle est participante dans la direction perpendiculaire aux nervures de la tôle et, par conséquent, seules les poutres agissent comme sections mixtes.

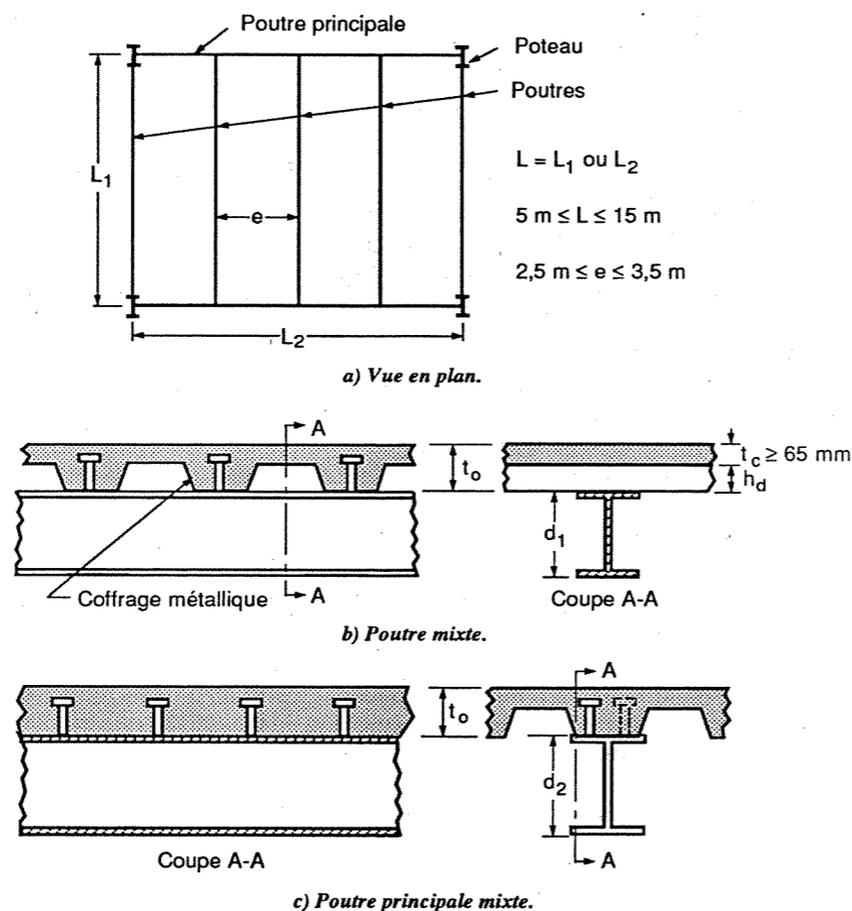


Fig. 9.2 - Charpente de plancher mixte conventionnelle.

Comme l'indique la figure 9.2, l'espacement des poutres varie entre 2,5 et 3,5 mètres. Cet espacement est limité par la capacité du coffrage en tôles d'acier nervurées, qui doit supporter le poids du béton frais entre deux poutres. Quant à la portée des poutres mixtes et des poutres principales mixtes, elle

pourrait théoriquement atteindre 20 mètres. Toutefois, afin de limiter la profondeur totale de la charpente de plancher ($d + t_0$), la portée ne dépasse guère 15 mètres.

Enfin, selon la référence [9.1], l'élançement doit être limité aux valeurs suivantes, où d et L représentent respectivement d_1 ou d_2 et L_1 ou L_2 , définis sur la figure 9.2.

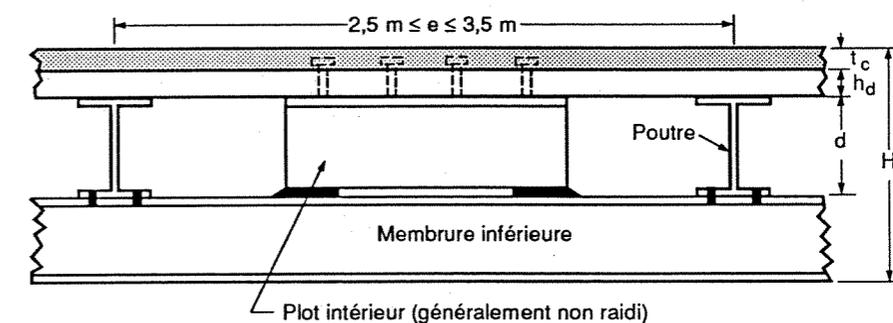
$$\frac{L}{d} \leq 30 \quad (9.1)$$

$$15 \leq \frac{L}{d+t_0} \leq 24 \quad (9.2)$$

Ces limites à l'élançement assurent un bon comportement en service, c'est-à-dire des flèches et des vibrations acceptables et une rotation aux appuis moins grande, ce qui limite la fissuration de la dalle de béton aux appuis. En général, c'est l'équation (9.2) qui est la plus sévère et la plupart des poutres mixtes ont un élançement qui se situe entre 15 et 18.

Les charpentes de planchers mixtes alvéolées ont été décrites à la section 1.6 (voir la figure 1.20). Les poutres principales de ce type de plancher sont des poutres de type *Vierendeel*. Dans l'autre direction, les poutres sont arrangées selon le système structural Gerber.

Dans ce type de plancher, les poutres ne sont pas nécessairement des poutres composites, compte tenu de l'efficacité du système Gerber. Par contre, l'action composite est essentielle pour les poutres *Vierendeel*. Toutefois, compte tenu des ouvertures et de la présence des plots de solidarisation, le comportement de ces poutres est assez différent de celui des poutres principales mixtes des charpentes de planchers conventionnelles.



Notes: - Section des plots et des poutres: W310 à W460
 - Section de la membrane inférieure: W310 à W360

Fig. 9.3 - Poutre *Vierendeel*.

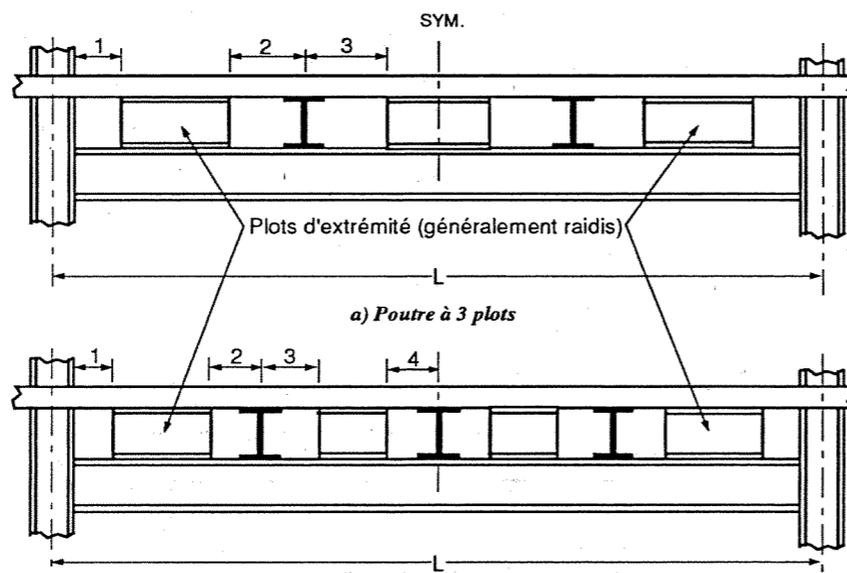
Quelques caractéristiques géométriques des charpentes de planchers alvéolées sont présentées sur la figure 9.3. On note que les nervures du coffrage sont perpendiculaires aux poutres, comme dans les charpentes conven-

tionnelles. Par conséquent, on a la même plage d'espacements des poutres, comme l'indiquent les figures 9.2 et 9.3.

L'élançement des poutres est limité aux valeurs obtenues des équations (9.1) et (9.2). L'élançement des poutres Viereendeel est généralement compris entre les limites suivantes :

$$10 \leq \frac{L}{H} \leq 14 \quad (9.3)$$

La portée des poutres Viereendeel est généralement comprise entre 8 et 15 mètres, le plus souvent entre 11 et 14 mètres. Les dimensions des ouvertures par rapport à la portée, données sur la figure 9.4, ont été obtenues de la référence [9.1]. À noter, sur la figure 9.4, l'arrangement symétrique des poutres, des plots et des ouvertures constituant la poutre Viereendeel. Comme la charge provient des poutres, la poutre Viereendeel est donc chargée symétriquement.



Ouverture numéro	Grandeur de l'ouverture	
	(3 plots)	(4 plots)
1	*	*
2	0,075L à 0,085L	0,06L à 0,07L
3	0,095L	0,08L
4	-	0,08L

* Selon la longueur requise pour les plots d'extrémité

(source: référence [9.1])

Fig. 9.4 - Arrangement géométrique des poutres Viereendeel.

9.1.3 Modes de construction des planchers mixtes

La sollicitation imposée à une section mixte dépend du mode de construction du plancher. Si, pendant la construction, les poutres d'acier sont étayées, c'est-à-dire supportées par des étais temporaires rapprochés, et si ces étais sont enlevés lorsque le béton a atteint au moins 75 % de sa résistance en compression à 28 jours ($0,75 f_c'$), la section mixte résiste à toutes les charges, soit le poids du coffrage et de la dalle de béton, les charges permanentes additionnelles (finition de plancher, maçonneries, revêtements...) et les surcharges. Dans ce cas, l'influence du fluage du béton sur les déformations est plus importante parce que le béton est sollicité par toute la charge permanente. Ce point est discuté à la section 9.10.

Si le plancher n'est pas étayé pendant la construction, la section d'acier supporte seule toutes les charges permanentes agissant avant le développement de l'action composite, et la section mixte ne supporte que les charges permanentes additionnelles et les surcharges. Dans ce cas, il faut s'assurer que la résistance pondérée en flexion de la section d'acier seule est égale ou supérieure au moment fléchissant maximal produit par les charges pondérées agissant avant le développement de l'action composite ($M_r \geq M_p$).

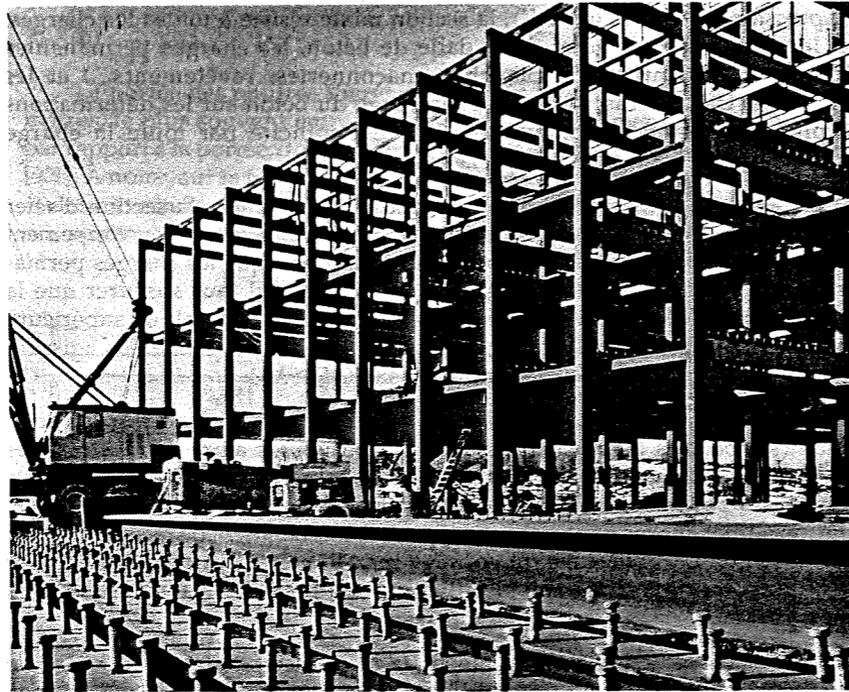
En général, durant l'installation du coffrage métallique, les poutres d'acier ne sont supportées latéralement qu'à leurs extrémités alors que les poutres principales sont supportées latéralement à leurs extrémités et aux points d'appui des poutres. Après l'installation du coffrage, durant la coulée de la dalle, on admet que les poutres sont supportées latéralement de façon continue, à condition que les nervures du coffrage métallique soient perpendiculaires aux poutres, que le coffrage soit bien fixé aux poutres et qu'il ait une rigidité en plan suffisante.

Pour la construction sans étaieement, la résistance pondérée en flexion de la section d'acier (M_r) sera donc différente durant l'installation du coffrage métallique et durant la coulée de la dalle. Dans le calcul de M_r , il faut tenir compte des charges de construction présentes à ces deux étapes de la construction. Dans la référence [9.1], on suggère quelques valeurs des charges de construction à considérer lors de la vérification de la résistance de la section d'acier.

Les planchers mixtes conventionnels peuvent être construits avec ou sans étaieement. Les poutres des charpentes de planchers mixtes alvéolées, si elles sont composites, peuvent être étayées ou non lors de la coulée de la dalle de béton. Par contre, les poutres Viereendeel *doivent être étayées*. En effet, la dalle de béton est un élément essentiel des poutres Viereendeel et la capacité de ces poutres n'est suffisante que lorsque le béton de la dalle a atteint au moins 75 % de sa résistance en compression à 28 jours.

Il a été démontré expérimentalement que le mode de construction n'a aucune influence sur la résistance ultime en flexion de la section mixte (M_{uc}). Toutefois, si les poutres ne sont pas étayées lors du bétonnage de la dalle, deux vérifications supplémentaires sont essentielles. La première vérification, qui concerne la résistance de la section d'acier, a été expliquée précédemment. Il faut de plus vérifier que les charges d'utilisation ne produisent pas de

déformations permanentes. Pour satisfaire cet état limite d'utilisation, il suffit de limiter les contraintes produites dans la section d'acier par les charges d'utilisation.



On utilise habituellement des goujons dans les poutres mixtes

Pour faire cette deuxième vérification, il s'agit d'additionner les contraintes dans l'aile en traction de la poutre d'acier, produite par les charges d'utilisation agissant avant l'action composite, à celles produites par les charges d'utilisation agissant sur la section mixte. Selon la référence [9.2], la contrainte résultante ne doit pas dépasser 90 % de la limite élastique de l'acier. L'équation (9.4) est l'expression mathématique de cette règle :

$$\sigma = \frac{M_s}{S_s} + \frac{M_c}{S_e} \leq 0,90 F_y \quad (9.4)$$

Dans cette équation, M_s est le moment maximal produit par les charges d'utilisation agissant avant le développement de l'action composite, M_c est le moment maximal produit par les charges d'utilisation agissant sur la section mixte, S_s est le module élastique de la section d'acier et S_e est le module élastique efficace de la section mixte, relatif aux fibres extrêmes en traction (voir la sous-section 9.10.2 pour le calcul de S_e).

Même si le mode de construction n'a aucune influence sur la résistance ultime de la section mixte, il a une grande influence sur les déformations du plancher. La question de savoir si on doit ou non étayer les poutres, pendant la construction des dalles, est discutée dans la référence [9.1]. Les auteurs concluent que, même si la profondeur et le poids des poutres sont plus faibles lorsque les poutres sont étayées, il est plus avantageux de ne pas étayer les poutres tant du point de vue construction que du point de vue comportement des planchers (vibration et fissuration).

L'exemple 9.8 de la section 9.11 illustre l'influence du mode de construction sur les déformations de même que les deux vérifications supplémentaires à faire lorsque les poutres ne sont pas étayées. Dans cet exemple, on vérifie également les vibrations du plancher et on note que, plus l'inertie des poutres mixtes est grande, meilleur est le comportement du plancher. Il est donc avantageux de ne pas étayer les poutres pendant la construction puisque les poutres sont alors plus profondes. En ce qui concerne l'avantage de ne pas étayer du point de vue fissuration de la dalle, ce point est discuté à la sous-section 9.2.3.

9.1.4 Action composite totale ou partielle

Sauf pour les poutres Vierendeel des charpentes de planchers alvéolées, toutes les autres poutres mixtes peuvent être dimensionnées pour une action composite totale ou partielle. L'action composite est dite totale si le pourcentage de connexion dalle-poutre est égal à 100 %, c'est-à-dire que le degré de connexion au cisaillement longitudinal est maximal. Le degré de connexion au cisaillement est dénoté α et, pour une action composite totale, $\alpha = 1,0$.

Dans les poutres mixtes, une connexion complète au cisaillement longitudinal ($\alpha = 1,0$) implique que les effets du glissement de la dalle de béton sur la poutre d'acier sont négligeables et que la résistance ultime de la poutre mixte ne serait pas augmentée par l'addition de connecteurs reliant la dalle à la section d'acier. On a alors une action composite totale.

Lorsque le nombre de connecteurs est inférieur à celui requis pour une connexion complète, on a une action composite partielle, c'est-à-dire une connexion semi-rigide de la dalle de béton sur la section d'acier. Dans ce cas, il y a un certain glissement de la dalle de béton sur la poutre d'acier.

Selon la référence [9.2], dans le calcul de la résistance pondérée en flexion d'une poutre mixte, on peut admettre que la dalle participe à la résistance, seulement si le degré de connexion au cisaillement (α) est égal ou supérieur à 0,4, ce qui signifie que le nombre de connecteurs doit être au moins égal à 40 % du nombre requis pour une action composite totale. Dans le contraire, le glissement entre la dalle de béton et la section d'acier est trop important pour qu'on puisse admettre une action composite, à l'état limite ultime.

Tel que démontré à la section 9.6 (exemples 9.3 et 9.4), en réduisant le nombre de connecteurs de 50 %, la résistance pondérée en flexion de la poutre mixte n'est réduite que de 10 à 20 % à cause du réarrangement des forces

internes. Il est donc souvent plus économique d'avoir une action composite partielle surtout lorsque les poutres ne sont pas étayées et que le choix de la section d'acier est gouverné par les charges supportées avant l'action composite.

Les forces à considérer, pour le calcul du nombre de connecteurs reliant la dalle de béton à la section d'acier, sont définies à la sous-section 9.3.4 pour une connexion totale ou partielle.

9.2 CARACTÉRISTIQUES DE LA DALLE DE BÉTON

La dalle en béton armé est un élément structural important des charpentes de planchers mixtes. Le dimensionnement commence par le choix de l'épaisseur de la dalle de béton et de la tôle nervurée. L'épaisseur de la dalle à considérer dans les calculs, appelée *épaisseur efficace*, dépend des caractéristiques géométriques des tôles nervurées et, dans certains cas, de l'orientation de la poutre d'acier par rapport aux nervures.

9.2.1 Épaisseur efficace de la dalle

Que la poutre soit parallèle ou perpendiculaire aux nervures, l'épaisseur efficace de la dalle, dénotée t , est égale à l'épaisseur totale de béton ($t = t_c + h_d$), si les conditions géométriques définies sur la figure 9.5 sont satisfaites. Dans ce cas, la dalle de béton est dite pleine. La dalle de béton est également considérée comme pleine si le coffrage est plat (dalle non nervurée, $h_d = 0$). Les dalles de ponts sont généralement pleines, c'est-à-dire coulées sur des coffrages qui satisfont les limites indiquées sur la figure 9.5, ou sur des coffrages plats.

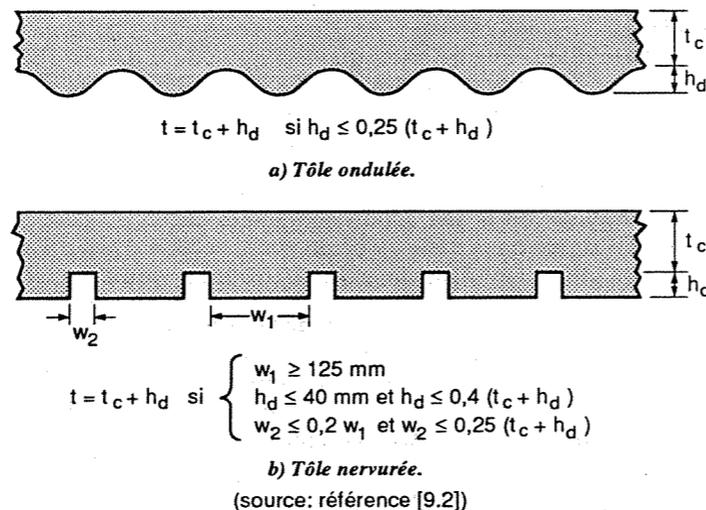


Fig. 9.5 - Épaisseur efficace = épaisseur totale.

Pour les planchers de bâtiments, on utilise des coffrages à nervures larges ($w_d \geq 2 h_d$; figure 9.6), dont la hauteur (h_d) est égale à 38 ou 75 mm. L'épaisseur de béton au-dessus des nervures du coffrage (t_c) est égale à 65, 75 ou 85 mm, et on utilise généralement du béton de densité normale (2300 kg/m^3), ayant une résistance à la compression (f'_c) de 20 ou 25 MPa. Dans certains cas, il peut être économique d'utiliser du béton léger (1850 kg/m^3).

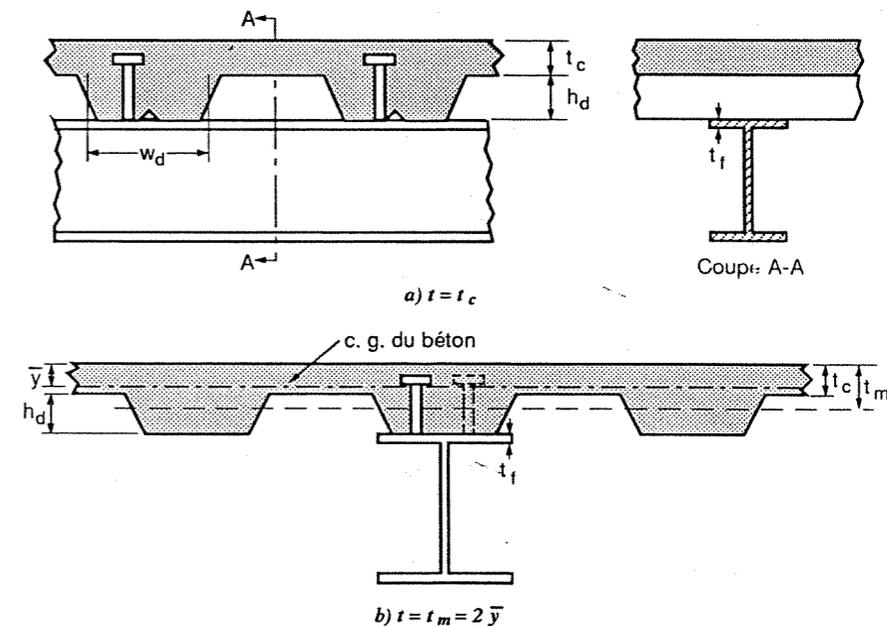


Fig. 9.6 - Épaisseur efficace de la dalle.

En général, les coffrages à nervures larges utilisés pour les planchers de bâtiments ne satisfont pas les limites géométriques indiquées sur la figure 9.5b. Par conséquent, l'épaisseur efficace de la dalle est égale à l'épaisseur de béton au-dessus des nervures du coffrage ($t = t_c$), lorsque les nervures sont perpendiculaires à la poutre d'acier (figure 9.6a). Lorsque les nervures sont parallèles à la poutre, l'épaisseur efficace est égale à l'épaisseur moyenne de béton ($t = t_m$; figure 9.6b).

Pour calculer l'épaisseur moyenne de béton, il faut connaître les dimensions des nervures et des interstices entre les nervures. Il est alors possible de déterminer la position du centre de gravité de la section de béton par rapport aux fibres supérieures (\bar{y}), ce qui donne $t_m = 2 \bar{y}$.

9.2.2 Largeur efficace de la dalle

Les poutres d'acier supportant un plancher sont espacées les unes des autres. Sur les figures 9.2 et 9.3, cet espacement est défini par le paramètre e , pour les poutres. D'autre part, l'espacement des poutres principales est égal à la portée des poutres (paramètre L , sur la figure 9.2).

La largeur efficace de la dalle en béton d'une poutre mixte n'est pas nécessairement égale à l'espacement des poutres d'acier. En effet, il faut tenir compte des effets du traînage de cisaillement qui sont de diminuer les contraintes de flexion dans les zones de la dalle éloignées de la jonction aile-dalle. Cet effet est illustré sur la figure 9.7. Lorsque l'espacement des poutres d'acier est grand, la dalle ne participe pas de façon uniforme à la flexion de la poutre mixte. Cet effet est pris en compte en considérant dans les calculs une largeur efficace de la dalle, dénotée b_e . Sur cette largeur, on peut admettre que les contraintes normales de flexion sont uniformes, tel qu'indiqué sur la figure 9.7.

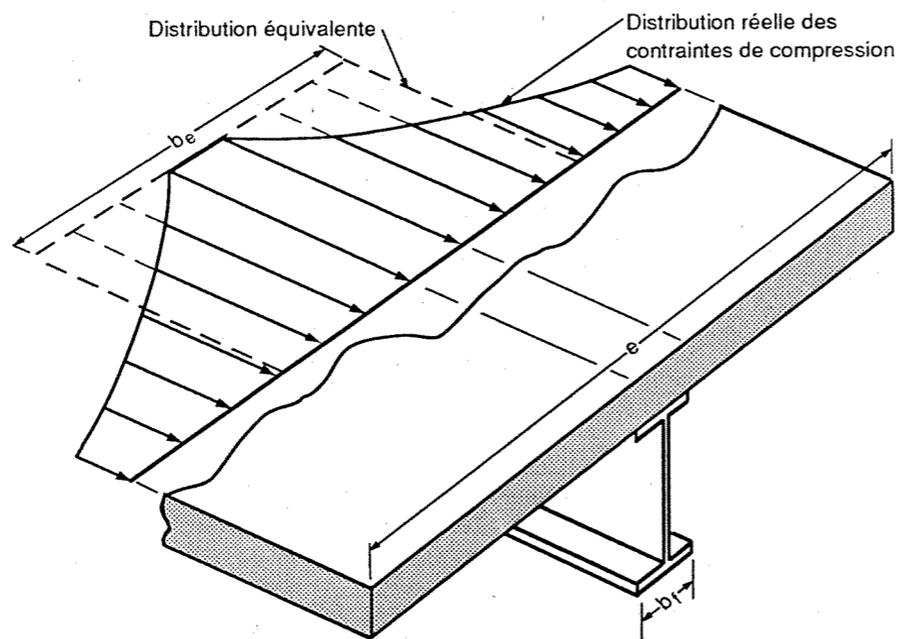


Fig. 9.7 - Définition de la largeur efficace.

Les résultats d'études paramétriques par éléments finis, tenant compte de la continuité de la dalle sur les bords longitudinaux (référence [9.3]), et les résultats d'études expérimentales, rapportées dans la référence [9.4], ont permis d'énoncer les conclusions suivantes, concernant la largeur efficace de la dalle de béton.

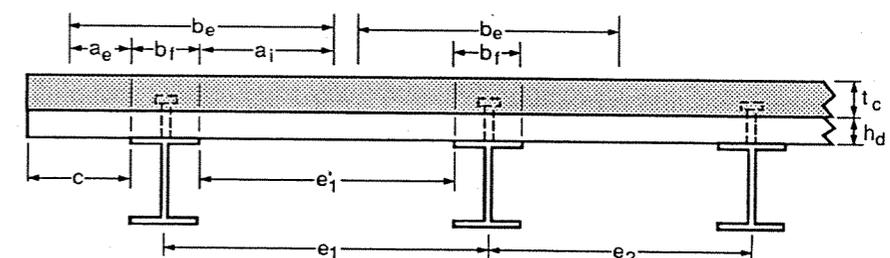
- La largeur efficace (b_e) varie le long de la poutre mixte et cette variation dépend du rapport L/e , où L est la portée de la poutre mixte. Plus ce rapport est grand, moins grande est la variation de b_e . Autrement dit, la largeur efficace devient uniforme le long de la poutre, quand le rapport L/e augmente. On suggère $L/e \geq 4$, ou $b_e \leq L/4$ si le rapport est inférieur à 4.

- La largeur efficace dépend du type de chargement, charge uniforme ou charges concentrées; elle est plus faible au droit des charges concentrées. Toutefois, cet effet du type de chargement est moins évident si les charges concentrées sont dues aux réactions transmises par des poutres, comme c'est le cas pour les poutres principales mixtes des charpentes de planchers conventionnelles ou les poutres Vierendeel des charpentes alvéolées.

- Pour les poutres mixtes intérieures, la largeur de l'aile de la section d'acier (b_f) n'a pas d'influence significative sur la largeur efficace de la dalle de béton.

- La largeur efficace à l'état limite ultime est légèrement supérieure à celle correspondant à l'état limite d'utilisation (comportement élastique).

- La largeur efficace est moins grande pour une section composite partielle, puisqu'on a observé une rigidité flexionnelle moins grande, ce qui signifie une participation moindre de la dalle. Dans le calcul des flèches sous les charges d'utilisation, l'effet du degré de connexion au cisaillement est pris en compte directement (section 9.10). À l'état limite ultime, il est également pris en compte puisque la résistance est basée sur la capacité des connecteurs plutôt que sur celle de la dalle (section 9.6).



Poutre intérieure: la plus petite des valeurs suivantes:

$$b_e \leq 0,25 L$$

$$b_e \leq 0,5 (e_1 + e_2)$$

Poutre extérieure: $b_e = b_f + a_e + a_i$

$$a_e \leq 0,10 L \quad a_i \leq 0,10 L$$

$$a_e \leq c \quad a_i \leq 0,5 e_1$$

Note: L = portée de la poutre mixte, centre à centre des appuis.

Fig. 9.8 - Largeur efficace de la dalle selon la référence [9.2].

Les recommandations de la référence [9.2], concernant la largeur efficace de la dalle (b_e), sont résumées sur la figure 9.8. Même si on a illustré une dalle nervurée sur cette figure, les limites indiquées s'appliquent également aux dalles pleines.

9.2.3 Armature de la dalle

Il convient d'abord de noter que la dalle contient toujours un minimum d'armature, généralement placée au centre de l'épaisseur, pour les effets de température et pour le retrait du béton (voir la figure 1.14). On utilise généralement des *treillis de fils d'acier à mailles soudées*. Ces treillis d'armature sont constitués de fils lisses ou crénelés, disposés suivant deux directions orthogonales, avec espacement régulier dans chacune des directions (quadrillage d'armatures soudées; welded wire mesh). Dans certaines zones des poutres mixtes, l'armature minimale de retrait n'est pas toujours suffisante. Il faut alors ajouter localement des barres d'armature, généralement des barres 15M.

La dalle est souvent coulée de façon continue de sorte qu'aux appuis, même si la poutre d'acier est simplement appuyée, il y a des moments de flexion négatifs dans la dalle et la face supérieure tend à se fissurer perpendiculairement à la poutre. On a donc besoin d'armature *parallèle* à la poutre mixte dans le haut de la dalle près des appuis. Dans ces zones de moments négatifs, il est recommandé de soulever le treillis d'armature de retrait de manière à ce qu'il soit plus près de la surface supérieure de la dalle. Selon la référence [9.2], en plus de l'armature minimale de retrait, il faut ajouter au moins deux barres 15M, parallèles à la poutre.

Au sujet des moments de flexion négatifs dans la dalle de béton, il est important de souligner qu'il est préférable de ne pas étayer les poutres pendant la coulée de la dalle. En effet, si les poutres ne sont pas étayées, les rotations aux appuis, dues aux charges agissant avant l'action composite, se produisent sans induire de moments négatifs dans la dalle.

Une autre forme de fissuration qu'il faut bien contrôler, c'est la fissuration parallèle à l'axe longitudinal de la poutre mixte. Des fissurations parallèles peuvent se produire au-dessus des poutres, parce que la dalle est portante transversalement à la poutre et qu'il se développe un moment de flexion négatif, et aussi à cause de la transmission du cisaillement longitudinal par les connecteurs qui butent contre le béton. Cette fissuration, parallèle aux poutres et localisée vis-à-vis la poutre d'acier, peut conduire à une perte importante de l'action composite, parce que le béton autour des connecteurs de cisaillement est moins efficace. On a donc besoin d'armatures transversales, c'est-à-dire *perpendiculaires* à la poutre mixte.

Selon la référence [9.2], lorsque les nervures du coffrage sont parallèles à la poutre, la quantité minimale d'armature, perpendiculaire à la poutre et distribuée de façon uniforme le long de la poutre, est égale à $0,001 t_c L$, où L est la portée de la poutre. Le produit $t_c L$ représente la surface de béton définie par une coupe longitudinale, c'est-à-dire parallèle à la poutre (figure 9.9a). Cette quantité d'armature s'applique également aux dalles pleines pour lesquelles il

faut remplacer t_c par l'épaisseur totale de la dalle. Lorsque les nervures du coffrage sont perpendiculaires à la poutre, la quantité minimale d'armature transversale est égale à $0,001 t_c L$ (figure 9.9b).

Les quantités d'armatures parallèles et perpendiculaires à la poutre mixte définies précédemment sont généralement suffisantes pour les charpentes de planchers mixtes conventionnelles, particulièrement lorsque la charpente n'est pas étayée lors de la coulée de la dalle. Toutefois, ces quantités sont insuffisantes pour les poutres Vierendeel des charpentes de planchers mixtes alvéolées. Tel qu'expliqué à la sous-section 9.1.3, ces poutres doivent être étayées lors du bétonnage de la dalle.

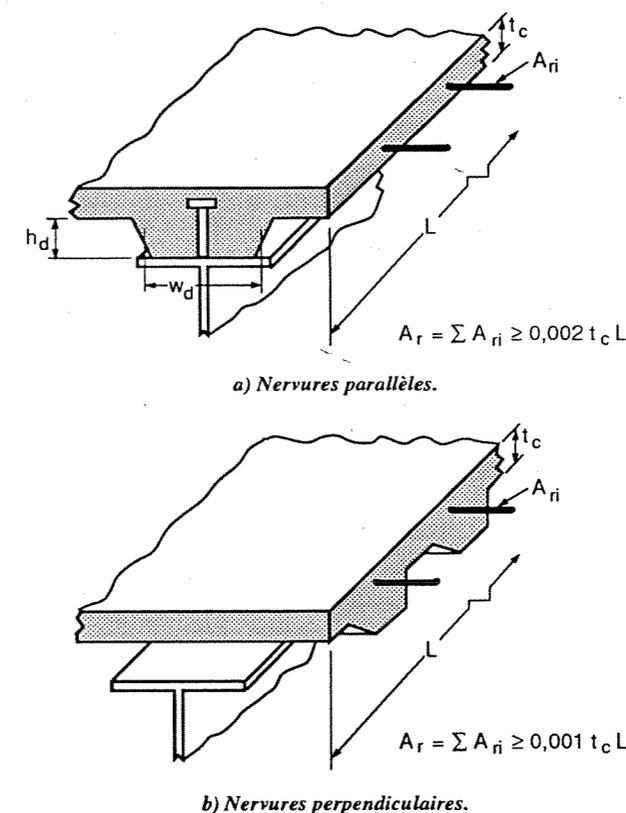


Fig. 9.9 - Armature transversale minimale.

Le lecteur trouvera dans les références [9.1] et [9.5] des schémas illustrant la disposition des armatures longitudinales et transversales au droit des poutres Vierendeel.

9.3 LIAISON DALLE DE BÉTON-POUTRE D'ACIER

Comme le montre la figure 9.10, il existe plusieurs types de connecteurs capables d'assurer une liaison efficace entre la dalle de béton et la poutre d'acier. Cette liaison doit empêcher non seulement le glissement horizontal relatif des deux éléments structuraux, mais aussi leur séparation verticale, d'où la nécessité des têtes de goujons. En effet, quand une poutre mixte fléchit sous les charges, la courbure produit des forces radiales auxquelles les connecteurs doivent résister pour empêcher le soulèvement de la dalle, c'est-à-dire sa séparation de la poutre d'acier.

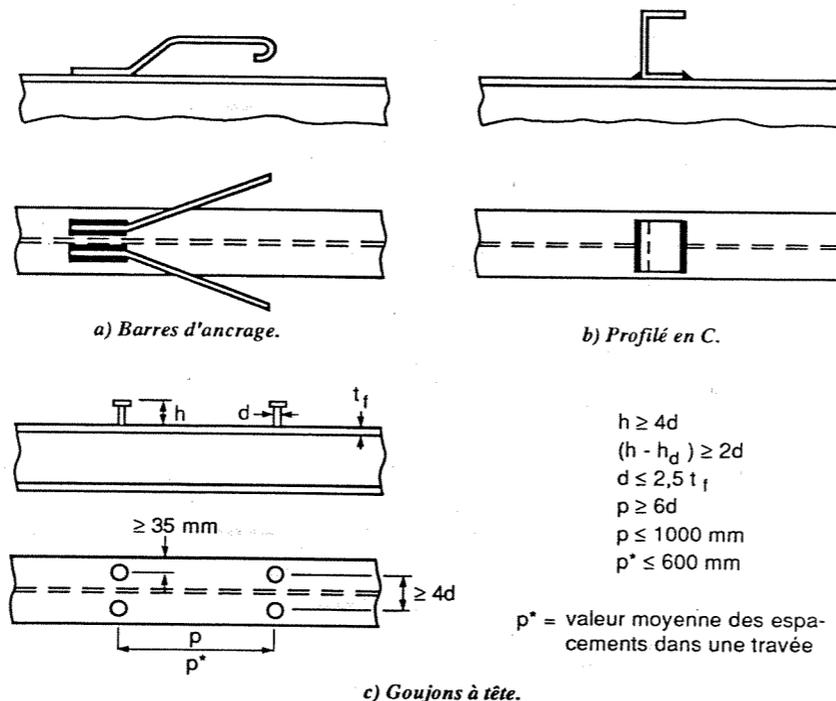


Fig. 9.10 - Connecteurs de cisaillement et règles de détails concernant les goujons.

De nos jours, les goujons à tête sont les connecteurs les plus utilisés, surtout à cause de la rapidité de la pose réalisée à l'aide d'un pistolet de soudage. Ils peuvent être soudés sur la poutre d'acier au travers de deux tôles, à condition que l'épaisseur de chaque tôle ne dépasse pas 1,7 mm, incluant les couches de revêtement. Le diamètre des goujons (d) varie de 6 à 22 mm. Pour les planchers mixtes, le diamètre le plus couramment utilisé est 19 mm (trois-quarts de pouce dans le système d'unités impériales). Dans le texte qui suit, seule la résistance au cisaillement de ce type de connecteurs sera considérée.

9.3.1 Résistance des goujons : dalle pleine

La résistance au cisaillement d'un goujon (q_r) est basée sur la résistance à l'écrasement du béton autour du goujon mais elle ne doit pas dépasser la résistance en traction du goujon. Lorsque ce sont les goujons qui cèdent, les essais ont montré qu'à la rupture ils sont fortement pliés par la pression exercée par la dalle. Par conséquent, même si les goujons travaillent surtout en cisaillement sous les charges d'utilisation, à la rupture ils travaillent en traction et leur résistance est basée sur la contrainte minimale de rupture en traction de l'acier du goujon (F_u), généralement égale à 415 MPa.

L'équation la plus connue pour le calcul de la résistance au cisaillement d'un goujon est celle d'un goujon noyé dans une dalle pleine (q_{rs}). Si la hauteur du goujon est égale ou supérieure à quatre fois son diamètre ($h/d \geq 4$), cette résistance, en newtons, est donnée par⁹² :

$$q_{rs} = 0,5 \phi_{sc} A_{sc} \sqrt{f'_c E_c} \leq \phi_{sc} A_{sc} F_u \quad (9.5)$$

Dans cette équation, A_{sc} représente l'aire de la section du goujon ($\pi d^2/4$, mm^2), f'_c la résistance en compression du béton à 28 jours (MPa), et E_c le module élastique du béton (MPa). Il convient de noter que le coefficient de tenue ϕ_{sc} est égal à 0,80.

Le module d'élasticité du béton à utiliser dans l'équation (9.5) est donné par l'équation suivante, où w_c est la masse volumique du béton en kg/m^3 ($1850 \leq w_c \leq 2500 \text{ kg}/\text{m}^3$) :

$$E_c = 0,043 w_c^{1,5} \sqrt{f'_c} \quad (9.6)$$

Pour donner un ordre de grandeur, un goujon de 19 mm, noyé dans une dalle pleine en béton de densité normale ($2300 \text{ kg}/\text{m}^3$, $f'_c = 20 \text{ MPa}$, $E_c = 21\,210 \text{ MPa}$), a une résistance au cisaillement égale à : $q_{rs} = 73\,865 \text{ N}$. Si le béton a une résistance de 30 MPa, la résistance est alors contrôlée par la capacité du goujon plutôt que celle du béton : $q_{rs} = 0,80 \times 283,5 \times 415 = 94\,120 \text{ N}$. Il est donc inutile d'avoir un béton plus résistant.

9.3.2 Résistance des goujons : dalle nervurée avec nervures parallèles à la poutre

La résistance pondérée au cisaillement d'un goujon placé dans une nervure parallèle à la poutre (q_{rr}) est égale à celle d'un goujon noyé dans une dalle pleine ($q_{rr} = q_{rs}$) si trois conditions sont satisfaites.

La première de ces conditions est la condition de validité de l'équation (9.5), soit $h \geq 4d$. La deuxième condition est la suivante : la hauteur du goujon doit être au moins égale à la hauteur de la nervure plus deux fois le diamètre du goujon ($h \geq h_d + 2d$ ou $h - h_d \geq 2d$). La troisième condition s'énonce ainsi : la largeur moyenne de la nervure doit être au moins égale à 1,5 fois sa hauteur ($w_d \geq 1,5 h_d$; voir la notation sur la figure 9.9a).

Si la troisième condition n'est pas satisfaite, soit $w_d < 1,5 h_d$, on introduit un facteur de correction dans l'équation (9.5). On obtient alors^{9.2} :

$$q_{rr} = \left[0,6 \left(\frac{w_d}{h_d} \right) \left(\frac{h}{h_d} - 1 \right) \right] q_{rs} \leq q_{rs} \quad (9.7)$$

En général, les profils de tôles nervurées, existant sur le marché et utilisés pour les planchers mixtes, sont tels que $w_d \geq 1,5d$; par conséquent, $q_{rr} = q_{rs}$ si les deux autres conditions sont satisfaites.

9.3.3 Résistance des goujons : dalle nervurée avec nervures perpendiculaires à la poutre

La résistance pondérée au cisaillement d'un goujon placé dans une nervure perpendiculaire à la poutre est également dénotée q_{rr} . Dans ce cas, le calcul est plus difficile car il faut évaluer la surface de rupture du béton dont les dimensions varient selon la géométrie du coffrage nervuré (w_d et h_d) et la hauteur du goujon (h).

Les équations proposées dans la référence [9.2] résultent des essais expérimentaux présentés dans la référence [9.6]. Elles sont valides si $h \geq 4d$ et $h \geq h_d + 2d$. Ces équations sont :

$$q_{rr} = 0,35 \phi_{sc} \rho A_p \sqrt{f'_c} \leq q_{rs} \quad (\text{si } h_d = 75 \text{ mm}) \quad (9.8)$$

$$q_{rr} = 0,61 \phi_{sc} \rho A_p \sqrt{f'_c} \leq q_{rs} \quad (\text{si } h_d = 38 \text{ mm}) \quad (9.9)$$

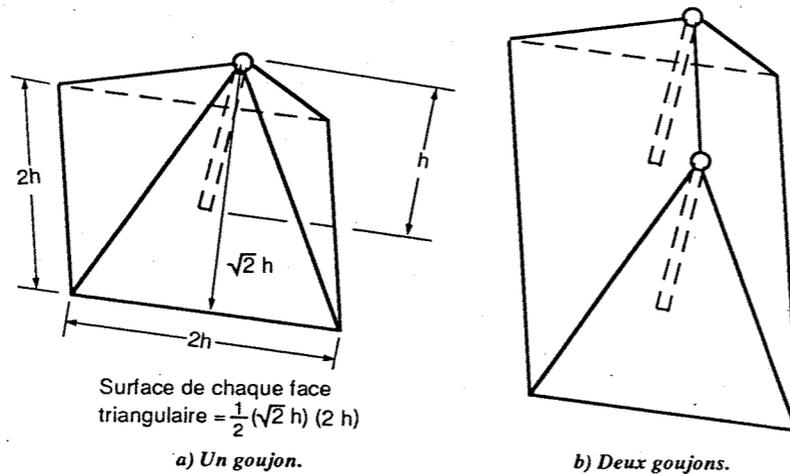


Fig. 9.11 - Surfaces de rupture du béton.

Dans ces équations, ρ est un paramètre qui tient compte de la densité du béton : $\rho = 1,0$ pour du béton de densité normale, et $\rho = 0,85$ pour du béton léger. Le paramètre A_p est celui qui est difficile à évaluer. On peut le définir comme étant l'aire des surfaces de rupture du béton. Lorsqu'il n'y a qu'un seul goujon dans la nervure, cette aire comprend quatre faces triangulaires inclinées de 45 degrés (figure 9.11a). Le sommet de la pyramide est au centre de la tête du goujon. Lorsqu'il y a deux goujons dans la nervure, la surface de rupture comprend deux faces triangulaires et deux faces trapézoïdales (figure 9.11b). Toutes les faces sont inclinées de 45 degrés par rapport à l'axe des goujons.

Dans le calcul de la surface A_p , il faut tenir compte de l'intersection de la surface de rupture avec les parois du coffrage (lignes ad et bc sur la figure 9.12b). Il faut aussi tenir compte de la présence d'un bord libre près du goujon. Dans ce cas, la surface de rupture croise le bord libre de la dalle. Par exemple, si le paramètre c est égal à zéro sur la figure 9.8, le bord de la dalle coïncide avec le bord de l'aile de la section d'acier. Dans ce cas, contrairement à ce qui est indiqué sur la figure 9.12, la surface de rupture ne peut pas déborder l'aile de la section d'acier, du côté extérieur; l'une ou l'autre des lignes ab et cd sur la figure 9.12c coïnciderait avec le bord de l'aile.

Comme exemple de calcul, nous allons considérer la pyramide simplifiée de la figure 9.12c et supposer que le goujon a 19 mm de diamètre. La géométrie de la nervure est donnée sur la figure 9.12a. Les quatre faces triangulaires de la pyramide de rupture ont les surfaces suivantes (se référer aux figures 9.11a et 9.12c) :

- surface de la face ebce = $\frac{1}{2} (\sqrt{2} h) (2 h)$
- surface de chacune des faces eabe et ecde = $\frac{1}{2} (\sqrt{2} h) (h) + \frac{1}{2} (\sqrt{2} h) \left(\frac{w_d}{4} \right)$
- surface de la face eade $\approx \frac{1}{2} \left(\sqrt{2} \frac{w_d}{4} \right) (2 h)$

$$\text{Surface totale} = A_p = 2\sqrt{2} h^2 + \frac{1}{2} \sqrt{2} h w_d$$

$$A_p = 2\sqrt{2} (115)^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} (115)(180) = 52\,043 \text{ mm}^2$$

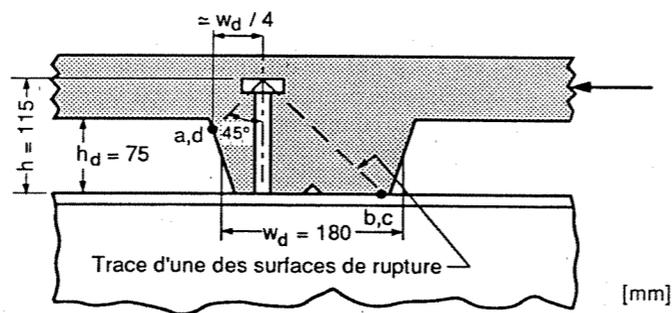
Pour du béton de densité normale ayant 20 MPa de résistance nominale, l'équation (9.8) donne :

$$q_{rr} = 0,35 \times 0,80 \times 1,0 \times 52\,043 \times \sqrt{20}$$

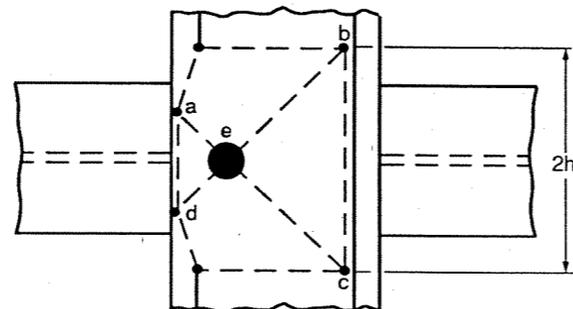
$$q_{rr} = 65\,168 \text{ N} < q_{rs} = 73\,865 \text{ N}$$

Si $f'_c = 30 \text{ MPa}$, on obtient :

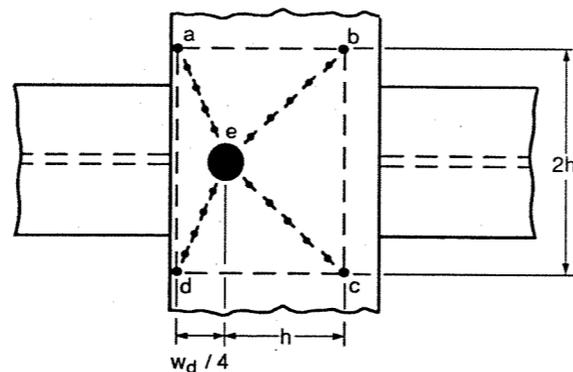
$$q_{rr} = 79\,814 \text{ N} < q_{rs} = 94\,120 \text{ N}$$



a) Élévation.



b) Vue en plan: pyramide idéalisée (référence [9.6]).



c) Vue en plan: pyramide simplifiée.

Note: Que le goujon soit vis-à-vis l'âme ou non, on a les mêmes surfaces de rupture.

Fig. 9.12 - Bloc pyramidal de rupture.

Les valeurs $q_{rs} = 73\ 865\ \text{N}$ et $q_{rs} = 94\ 120\ \text{N}$ ont été calculées précédemment (sous-section 9.3.1). Le lecteur trouvera dans la référence [9.7] des tableaux donnant les valeurs de A_p pour diverses géométries de coffrages et pour un ou

deux goujons noyés dans une nervure perpendiculaire à la poutre. Le cas d'un goujon près d'un bord libre est également considéré dans ces tableaux.

9.3.4 Nombre de goujons et espacement

Dans les équations qui suivent, V_h représente l'effort tranchant horizontal à la jonction dalle-poutre, entre la section où le moment fléchissant est maximal et la section adjacente où le moment est nul. Pour une action composite totale, le nombre de connecteurs requis entre ces deux sections est donné par :

$$n \geq \frac{V_h}{q_r} \tag{9.10}$$

$$Q_r = n q_r \geq V_h \tag{9.11}$$

Dans ces équations, q_r est égal à q_{rs} ou q_{rr} selon le type de dalle (pleine ou nervurée). Tel que démontré plus loin, pour une action composite totale, la valeur de V_h est donnée par l'une ou l'autre des équations suivantes.

Si l'axe neutre plastique est dans la dalle de béton :

$$V_h = \phi A_s F_y \tag{9.12}$$

Si l'axe neutre plastique est situé dans la section d'acier :

$$V_h = 0,85 \phi_c b_e t f'_c \tag{9.13}$$

Dans ces équations, A_s représente l'aire de la section d'acier, F_y la limite élastique de l'acier, b_e la largeur efficace de la dalle (figure 9.8), et t l'épaisseur efficace de la dalle (figures 9.5 et 9.6). De plus, $\phi = 0,9$ et $\phi_c = 0,60$.

Pour une action composite partielle, la valeur de n est égale à une fraction de la valeur obtenue de l'équation (9.10), de sorte que l'équation (9.11) n'est pas satisfaite ($Q_r = n q_r < V_h$). Cette fraction correspond au degré de connexion au cisaillement (α). Les exemples 9.1 à 9.4 illustrent l'utilisation de l'équation (9.10) pour une connexion au cisaillement totale ou partielle.

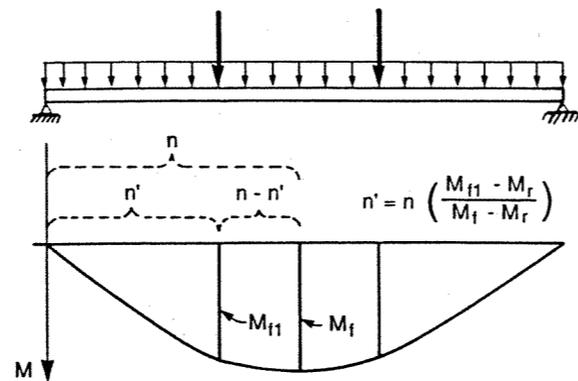
Pour une poutre mixte simplement appuyée, soumise à une charge répartie uniforme, n représente le nombre de connecteurs entre le centre de la poutre et un appui. Le nombre total de connecteurs est égal à $2n$. Dans ce cas, les goujons peuvent être espacés uniformément sur toute la longueur de la poutre et l'espacement ne doit pas dépasser 600 mm, tel qu'indiqué sur la figure 9.10c.

Quand les nervures du coffrage sont perpendiculaires à la poutre (figure 9.6a), on ne peut évidemment placer les goujons que dans les nervures, soit un ou deux goujons par nervure. S'il y a plus de nervures que le nombre de goujons requis, l'espacement des goujons peut ne pas être uniforme (exemple : une séquence de deux nervures avec un goujon et d'une nervure sans goujon). Dans ce cas, l'espacement moyen ne doit pas dépasser 600 mm, tel qu'indiqué sur la figure 9.10c.

Des essais ont montré que, pour un chargement statique, la résistance ultime des poutres mixtes, avec connecteurs espacés uniformément entre la section où le moment fléchissant est maximal et la section adjacente où le

moment est nul, est identique à celle des poutres mixtes avec connecteurs espacés selon l'intensité du cisaillement longitudinal. Cette conclusion est valide lorsque les connecteurs ont un comportement ductile permettant une redistribution du cisaillement longitudinal (adaptation plastique). Lorsque les connecteurs les plus sollicités se plastifient, l'effort tranchant horizontal se redistribue sur les connecteurs moins sollicités.

On peut donc espacer uniformément les goujons entre la section où le moment fléchissant est maximal et la section où le moment est nul, sauf s'il y a des charges concentrées sur la poutre. À cause du changement brusque dans l'effort tranchant vis-à-vis les charges concentrées, l'arrangement des connecteurs doit être modifié. Le moment fléchissant sous les charges concentrées est généralement presque aussi grand que le moment maximal, de sorte que, entre la section où le moment est maximal et la charge concentrée, il n'y a presque pas de cisaillement longitudinal et peu de connecteurs sont requis dans cette zone. On concentre donc les connecteurs entre la charge concentrée et la section adjacente où le moment est nul, tel qu'illustré sur la figure 9.13. On note sur cette figure que, si le moment fléchissant était constant entre les deux charges concentrées, tous les connecteurs seraient placés entre les charges concentrées et les appuis ($n' = n$). Toutefois, du point de vue pratique, même si $n' = n$, on place toujours des connecteurs dans la zone centrale, ne serait-ce que pour éviter la séparation de la dalle et de la poutre. L'espacement des connecteurs dans la zone centrale ne doit pas dépasser 1000 mm.



- n = nombre de connecteurs entre le centre de la poutre et l'appui
- n' = nombre de connecteurs espacés uniformément entre la charge concentrée et l'appui
- M_r = résistance pondérée en flexion de la section d'acier
(= $\phi Z F_y$ pour les sections de classes 1 et 2)

Fig. 9.13 - Effet des charges concentrées sur l'arrangement des connecteurs.

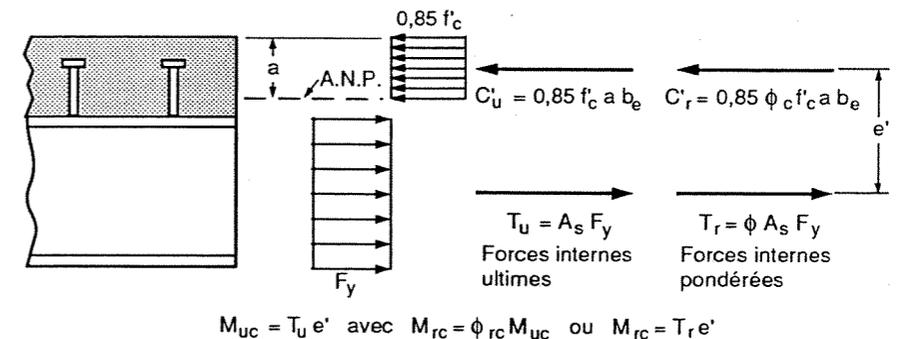
Pour éviter le déchirement de l'aile de la section d'acier par les goujons résistant au glissement, le diamètre des goujons ne doit pas être supérieur à 2,5 fois l'épaisseur de l'aile sur laquelle ils sont soudés, à moins que les goujons ne soient soudés vis-à-vis l'âme. D'autres règles de détails concernant les goujons à tête sont donnés sur la figure 9.10c.

9.4 ÉTAT LIMITE ULTIME DE RÉSISTANCE EN FLEXION

9.4.1 Axe neutre plastique

Dans une poutre mixte, la dalle en béton armé agit comme membrure en compression alors qu'une partie ou toute la section d'acier agit comme membrure en traction selon que l'axe neutre se situe dans la section d'acier ou dans la dalle. La position de l'axe neutre dépend de la capacité de la dalle en compression relativement à la capacité de la section d'acier en traction. Elle dépend aussi de l'état limite considéré.

À l'état limite ultime de résistance en flexion, on considère une distribution plastique des contraintes, si les conditions présentées à la sous-section suivante sont satisfaites. Dans ce cas, la zone en traction et la zone en compression de la section mixte sont soumises à des contraintes uniformes. L'axe neutre plastique sépare la zone tendue de la zone comprimée de manière à ce que les forces internes soient en équilibre. La figure 9.14 illustre la distribution plastique des contraintes pour le cas où l'axe neutre est situé dans la dalle de béton.



Note: L'équilibre des forces internes ultimes ($C'_u = T_u$) et celle des forces internes pondérées ($C'_r = T_r$) donnent des valeurs différentes du paramètre a puisque $\phi_c \neq \phi$.

Fig. 9.14 - Coefficient de tenue de résistance versus coefficients de tenue des matériaux.

À l'état limite d'utilisation (section 9.10), on admet une distribution élastique des contraintes, c'est-à-dire que les contraintes varient linéairement à travers la section. La position de l'axe neutre pour le calcul des flèches est donc

différente de la position de l'axe neutre pour le calcul de la résistance en flexion. De plus, dans le calcul des flèches, il faut tenir compte du mode de construction (avec ou sans étalement), ce qui n'est pas nécessaire dans le calcul de la résistance ultime de la section mixte, puisque cette résistance est indépendante du mode de construction.

Dans une poutre mixte, la poutre d'acier peut être un profilé laminé, une poutre assemblée à âme pleine ou une poutre en treillis. On peut améliorer l'efficacité de la poutre mixte si l'aile en traction de la section d'acier a une plus grande surface que l'aile en compression. Dans ce cas, le plan de chargement (plan yz) est le seul plan de symétrie de la section, c'est-à-dire que la section est symétrique par rapport à l'axe $y-y$ seulement (voir la figure 7.17). Pour les poutres assemblées et les poutres en treillis, il est assez simple de réaliser une section qui n'est pas symétrique par rapport à l'axe $x-x$. Pour les profilés laminés, il suffit d'ajouter une plaque de renforcement sur l'aile en traction.

Selon la référence [9.2], il n'y a qu'une seule restriction concernant la section d'acier. Si la section mixte est constituée d'une poutrelle en treillis comme celle montrée sur la figure 1.15, l'axe neutre à l'état limite ultime doit se situer dans la dalle de béton et l'action composite doit être totale ($\alpha = 1,0$). De plus, la valeur de A_s à utiliser dans les équations (9.19) et (9.21) de la sous-section 9.5.1 est égale à l'aire de la membrure inférieure de la poutrelle seulement. On néglige donc la membrure supérieure.

Enfin, il convient de souligner que, pour les poutres constituées de plusieurs matériaux, il existe deux façons de calculer la résistance pondérée en flexion de la section mixte (figure 9.14). La première méthode consiste à faire l'équilibre des forces internes *ultimes*, à calculer la résistance ultime en flexion de la section mixte (M_{uc}) et à appliquer un coefficient de tenue de résistance pour obtenir la résistance pondérée ($M_{rc} = \phi_{rc} M_{uc}$). Dans la référence [9.8], on présente une étude statistique ayant permis de déterminer ϕ_{rc} .

La deuxième méthode consiste à utiliser des coefficients de tenue pour chaque matériau constituant la section mixte. Dans ce cas, les forces internes d'équilibre sont les forces internes *pondérées*, qui donnent directement la résistance pondérée en flexion de la section mixte, tel qu'illustré sur la figure 9.14 pour le cas où l'axe neutre plastique est situé dans la dalle de béton.

La première méthode présente certains avantages du point de vue pratique. Elle permet de déterminer la résistance ultime en flexion (M_{uc}) alors que la deuxième méthode ne le permet pas. Les forces internes ultimes sont celles qui sollicitent la section à la rupture de la poutre, alors que les forces internes pondérées n'existent pas. Le calcul de la résistance ultime a donc une signification physique plus évidente que le calcul direct de la résistance pondérée. De plus, en calculant M_{uc} , l'influence des divers paramètres n'est pas obscurcie par la présence des coefficients de tenue des matériaux.

Malgré les avantages de la première méthode du point de vue compréhension du phénomène physique, nous présenterons les équations résultant de l'application de la deuxième méthode, basée sur l'emploi de coefficients de tenue pour les matériaux, puisque c'est la méthode proposée dans les références [9.2] et [9.9].

9.4.2 Hypothèses de calcul

Le calcul de la résistance d'une poutre mixte est basé sur les quatre hypothèses suivantes.

- La résistance pondérée à l'effort tranchant est obtenue en considérant uniquement la section d'acier (équations de la sous-section 7.8.1; $V_r \geq V_f$).

- Dans les équations présentées pour le calcul de M_{rc} , on admet que la dalle de béton est coulée sur un coffrage en tôles d'acier nervurées, que les nervures sont perpendiculaires à la poutre, et que l'épaisseur efficace de la dalle est égale à t_c (figure 9.6a). Si les nervures sont parallèles à la poutre, il suffit de remplacer t_c par t_m dans les équations (figure 9.6b). Si les dimensions du coffrage sont telles que les conditions de la figure 9.5 sont satisfaites, il suffit de remplacer, dans les équations, t_c par l'épaisseur totale de la dalle.

- On admet une distribution plastique des contraintes, égales à F_y dans la section d'acier, ce qui signifie que la section est de classe 1 ou 2 pour les cas où l'axe neutre est dans la section d'acier. En effet, dans ces cas, il y a compression, soit dans une portion de l'aile (sous-section 9.5.2), soit dans toute l'aile et une portion de l'âme de la section d'acier (sous-section 9.5.3). Pour admettre une plastification totale en compression avant le voilement, il faut une section de classe 1 ou 2. Si la section n'est pas de classe 1 ou 2, on peut admettre une distribution élasto-plastique des contraintes (section 9.7), sauf si l'axe neutre est dans la dalle de béton. Dans ce dernier cas, toute la section d'acier est en traction et le problème du voilement ne se pose pas.

- On néglige la présence des armatures dans la dalle de béton en compression. Ces armatures peuvent être considérées dans une zone de moments fléchissants négatifs (dalle de béton en traction; section 9.9).

Au sujet de la dernière hypothèse, soulignons qu'il est possible de considérer les armatures comprimées. Il est toutefois fastidieux de déterminer le taux de travail de ces armatures. Il faut, en effet, étudier la compatibilité des contraintes et des déformations unitaires (ϵ) de la section mixte, à l'état limite ultime (les déformations unitaires varient linéairement; hypothèse des sections planes). Selon la position des armatures comprimées relativement à l'axe neutre où $\epsilon = 0$, le taux de travail de ces armatures n'est pas nécessairement égal à la limite élastique de l'armature (F_{yr}). Si les armatures sont près de l'axe neutre, leur taux de travail est faible et certainement inférieur à F_{yr} . Enfin, l'influence des armatures comprimées sur la valeur de M_{rc} est très faible.

9.5 RÉSISTANCE À LA FLEXION : ACTION COMPOSITE TOTALE

Si l'action composite est totale, les connecteurs de cisaillement doivent reprendre l'effort de compression transmis à la dalle de béton. Comme l'indique la figure 9.15, cet effort de compression est maximal à la section de flexion maximale et il est nul à la section où le moment fléchissant est nul.

La plus grande valeur de l'effort de compression que peut prendre la dalle est obtenue lorsque toute l'épaisseur efficace de la dalle est en compression.

$$C'_{r\max} = 0,85 \phi_c b_e t_c f'_c \quad (9.14)$$

La plus grande valeur de l'effort de traction dans la section d'acier est obtenue lorsque toute la surface de cette section, dénotée A_s , est en traction.

$$T_{r\max} = \phi A_s F_y \quad (9.15)$$

La question qu'on doit maintenant se poser est exprimée par l'équation suivante :

$$C'_{r\max} = 0,85 \phi_c b_e t_c f'_c \geq T_{r\max} = \phi A_s F_y \quad (9.16)$$

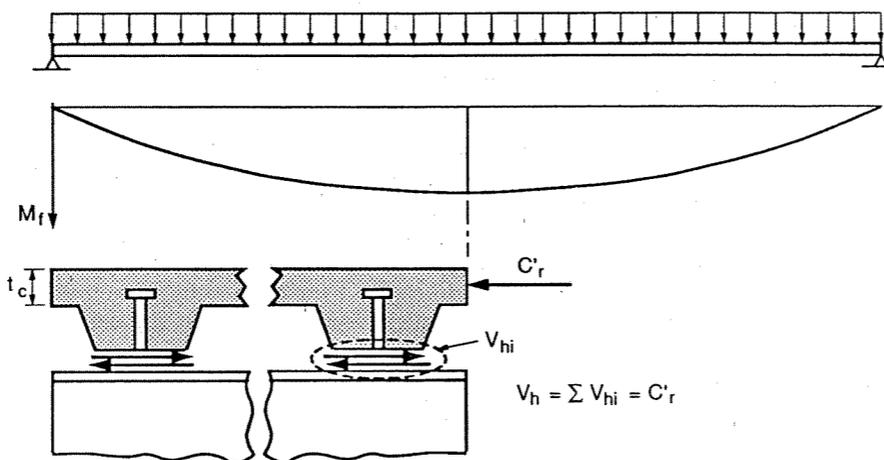


Fig. 9.15 - Effort tranchant horizontal.

9.5.1 Axe neutre dans la dalle de béton

Si la capacité de la dalle en compression est supérieure à celle de la section d'acier en traction ($C'_{r\max} > T_{r\max}$), il faut diminuer la compression dans la dalle de béton pour obtenir l'équilibre des forces internes, de sorte que l'axe neutre plastique se situe dans la dalle de béton ($a < t_c$).

Tel qu'illustré sur la figure 9.16, l'équilibre des forces internes pondérées permet de calculer la position de l'axe neutre ou la profondeur du bloc de compression (a).

$$C'_r = 0,85 \phi_c a b_e f'_c \quad (9.17)$$

$$T_r = T_{r\max} = \phi A_s F_y \quad (9.18)$$

$$C'_r = T_r$$

$$a = \frac{\phi A_s F_y}{0,85 \phi_c b_e f'_c} < t_c \quad (9.19)$$

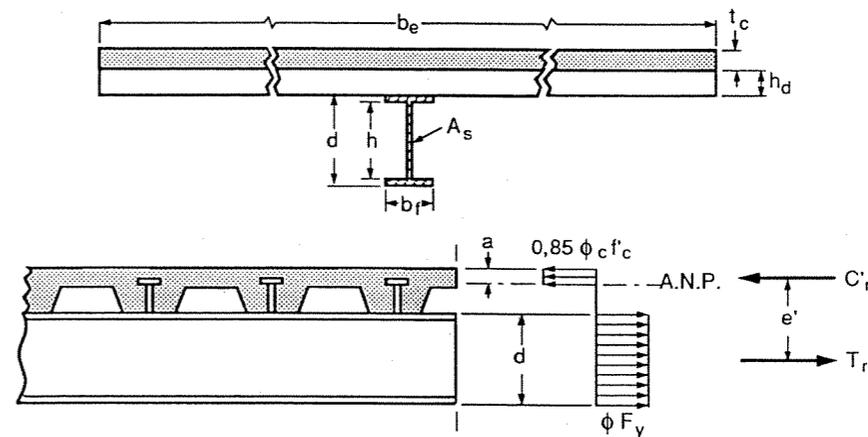


Fig. 9.16 - Équilibre des forces internes: axe neutre dans la dalle.

Connaissant la position de l'axe neutre, on calcule facilement le bras de levier interne (e') et la résistance pondérée en flexion de la section mixte.

$$e' = \frac{d}{2} + (t_c + h_d) - \frac{a}{2} \quad (9.20)$$

$$M_{rc} = T_r e' = \phi A_s F_y e' \quad (9.21)$$

Lorsque l'axe neutre est dans la dalle de béton, l'effort de glissement longitudinal sur la surface de contact acier-béton (V_h), entre la section où le moment fléchissant est maximal et la section adjacente où le moment est nul (figure 9.15), est égal à la résistance pondérée en traction de la section d'acier, pour une connexion totale au cisaillement.

$$V_h = C'_r = T_r = \phi A_s F_y \quad (9.22)$$

La résistance des connecteurs entre les deux sections définies plus haut est égale à :

$$Q_r = n q_r \geq V_h$$

$$n \geq \frac{\phi A_s F_y}{q_r} \quad (9.23)$$

Les paramètres n et q_r ont été définis à la sous-section 9.3.4.

EXEMPLE 9.1

Il s'agit de calculer la résistance pondérée en flexion d'une poutre mixte dont la section a les caractéristiques suivantes : section d'acier = W360x33, $A_s = 4170 \text{ mm}^2$, $d = 349 \text{ mm}$, $F_y = 300 \text{ MPa}$; dalle de béton : $t_c = 65 \text{ mm}$, $h_d = 75 \text{ mm}$, $b_e = 2000 \text{ mm}$, $f'_c = 20 \text{ MPa}$.

Le degré de connexion au cisaillement est égal à 100 % ($\alpha = 1,0$) et les connecteurs sont des goujons à tête dont le diamètre (d) est égal à 19 mm et la hauteur (h) à 115 mm ($h > 4d = 76$ mm; $h > h_d + 2d = 75 + 38 = 113$ mm). Tel que calculé à la sous-section 9.3.3 (figure 9.12), la résistance pondérée au cisaillement d'un goujon est égale à $q_r = q_{rr} = 65,2$ kN.

Dans les exemples 9.1 à 9.4, tous les paramètres sont connus; il s'agit donc de problèmes d'analyse. L'exemple 9.8 illustre un problème de dimensionnement.

Solution

Les équations (9.14) et (9.15) donnent :

$$C'_{r\max} = 0,85 \times 0,60 \times 2000 \times 65 \times 0,020 = 1326 \text{ kN}$$

$$T_{r\max} = 0,9 \times 4170 \times 0,300 = 1126 \text{ kN}$$

Comme $C'_{r\max} > T_{r\max}$, l'axe neutre est situé dans la dalle de béton et l'équation (9.19) donne :

$$a = \frac{1126 \times 10^3}{0,85 \times 0,60 \times 2000 \times 20} = 55,2 \text{ mm} < t_c = 65 \text{ mm}$$

Des équations (9.20) et (9.21), on obtient :

$$e' = \frac{349}{2} + (65 + 75) - \frac{55,2}{2} = 286,9 \text{ mm}$$

$$M_{rc} = 1126 \times 0,2869 = 323 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Avec l'équation (9.23), on calcule le nombre de goujons requis sur la demi-longueur de la poutre, puisque la poutre mixte est simplement appuyée et supporte une charge uniforme.

$$n \geq \frac{1126}{65,2} = 17,3 \text{ goujons}$$

On aura donc un total de 35 goujons sur toute la longueur de la poutre.

9.5.2 Axe neutre dans l'aile de la section d'acier

Si la capacité de la dalle en compression est inférieure à celle de la section d'acier en traction ($C'_{r\max} < T_{r\max}$), pour obtenir l'équilibre des forces internes, il faut qu'une partie de la section d'acier travaille en compression. L'axe neutre plastique, qui sépare les zones comprimées et tendues de la section mixte, se situe donc dans la section d'acier.

Lorsque l'axe neutre se situe dans la section d'acier, il est situé dans l'aile ou dans l'âme de la section, selon l'intensité de l'effort de compression que doit reprendre la section d'acier pour obtenir l'équilibre. Dans ce volume, les deux cas sont traités séparément même si les équations d'équilibre sont les mêmes.

Notons d'abord que la capacité maximale de la dalle en compression est utilisée lorsque l'axe neutre est dans la section d'acier. On a donc :

$$C'_r = C'_{r\max} = 0,85 \phi_c b_e t_c f'_c \quad (9.24)$$

Dans ce cas, l'effort tranchant horizontal sur la surface de contact dalle-poutre d'acier, entre la section où le moment fléchissant est maximal et la section adjacente où le moment est nul (figure 9.15), est égal à :

$$V_h = C'_r = 0,85 \phi_c b_e t_c f'_c \quad (9.25)$$

Pour une action composite totale, le nombre de connecteurs, entre les deux sections définies dans le paragraphe précédent, est donc égal à :

$$n \geq \frac{V_h}{q_r} = \frac{0,85 \phi_c b_e t_c f'_c}{q_r} \quad (9.26)$$

En se référant à la figure 9.17 ou à la figure 9.18, l'équilibre des forces internes pondérées donne :

$$T_r = C_r + C'_r \quad (9.27)$$

On peut également écrire l'équation suivante :

$$T_r = T_{r\max} - C_r = \phi A_s F_y - C_r \quad (9.28)$$

En combinant les deux dernières équations, on obtient :

$$C_r = \frac{\phi A_s F_y - C'_r}{2} \quad (9.29)$$

Dans cette équation, la valeur de C'_r est connue et donnée par l'équation (9.24).

Avec les bras de levier internes définis sur la figure 9.17 ou 9.18, et avec les équations (9.24) et (9.29), on peut calculer la résistance pondérée en flexion de la section mixte à l'aide de l'équation suivante :

$$M_{rc} = C_r e + C'_r e' \quad (9.30)$$

Il est important de noter que les équations (9.24) à (9.30) sont valides quelle que soit la position de l'axe neutre plastique à l'intérieur de la section d'acier. La différence entre le cas de l'axe neutre dans l'aile de la section d'acier et celui de l'axe neutre dans l'âme se situe dans le calcul des bras de levier internes (e et e'). Il faut, dans les deux cas, déterminer les centres de gravité des surfaces d'acier comprimées et tendues. Ces centres de gravité sont respectivement le point d'application de la force de compression dans l'acier (C_r) et de la force de traction dans l'acier (T_r).

La question qu'on doit maintenant se poser est exprimée par l'équation suivante :

$$C_r \geq C_{rf} = \phi b_f t_f F_y \quad (9.31)$$

La capacité de l'aile en compression est dénotée C_{rf} et C_r représente la force de compression dans l'acier, calculée avec l'équation (9.29). Si cette force est inférieure à la capacité de l'aile ($C_r < C_{rf}$), l'axe neutre est dans l'aile de la section d'acier (figure 9.17).

L'épaisseur de l'aile en compression est alors égale à :

$$t_{fc} = \frac{C_r}{\phi b_f F_y} \leq t_f \tag{9.32}$$

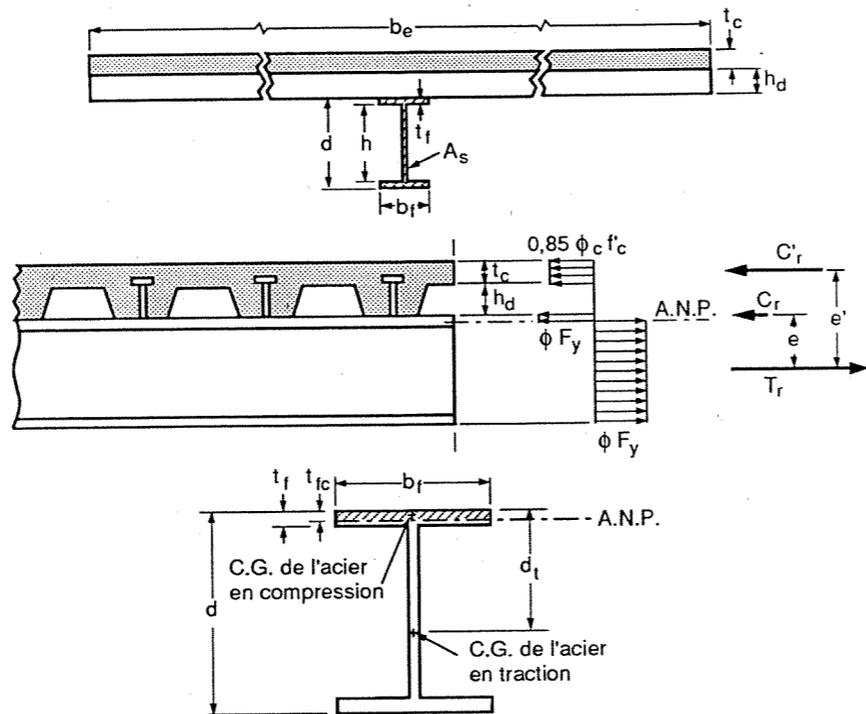


Fig. 9.17 - Équilibre des forces internes: axe neutre dans l'aile de la section d'acier.

Le centre de gravité de la portion de la section d'acier en traction est situé à une distance d_t des fibres supérieures d'acier (figure 9.17). Cette distance est donnée par :

$$d_t = \frac{(A_s)(0,5d) - (b_f t_{fc})(0,5t_{fc})}{(A_s - b_f t_{fc})} \tag{9.33}$$

Avec les équations (9.32) et (9.33), on calcule facilement les paramètres e et e' :

$$e = d_t - 0,5t_{fc} \tag{9.34}$$

$$e' = d_t + h_d + 0,5t_c \tag{9.35}$$

EXEMPLE 9.2

Il s'agit de calculer la résistance pondérée en flexion d'une poutre mixte dont la section a les caractéristiques suivantes : section d'acier = W530x109, $A_s = 13\,900\text{ mm}^2$, $d = 539\text{ mm}$, $b_f = 211\text{ mm}$, $t_f = 18,8\text{ mm}$, $F_y = 300\text{ MPa}$; dalle de béton : $t_c = 65\text{ mm}$, $h_d = 75\text{ mm}$, $b_e = 3000\text{ mm}$, $f'_c = 20\text{ MPa}$.

Le degré de connexion au cisaillement est égal à 100 % ($\alpha = 1,0$) et les goujons ont les mêmes caractéristiques qu'à l'exemple 9.1 ($q_r = q_{rr} = 65,2\text{ kN}$).

Solution

Les équations (9.14) et (9.15) donnent :

$$C'_{r\max} = 0,85 \times 0,60 \times 3000 \times 65 \times 0,020 = 1989\text{ kN}$$

$$T_{r\max} = 0,90 \times 13\,900 \times 0,300 = 3573\text{ kN}$$

Comme $C'_{r\max} < T_{r\max}$, l'axe neutre se situe dans la section d'acier. Les équations (9.24) et (9.29) donnent :

$$C_r = \frac{3753 - 1989}{2} = 882\text{ kN}$$

De l'équation (9.31), on obtient :

$$C_r = 882\text{ kN} < C_{rf} = 0,9 \times 211 \times 18,8 \times 0,300 = 1071\text{ kN}$$

Comme la force de compression dans l'acier est inférieure à la capacité de l'aile, l'axe neutre se situe dans l'aile de la section d'acier.

Les équations (9.32) et (9.33) donnent :

$$t_{fc} = \frac{882}{0,9 \times 211 \times 0,300} = 15,48\text{ mm} < t_f = 18,8\text{ mm}$$

$$d_t = \frac{(13\,900)(0,5 \times 539) - (211 \times 15,48)(0,5 \times 15,48)}{[13\,900 - (211 \times 15,48)]} = 349,9\text{ mm}$$

Les bras de levier internes sont donnés par (9.34) et (9.35).

$$e = 349,9 - (0,5 \times 15,48) = 342,2\text{ mm}$$

$$e' = 349,9 + 75 + (0,5 \times 65) = 457,4\text{ mm}$$

L'équation (9.30) donne la résistance pondérée en flexion de la section mixte :

$$M_{rc} = (882 \times 0,3422) + (1989 \times 0,4574) = 1212\text{ kN} \cdot \text{m}$$

L'équation (9.26) donne :

$$n \geq \frac{1989}{65,2} = 30,5 \text{ goujons}$$

On aura donc un total de 61 goujons sur toute la longueur de la poutre.

9.5.3 Axe neutre dans l'âme de la section d'acier

On rappelle que les équations (9.24) à (9.30) restent valides pour ce cas, qui est caractérisé par le fait que la force de compression dans l'acier (C_r) est supérieure à la capacité de l'aile en compression ($C_r > C_{rf}$). L'axe neutre se situe donc dans l'âme de la section d'acier et il faut calculer la profondeur de l'âme en compression, dénotée h_c (figure 9.18) et donnée par :

$$C_r = \phi (b_f t_f + h_c w) F_y$$

$$h_c = \frac{C_r - \phi b_f t_f F_y}{\phi w F_y} = \frac{C_r - C_{rf}}{\phi w F_y} \quad (9.36)$$

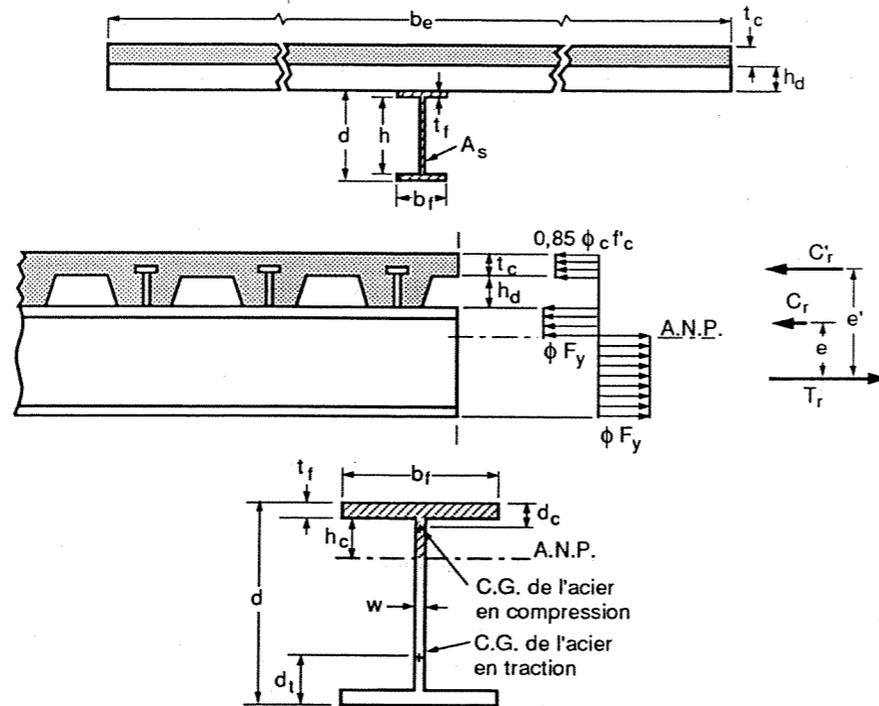


Fig. 9.18 - Équilibre des forces internes: axe neutre dans l'âme de la section d'acier.

Le centre de gravité de la surface d'acier en compression est situé à une distance d_c des fibres supérieures de la section d'acier (figure 9.18). Cette distance est obtenue de l'équation suivante :

$$d_c = \frac{(b_f t_f)(0,5 t_f) + (h_c w)(t_f + 0,5 h_c)}{A_{sc}} \quad (9.37)$$

Dans cette équation, A_{sc} représente la surface d'acier comprimée, égale à :

$$A_{sc} = b_f t_f + h_c w \quad (9.38)$$

Le centre de gravité de la surface d'acier en traction est situé à une distance d_t des fibres inférieures (figure 9.18). Cette distance est donnée par :

$$d_t = \frac{(A_s)(0,5 d) - (A_{sc})(d - d_c)}{A_s - A_{sc}} \quad (9.39)$$

Les équations (9.36) à (9.39) permettent de calculer les bras de leviers internes. Le bras de levier e est la distance séparant les forces C_r et T_r (figure 9.18), soit la distance entre les centres de gravité des surfaces d'acier comprimée et tendue.

$$e = d - d_c - d_t \quad (9.40)$$

Le bras de levier e' est la distance séparant les forces C'_r et T_r (figure 9.18), soit la distance entre le centre de gravité de la surface de béton comprimée et celui de la surface d'acier tendue.

$$e' = d + h_d + 0,5 t_c - d_t \quad (9.41)$$

L'utilisation des équations (9.36) à (9.41) est illustré à l'exemple 9.4, présenté plus loin.

9.6 RÉSISTANCE À LA FLEXION : ACTION COMPOSITE PARTIELLE

En ce qui concerne l'action composite totale ou partielle, on réfère d'abord le lecteur à la discussion générale présentée à la sous-section 9.1.4.

Si la résistance des connecteurs ($Q_r = n q_r$), entre la section où le moment fléchissant est maximal et la section adjacente où le moment est nul, est inférieure à la valeur de V_h donnée par l'équation (9.22) ou (9.25), on a une action composite partielle ($Q_r < V_h$). Autrement dit, on utilise moins de connecteurs que le nombre calculé avec l'équation (9.23) ou (9.26).

Dans ce cas, le degré de connexion au cisaillement est donné par :

$$\alpha = \frac{Q_r}{V_h} = \frac{n q_r}{V_h} \geq 0,4 \quad (9.42)$$

Pour une action composite partielle, la compression que peut prendre la dalle de béton est contrôlée par la capacité des connecteurs qui relient la dalle à la section d'acier. La force de compression pondérée dans la dalle (C'_r) ne peut pas dépasser la résistance pondérée des connecteurs (Q_r). Puisqu'on a choisi la valeur de n , inférieure à celle requise pour une action composite totale, la valeur de Q_r est connue et C'_r est donné par :

$$C'_r = Q_r = n q_r \quad (9.43)$$

La valeur de C'_r obtenue de l'équation (9.43) est inférieure à celle obtenue de l'équation (9.17), valide lorsque l'axe neutre est dans la dalle de béton pour une action composite totale, ou inférieure à celle obtenue de l'équation (9.25), valide lorsque l'axe neutre est dans la section d'acier pour une action composite totale. En conséquence, il n'y a plus d'équilibre entre les forces internes de compression et de traction puisque la force interne de compression dans le béton a été réduite à la capacité des connecteurs de cisaillement.

Pour retrouver l'équilibre, il faut augmenter la compression interne en faisant travailler la section d'acier en compression, étant donné que la dalle de béton ne peut pas prendre plus que la capacité des connecteurs. Par conséquent, si l'axe neutre plastique est dans la dalle de béton pour une action composite totale, il descend dans la section d'acier pour une action composite partielle (exemple 9.3). Si l'axe neutre plastique est dans la section d'acier pour une action composite totale, il descend plus profondément dans la section d'acier pour une action composite partielle (exemple 9.4).

Pour déterminer le bras de levier interne e' , il faut connaître le point d'application de la force de compression C'_r (égale à Q_r). À cette fin, on considère une surface équivalente en compression dans la dalle de béton. La profondeur équivalente est donnée par :

$$a_e = \frac{C'_r}{0,85 \phi_c b_e f'_c} = \frac{Q_r}{0,85 \phi_c b_e f'_c} \quad (9.44)$$

La profondeur équivalente du bloc de compression est mesurée à partir du dessus de la dalle. Se référant à la figure 9.17 et se rappelant que le bloc de compression a une profondeur a_e au lieu de t_c , le bras de levier interne e' , lorsque l'axe neutre plastique est dans l'aile de la section d'acier, est donné par :

$$e' = d_t + h_d + t_c - 0,5 a_e \quad (9.45)$$

Se référant à la figure 9.18 et se rappelant que le bloc de compression a une profondeur a_e au lieu de t_c , le bras de levier interne e' , lorsque l'axe neutre plastique est situé dans l'âme de la section d'acier, est donné par :

$$e' = d + h_d + t_c - d_t - 0,5 a_e \quad (9.46)$$

Étant donné que l'axe neutre se situe dans la section d'acier pour une action composite partielle, les équations des sous-sections 9.5.2 et 9.5.3 peuvent être utilisées, sauf les équations (9.24) à (9.26), (9.35) et (9.41). Ces deux dernières ont été remplacées par les équations (9.45) et (9.46) respectivement.

EXEMPLE 9.3

Il s'agit de reprendre l'exemple 9.1 en supposant qu'on utilise 18 goujons sur toute la longueur de la poutre mixte, plutôt que les 35 requis pour une action composite totale. En plus des données de l'exemple 9.1, nous aurons besoin des deux propriétés suivantes de la section d'acier : $b_f = 127$ mm et $t_f = 8,5$ mm.

Solution

Sur la demi-longueur de la poutre, on a 9 goujons, ce qui donne :

$$Q_r = 9 \times 65,2 = 587 \text{ kN} = C'_r$$

La valeur de V_h pour une action composite totale, calculée à l'exemple 9.1, est égale à 1126 kN. De l'équation (9.42) :

$$\alpha = \frac{587}{1126} = 0,52 > 0,4$$

Le pourcentage d'action mixte est donc égal à 52%. Avec l'équation (9.44), on peut calculer la profondeur équivalente du bloc de compression.

$$a_e = \frac{587}{0,85 \times 0,60 \times 2000 \times 0,020} = 28,77 \text{ mm}$$

Avec l'équation (9.43), l'équation (9.29) donne la force de compression que doit reprendre l'acier.

$$C_r = \frac{(0,9 \times 4170 \times 0,300) - 587}{2} = 269,5 \text{ kN}$$

Pour situer l'axe neutre dans la section d'acier, on utilise l'équation (9.31) :

$$C_r = 269,5 \text{ kN} < C_{rf} = 0,9 \times 127 \times 8,5 \times 0,300 = 291,5 \text{ kN}$$

Comme la force de compression dans l'acier est inférieure à la capacité de l'aile, l'axe neutre se situe dans l'aile de la section d'acier. L'axe neutre plastique est donc passé de la dalle de béton, pour une action composite totale (exemple 9.1), à l'aile de la section d'acier, pour une action composite à 52 %.

Les équations (9.32) et (9.33) donnent (voir la figure 9.17) :

$$t_{fc} = \frac{269,5}{0,9 \times 127 \times 0,300} = 7,86 \text{ mm} < t_f = 8,5 \text{ mm}$$

$$d_t = \frac{(4170)(0,5 \times 349) - (127 \times 7,86)(0,5 \times 7,86)}{[4170 - (127 \times 7,86)]} = 228,2 \text{ mm}$$

Les bras de levier internes sont donnés par les équations (9.34) et (9.45).

$$e = 228,2 - (0,5 \times 7,86) = 224,3 \text{ mm}$$

$$e' = 228,2 + 75 + 65 - (0,5 \times 28,77) = 353,8 \text{ mm}$$

L'équation (9.30) donne la résistance pondérée en flexion de la section mixte.

$$M_{rc} = (269,5 \times 0,2243) + (587 \times 0,3538) = 268 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Même si le degré de connexion au cisaillement n'est que de 52 %, la résistance en flexion de la section mixte est égale à 83 % de celle obtenue pour une action composite totale ($M_{rc} = 323 \text{ kN} \cdot \text{m}$, obtenu à l'exemple 9.1).

EXEMPLE 9.4

Il s'agit de reprendre l'exemple 9.2 en supposant qu'on utilise 32 goujons sur toute la longueur de la poutre mixte au lieu des 61 nécessaires pour une action composite totale. En plus des données de l'exemple 9.2, l'épaisseur de l'âme de la section d'acier est requise pour les calculs : $w = 11,6 \text{ mm}$.

Solution

Sur la demi-longueur de la poutre, on a 16 goujons, ce qui donne :

$$Q_r = 16 \times 65,2 = 1043 \text{ kN} = C_r'$$

La valeur de V_h pour une action composite totale, calculée à l'exemple 9.2, est égale à 1989 kN. Avec l'équation (9.42), on a donc :

$$\alpha = \frac{1043}{1989} = 0,524 > 0,4$$

La profondeur équivalente du bloc de compression est obtenue de (9.44) :

$$a_e = \frac{1043}{0,85 \times 0,60 \times 3000 \times 0,020} = 34,1 \text{ mm}$$

L'équation (9.29) donne la force de compression que doit reprendre l'acier :

$$C_r = \frac{(0,9 \times 13\,900 \times 0,300) - 1043}{2} = 1355 \text{ kN}$$

On peut situer l'axe neutre plastique dans la section d'acier en utilisant l'équation (9.31).

$$C_r = 1355 \text{ kN} > C_{rf} = 0,9 \times 211 \times 18,8 \times 0,300 = 1071 \text{ kN}$$

Comme la force de compression dans l'acier est supérieure à la capacité de l'aile, l'axe neutre se situe dans l'âme de la section d'acier. L'axe neutre plastique est donc passé de l'aile de la section d'acier, pour une action composite totale (exemple 9.2), à l'âme, pour une action composite partielle.

Pour obtenir la profondeur de l'âme en compression et les distances d_c et d_t montrées sur la figure 9.18, on utilise successivement les équations (9.36) à (9.39). Les résultats des calculs sont montrés sur la figure 9.19.

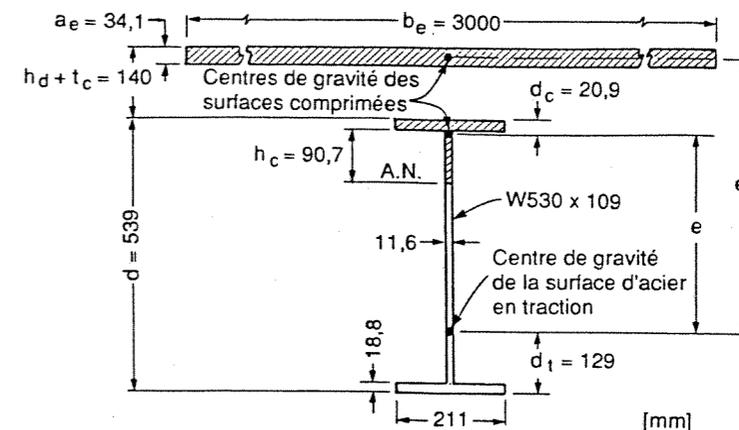


Fig. 9.19 - Calcul des bras de levier internes (exemple 9.4).

$$h_c = \frac{(1355 - 1071)}{0,9 \times 11,6 \times 0,300} = 90,7 \text{ mm}$$

$$A_{sc} = (211 \times 18,8) + (90,7 \times 11,6) = 5019 \text{ mm}^2$$

$$d_c = \frac{(211 \times 18,8) (0,5 \times 18,8) + (90,7 \times 11,6) [18,8 + (0,5 \times 90,7)]}{5019} = 20,9 \text{ mm}$$

$$d_t = \frac{(13\,900) (0,5 \times 539) - (5019) (539 - 20,9)}{13\,900 - 5019} = 129 \text{ mm}$$

Les bras de levier internes sont donnés par les équations (9.40) et (9.46).

$$e = 539 - 20,9 - 129 = 389,1 \text{ mm}$$

$$e' = 539 + 75 + 65 - 129 - (0,5 \times 34,1) = 533 \text{ mm}$$

La résistance à la flexion de la section mixte est donnée par (9.30) :

$$M_{rc} = (1355 \times 0,3891) + (1043 \times 0,533) = 1083 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Cette valeur représente 89 % de la résistance obtenue pour une action composite totale ($M_{rc} = 1212 \text{ kN} \cdot \text{m}$ obtenu à l'exemple 9.2).

9.7 DISTRIBUTION ÉLASTO-PLASTIQUE DES CONTRAINTES

On a admis jusqu'à maintenant que la section d'acier est de classe 1 ou 2 (troisième hypothèse de la sous-section 9.4.2). La plupart des profilés laminés, fabriqués dans les nuances d'acier usuelles ($F_y = 300$ ou 350 MPa), sont de

L'équation (9.53) conduit à une équation du deuxième degré pour le calcul de y . La seule inconnue, c'est la valeur de y qui permet d'avoir l'équilibre des forces internes. Si l'équilibre n'est pas possible, l'axe neutre n'est pas dans l'âme de la section d'acier, de sorte que l'avant-dernière hypothèse n'est pas satisfaite.

On calcule la résistance pondérée en flexion de la section mixte (M_{rc}) en faisant la somme des moments des forces internes par rapport à n'importe quel point. On a choisi le point d'application de la force de traction T_{r1} . Il faut d'abord calculer tous les bras de levier internes, qui sont tous connus puisque la valeur de y est maintenant connue. Se référant à la notation définie sur la figure 9.20, on a :

$$e' = d + 0,5t - 0,5t_2 \quad (9.54)$$

$$e_1 = d - 0,5t_1 - 0,5t_2 \quad (9.55)$$

$$e_2 = d - 0,5t_2 - t_1 - \frac{1}{3}(y - t_1)$$

$$e_2 = d - 0,5t_2 - \frac{y}{3} - \frac{2t_1}{3} \quad (9.56)$$

$$e_3 = 0,5t_2 + (d - 2y - t_2) + \frac{y}{3}$$

$$e_3 = d - 0,5t_2 - \frac{5y}{3} \quad (9.57)$$

$$e_4 = 0,5t_2 + 0,5(d - 2y - t_2)$$

$$e_4 = 0,5(d - 2y) \quad (9.58)$$

$$M_{rc} = C'_r e' + C_{r1} e_1 + C_{r2} e_2 - T_{r3} e_3 - T_{r2} e_4 \quad (9.59)$$

L'exemple suivant illustre l'utilisation de ces équations.

EXEMPLE 9.5

Une section mixte a les caractéristiques suivantes (se référer à la figure 9.20 pour la notation) : dalle de béton de densité normale, $t = 200$ mm, $b_e = 3500$ mm, $f'_c = 30$ MPa; section d'acier : $d = 2500$ mm, $b_1 = 680$ mm, $t_1 = 34$ mm, $b_2 = 1000$ mm, $t_2 = 36$ mm, $w = 16$ mm, $F_y = 350$ MPa.

Le degré de connexion au cisaillement est égal à 100 % et les connecteurs sont des goujons ayant 19 mm de diamètre. Tel que calculé à la sous-section 9.3.1, pour du béton de 30 MPa, la résistance au cisaillement d'un goujon de 19 mm est contrôlée par la capacité du goujon plutôt que celle du béton, ce qui donne : $q_{rs} = 94,1$ kN.

Il s'agit de calculer la résistance pondérée en flexion de la section mixte et le nombre de goujons requis. On peut vérifier que l'aile comprimée de la section d'acier, de dimensions $b_1 \times t_1$, est de classe 3, et que l'âme raidie est de classe 4. On admet une distribution élasto-plastique des contraintes à l'état limite ultime de résistance à la flexion.

Solution

L'aire de la section d'acier est égale à :

$$A_s = (680 \times 34) + (2430 \times 16) + (1000 \times 36) = 98\,000 \text{ mm}^2$$

Les équations (9.14) et (9.15) donnent :

$$C'_{r\max} = 0,85 \times 0,60 \times 3500 \times 200 \times 30 = 10\,710\,000 \text{ N}$$

$$T_{r\max} = 0,9 \times 98\,000 \times 350 = 30\,870\,000 \text{ N}$$

Comme $C'_{r\max} < T_{r\max}$, l'axe neutre se situe dans la section d'acier. Il s'agit de calculer sa position en supposant une distribution élasto-plastique des contraintes. Les équations (9.47) à (9.52) donnent les forces internes suivantes (voir la figure 9.20) :

$$C'_r = C'_{r\max} = 10\,710\,000 \text{ N}$$

$$C_{r1} = 0,5 \times 0,9 \times 350 \times 680 \times 34 \left(\frac{2y - 34}{y} \right)$$

$$C_{r1} = 7\,282\,800 \left(\frac{y - 17}{y} \right)$$

$$C_{r2} = 0,5 \times 0,9 \times 350 \times 16 \left[\frac{(y - 34)^2}{y} \right]$$

$$C_{r2} = 2520 \frac{(y - 34)^2}{y}$$

$$T_{r3} = 0,5 \times 0,9 \times 350 \times 16 \times y = 2520y$$

$$T_{r2} = 0,9 \times 350 [(2500 - 2y - 36) 16]$$

$$T_{r2} = 12\,418\,560 - 10\,080y$$

$$T_{r1} = 0,9 \times 350 \times 1000 \times 36 = 11\,340\,000 \text{ N}$$

En substituant toutes ces valeurs dans l'équation (9.53) et en réarrangeant les termes, on obtient l'équation suivante :

$$10\,080y^2 - 5\,937\,120y - 120\,894\,480 = 0$$

Seule la racine positive de cette équation du second degré a une signification physique. Elle est égale à :

$$y = 608,7 \text{ mm} > t_1 = 34 \text{ mm}$$

L'axe neutre élasto-plastique se situe donc dans l'âme de la section d'acier, et les deux hypothèses concernant la position de l'axe neutre sont satisfaites.

Les forces internes précédemment déterminées en fonction de y sont maintenant connues. On a donc :

$$C'_r = 10\,710\,000 \text{ N}$$

$$C_{r1} = 7\,079\,403 \text{ N}$$

$$C_{r2} = 1\,367\,350 \text{ N}$$

$$T_{r3} = 1\,533\,924 \text{ N}$$

$$T_{r2} = 6\,282\,864 \text{ N}$$

$$T_{r1} = 11\,340\,000 \text{ N}$$

Avec ces valeurs, on peut vérifier que l'équation d'équilibre (9.53) est satisfaite. Les bras de levier internes pour calculer M_{rc} sont obtenus des équations (9.54) à (9.58).

$$e' = 2500 + 0,5(200) - 0,5(36) = 2582 \text{ mm}$$

$$e_1 = 2500 - 0,5(34) - 0,5(36) = 2465 \text{ mm}$$

$$e_2 = 2500 - 0,5(36) - \frac{608,7}{3} - \frac{(2 \times 34)}{3} = 2256 \text{ mm}$$

$$e_3 = 2500 - 0,5(36) - \frac{(5 \times 608,7)}{3} = 1468 \text{ mm}$$

$$e_4 = 0,5[2500 - (2 \times 608,7)] = 641 \text{ mm}$$

Finalement, on calcule M_{rc} avec l'équation (9.59) :

$$M_{rc} = (10\,710)(2\,582) + (7\,079)(2\,465) + (1\,367)(2\,256) - (1\,534)(1\,468) - (6\,283)(0\,641) = 41\,908 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

L'effort tranchant horizontal sur la surface de contact acier-béton (V_h), entre la section où le moment fléchissant est maximal et la section adjacente où le moment est nul, est égal à :

$$V_h = C'_{r\max} = 10\,710 \text{ kN}$$

Le nombre de goujons entre les deux sections définies plus haut est égal à :

$$n \geq \frac{10\,710}{94,1} = 113,8 \text{ goujons}$$

En admettant qu'il s'agit d'une poutre simple, on aura un total de 228 goujons sur toute la longueur de la poutre.

On note l'ordre de grandeur des résultats obtenus (M_{rc} et n), comparés à ceux obtenus précédemment (exemples 9.1 à 9.4). Il s'agit d'une poutre beaucoup plus profonde, ayant 35 mètres de portée [$L/(d+t) = 13$].

9.8 CISAILLEMENT LONGITUDINAL DE LA DALLE

L'étape suivante de l'analyse d'une poutre mixte consiste à vérifier le cisaillement longitudinal de la dalle. Dans le cas de coffrages en tôles nervurées, la situation critique est celle des nervures parallèles à la poutre d'acier. Selon la référence [9.1], on n'a pas observé de fissuration due au cisaillement longitudinal dans les poutres mixtes où les nervures du coffrage étaient perpendiculaires à la poutre d'acier.

Le problème du cisaillement longitudinal de la dalle est illustré sur la figure 9.21 et peut être expliqué de la façon suivante.

Si l'action composite est totale, la capacité des goujons ($Q_r = n q_r$) est plus grande ou égale à l'effort tranchant horizontal (V_h), entre la section de flexion maximale et la section adjacente où la flexion est nulle. Cet effort tranchant est toujours égal à C'_r , la force de compression dans la dalle de béton (voir les équations (9.22) et (9.25) et la figure 9.15). Si l'action composite est partielle, on a $C'_r = n q_r$ selon l'équation (9.43). Autrement dit, il y a toujours équilibre entre la capacité des goujons et la force de compression transmise à la dalle.

Cette force de compression se répartit sur la largeur efficace (b_e), ce qui signifie que, sur la surface hachurée de la figure 9.21, dénotée A_c , il n'y a qu'une portion de la compression transmise à la dalle (effort de compression partiel, dénoté C_{rp}). Étant donné que l'effort $n q_r$ est transmis au droit de la poutre et que, vis-à-vis la poutre, la compression sur la surface A_c n'équilibre pas $n q_r$ ($C_{rp} < n q_r$), il faut que les surfaces longitudinales montrées sur la figure 9.21 soient cisailées.

Selon les références [9.1] et [9.2], la résistance pondérée en compression de la surface A_c (hachurée sur la figure 9.21) est égale à :

$$C_{rp} = 0,85 \phi_c f'_c A_c + \phi A_{rL} F_{yr} \quad (9.60)$$

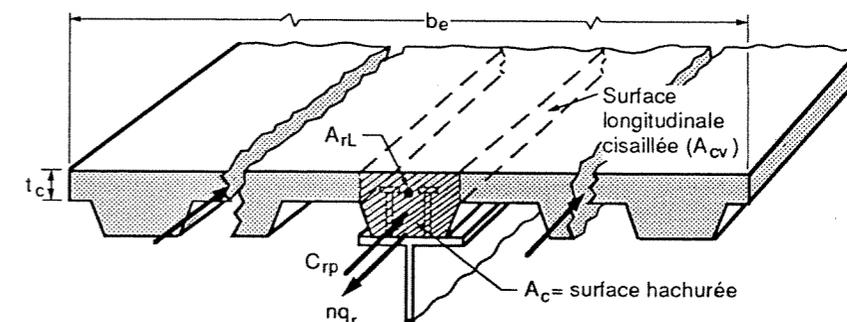


Fig. 9.21 - Cisaillement longitudinal de la dalle.

Dans cette équation, A_{rL} représente la somme des aires des barres d'armature longitudinales, situées à l'intérieur de la surface A_c et F_{yr} est la

limite élastique des armatures. Tel que démontré plus loin, il est sécuritaire de négliger cette armature.

L'effort tranchant V_f auquel doivent résister les surfaces longitudinales cisainées, entre la section où le moment fléchissant est maximal et la section adjacente où $M_f = 0$, est donc égal à :

$$V_f = n q_r - C_{rp} = n q_r - 0,85 \phi_c f'_c A_c - \phi A_{rL} F_{yr} \quad (9.61)$$

Si on néglige les armatures longitudinales à l'intérieur de la surface A_c , l'effort tranchant longitudinal sollicitant la dalle est plus élevé.

Il faut maintenant vérifier si la résistance pondérée de la dalle est suffisante ($V_r \geq V_f$). La contrainte de cisaillement ultime sur les surfaces cisainées (en MPa), tenant compte de la présence des armatures qui traversent ces surfaces (armatures transversales : A_r), est donnée par^{9.10} :

$$v_u = 0,80 p F_{yr} + 2,76 \leq 0,3 f'_c \quad (9.62)$$

Dans cette équation, la constante 2,76 MPa n'est valide que pour du béton de densité normale. Elle représente la contribution du béton à la résistance. Pour du béton léger, la constante est égale à 1,38 MPa. Le paramètre p représente la quantité relative d'armature transversale (selon la figure 9.9a, la valeur minimale de p est étale à 0,002).

La quantité relative d'armature transversale est donnée par :

$$p = \frac{A_r}{A_{cv}} \quad (9.63)$$

Dans cette équation, A_r représente la somme des aires des barres d'armatures transversales, situées à l'intérieur de la surface A_{cv} .

L'aire A_{cv} est l'aire d'une des surfaces cisainées par l'effort tranchant V_f obtenu de l'équation (9.61). Dans cette équation, le paramètre n représente le nombre de goujons entre le centre de la poutre et un appui, s'il s'agit d'une poutre simple soumise à une charge uniforme. Dans ce cas, on a $A_{cv} = 0,5 L t_c$ où L est la portée de la poutre.

Étant donné qu'on a choisi d'utiliser des coefficients de tenue pour chaque matériau, la contrainte de cisaillement pondérée sur les surfaces cisainées est obtenue de l'équation (9.62), en introduisant les coefficients de tenue $\phi = 0,90$ pour l'armature et $\phi_c = 0,60$ pour le béton.

$$v_r = 0,80 \phi p F_{yr} + 2,76 \phi_c \leq 0,50 \phi_c f'_c \quad (9.64)$$

À noter que la limite supérieure de l'équation (9.64) est identique à celle de l'équation (9.62), selon la référence [9.2]. Cela est dû au fait que la valeur obtenue de l'équation (9.62) dépend de deux matériaux alors que la limite supérieure ne dépend que du béton. En introduisant deux coefficients de tenue dans (9.62), il faut laisser la limite supérieure inchangée.

Pour une surface cisainée, la résistance pondérée de la dalle au cisaillement est obtenue en introduisant l'équation (9.63) dans (9.64) et en multipliant par l'aire A_{cv} .

$$V_r = 0,80 \phi A_r F_{yr} + 2,76 \phi_c A_{cv} \leq 0,50 \phi_c f'_c A_{cv} \quad (9.65)$$

En général, l'espacement des barres d'armature transversales, dénoté e_t , est connu, de sorte que :

$$p = \frac{A_{r1}}{e_t t_c} \quad (9.66)$$

Dans cette équation, A_{r1} représente l'aire d'une barre s'il n'y a qu'un seul rang d'armature; A_{r1} représente l'aire de l'armature ayant un espacement moyen e_t , s'il y a deux rangs d'armature. Avec l'équation (9.66), il est plus simple de déterminer d'abord v_r avec (9.64) et de calculer V_r avec l'équation suivante :

$$V_r = A_{cv} v_r \quad (9.67)$$

Même si on a illustré le cas d'une dalle nervurée sur la figure 9.21, il faut également vérifier le cisaillement longitudinal d'une dalle pleine (t_c est remplacé par t dans le calcul de A_{cv}). Dans ce cas, les surfaces cisainées critiques se situent vis-à-vis les bouts de l'aile supérieure de la section d'acier. Par conséquent, la surface A_c , identifiée sur la figure 9.21, est égale à $b_1 t$ si on se réfère à la figure 9.20.

EXEMPLE 9.6

Comme exemple de calcul, nous allons compléter l'exemple 9.5 en vérifiant le cisaillement longitudinal de la dalle. De plus, nous allons admettre que la poutre est sollicitée par deux charges concentrées aux tiers de la portée de 35 mètres.

Les autres données du problème sont : armature transversale = deux rangs de barres 15M à 300 mm (aire d'une barre = 200 mm²); armature longitudinale à l'intérieur de la surface $A_c = b_1 t$ (voir la figure 9.20) : deux barres 20M, ce qui donne $A_{rL} = 2 \times 300 = 600$ mm²; $F_{yr} = 400$ MPa.

Solution

À l'exemple 9.5, on a obtenu $n = 114$ goujons. Ces goujons sont placés entre chaque charge concentrée et l'appui (228 goujons au total; voir la figure 9.13). L'aire de chaque surface longitudinale cisainée est donc égale à :

$$A_{cv} = \frac{L}{3} \times t = \frac{35\,000 \times 200}{3} = 2\,333\,333 \text{ mm}^2$$

Tel qu'expliqué précédemment, les surfaces cisainées critiques se situent au droit des bouts de l'aile supérieure de la section d'acier. On a donc :

$$A_c = b_1 t = 680 \times 200 = 136\,000 \text{ mm}^2$$

Avec l'équation (9.61), on obtient :

$$V_f = (114 \times 94\,100) - (0,85 \times 0,60 \times 30 \times 136\,000) - (0,9 \times 600 \times 400)$$

$$V_f = 10\,727\,400 - 2\,080\,800 - 216\,000$$

$$V_f = 8\,430\,600 \text{ N} = 8431 \text{ kN}$$

Les équations (9.66) et (9.64) donnent respectivement :

$$p = \frac{2 \times 200}{300 \times 200} = 0,0067$$

$$v_r = (0,80 \times 0,9 \times 0,0067 \times 400) + (2,76 \times 0,6) < 0,5 \times 0,6 \times 30$$

$$v_r = 1,93 + 1,66 = 3,59 \text{ MPa} < 9 \text{ MPa}$$

Pour chaque surface cisailée, l'équation (9.67) donne :

$$V_r = 2 \, 333 \, 333 \times 3,59 = 8 \, 376 \, 665 \text{ N} = 8377 \text{ kN}$$

Pour la poutre de l'exemple 9.5, l'effort tranchant V_f calculé précédemment cisaille deux surfaces. On a donc :

$$2V_r = 2 \times 8377 = 16 \, 754 \text{ kN} > V_f = 8431 \text{ kN}$$

Du point de vue cisaillement longitudinal, la dalle est adéquate.

9.9 COMPORTEMENT DES POUTRES MIXTES DANS UNE ZONE DE MOMENTS NÉGATIFS

S'il y a des zones de moments négatifs, comme c'est le cas près des appuis des poutres dans les charpentes à joints rigides, la dalle de béton de la poutre mixte est en traction dans ces zones. Comme la résistance en traction du béton est négligeable, le béton de la dalle ne participe pas à la résistance en flexion dans les zones de moments négatifs. Des essais ont cependant montré que l'armature, *parallèle à la poutre et située à l'intérieur de la largeur efficace de la dalle*, participe à la résistance en flexion si des connecteurs sont placés dans les zones de moments négatifs. L'action composite résulte de l'adhérence de l'armature à la dalle et de la dalle à la poutre d'acier par l'intermédiaire des connecteurs. L'armature doit être prolongée jusqu'au-delà des points d'inflexion sur une longueur égale à la longueur de développement des barres d'armature.

Comme les connecteurs constituent le lien entre les barres d'armature et la section d'acier, leur résistance doit être au moins égale à la résistance pondérée en traction de l'armature, comme l'indique l'équation suivante où A_r est l'aire totale de l'armature à l'intérieur de la largeur efficace de la dalle et F_{yr} est la limite élastique de l'acier de cette armature.

$$Q_r \geq \phi A_r F_{yr} \quad (9.68)$$

Le nombre de connecteurs requis entre la section où le moment fléchissant négatif est maximal (en valeur absolue) et la section adjacente où le moment est nul (point d'inflexion), est égal à :

$$n \geq \frac{\phi A_r F_{yr}}{q_r} \quad (9.69)$$

La figure 9.22 illustre l'équilibre des forces internes pondérées pour le cas où l'axe neutre plastique est situé dans l'âme de la section d'acier. On admet une distribution plastique des contraintes dans la section d'acier, ce qui signifie

que cette section est de classe 1 ou 2, pour le cas où l'axe neutre est dans la section d'acier (cas usuel). L'élanement de l'aile ($0,5 b_f/t_f$) satisfait donc l'équation (7.15) ou (7.13). Toutefois, pour l'élanement de l'âme (h/w), il faut être plus sévère que les limites prescrites à la sous-section 7.3.3 pour les sections de classes 1 et 2.

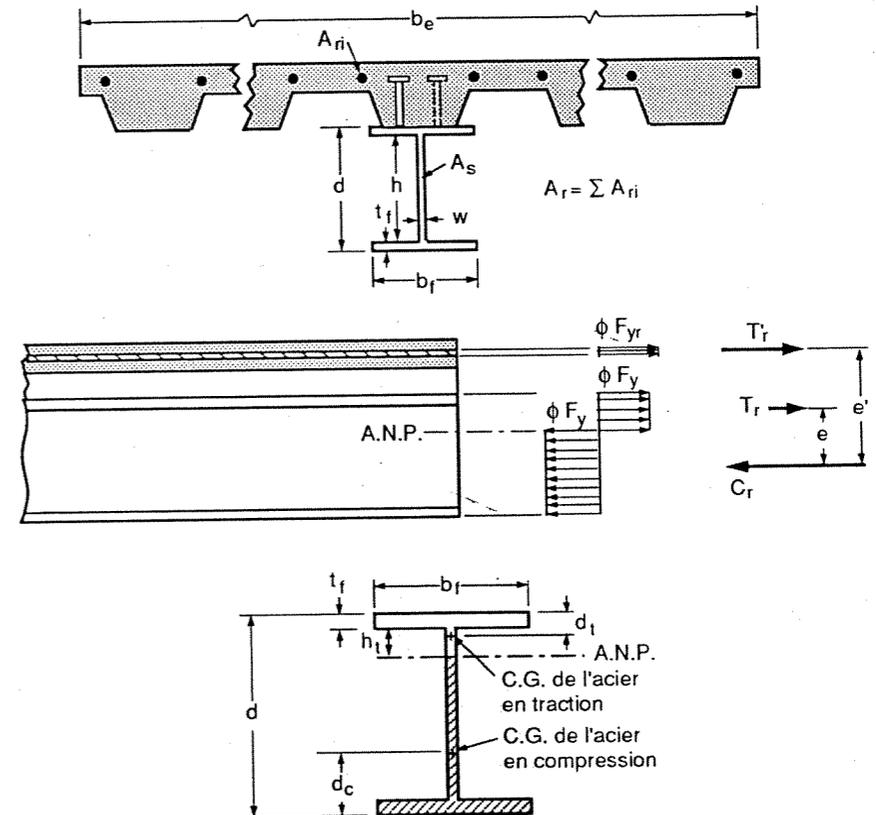


Fig. 9.22 - Moments de flexion négatifs: axe neutre dans l'âme de la section d'acier.

En effet, dans une zone de moments négatifs, la compression dans la section d'acier de la poutre mixte occupe une grande portion de la section, et l'âme est entièrement comprimée si l'axe neutre se situe dans l'aile supérieure. Il convient donc de limiter l'élanement de l'âme à la valeur spécifiée à la sous-section 7.3.1, soit $h/w \leq 670/\sqrt{F_y}$, pour éviter le voilement de l'âme et s'assurer que l'hypothèse d'une distribution plastique des contraintes dans l'âme est convenable.

Tel qu'indiqué sur la figure 9.22, pour le cas où l'axe neutre est dans la section d'acier, il y a deux forces de traction agissant sur la section mixte et une

force de compression. La force T'_r est la résistance pondérée en traction de l'armature, T_r est la force de traction pondérée dans la section d'acier, et C_r la force de compression pondérée dans la section d'acier. Ces forces sont égales à:

$$T'_r = \phi A_r F_{yr} \quad (9.70)$$

$$C_r = \phi A_s F_y - T_r \quad (9.71)$$

L'équilibre des forces internes conduit à l'équation suivante :

$$C_r = T_r + T'_r \quad (9.72)$$

En combinant les équation (9.71) et (9.72), on obtient une équation similaire à l'équation (9.29) :

$$T_r = \frac{\phi A_s F_y - T'_r}{2} \quad (9.73)$$

La résistance pondérée en flexion est donnée par une équation similaire à l'équation (9.30) :

$$M_{rc} = T_r e + T'_r e' \quad (9.74)$$

Dans cette dernière équation, les paramètres e et e' représentent les bras de levier internes. La distance e est celle qui sépare les centres de gravité des parties tendues et comprimées de la section d'acier; e' représente la distance entre le centre de gravité des armatures et le centre de gravité de la partie comprimée de la section d'acier.

En comparant les figures 9.18 et 9.22, on remarque que les distances h_c , d_c et d_t de la figure 9.18 correspondent respectivement aux distances h_t , d_t et d_c de la figure 9.22. Le lecteur comprendra facilement que l'équation (9.40) reste valide pour le calcul de e , et que les équations (9.36) à (9.39) peuvent être utilisées pour le calcul de h_t , d_t et d_c respectivement, en prenant bien soin de corriger les indices de certains paramètres. Ainsi, l'équation (9.38) s'écrit $A_{st} = b_f t_f + h_t w$, où A_{st} représente la surface d'acier tendue.

Quant au paramètre e' , il est déterminé facilement si la position du centre de gravité des armatures est connu.

Si la poutre mixte est soumise à des changements cycliques qui produisent des variations de contraintes assez importantes pour considérer la possibilité d'une rupture par fatigue, il convient de signaler que des connecteurs soudés sur l'aile en traction réduisent la résistance à la fatigue de la poutre d'acier (voir la référence [9.2]).

Pour le calcul des efforts dans les systèmes hyperstatiques avec poutres mixtes, il faut considérer que les poutres ont une inertie qui n'est pas constante. Sur environ 15 % de la portée, de chaque côté des appuis intérieurs, l'inertie de la poutre mixte est obtenue en considérant la section d'acier et l'armature de la dalle, s'il y a suffisamment de connecteurs dans les zones de moments négatifs. Pour la portion restante de la portée, l'inertie de la poutre mixte est obtenue en considérant la section d'acier et la dalle de béton, tel qu'expliqué à la section suivante.

9.10 ÉTATS LIMITES D'UTILISATION

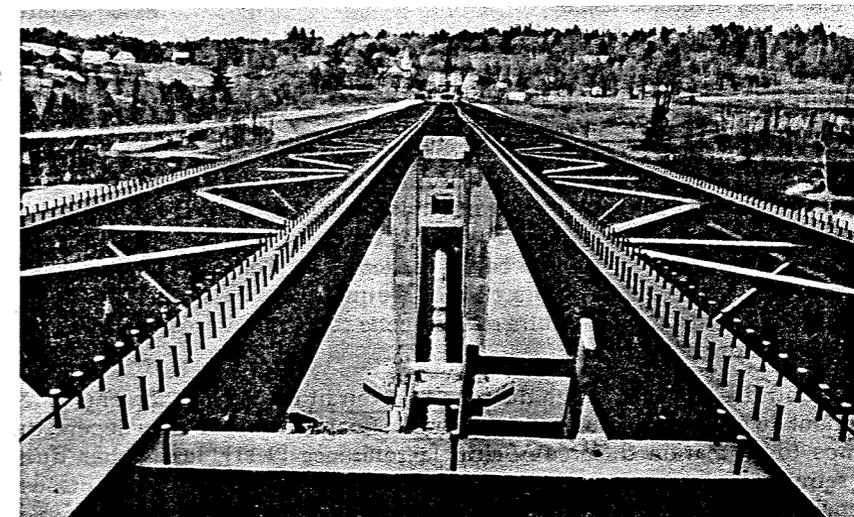
9.10.1 Calcul des flèches : généralités

Sous les charges d'utilisation, les poutres mixtes ont un comportement élastique. Pour le calcul des flèches, on peut déterminer le moment d'inertie de la section mixte à partir des hypothèses du calcul élastique. Selon ces hypothèses, on peut remplacer la dalle de béton par une surface d'acier équivalente, ayant le même centre de gravité que la section de béton. On obtient ainsi une section homogénéisée en acier et le moment d'inertie de cette section est dénoté I_e . La méthode de calcul est présentée à la sous-section 9.10.2.

Dans le calcul des flèches, il faut tenir compte des quatre phénomènes suivants :

- action composite totale ou partielle;
- construction avec ou sans étaielement;
- fluage du béton dû aux charges permanentes sollicitant la section mixte;
- retrait du béton.

On a mentionné à la sous-section 9.1.4 que, pour une action composite totale, le glissement de la dalle de béton sur la poutre d'acier a un effet négligeable sur la résistance ultime de la poutre mixte, ce qui est bien vérifié expérimentalement. Toutefois, l'effet du glissement sur les flèches dues aux charges d'utilisation est plus significatif. On en tient compte en utilisant un moment d'inertie efficace, dénoté I_e .



Les poutres mixtes sont fréquemment utilisées dans les ponts

Pour une action composite totale, la valeur de I_e est légèrement inférieure au moment d'inertie de la section homogénéisée (I_t). Pour une action composite *partielle*, la valeur de I_e décroît avec le degré de connexion au cisaillement, dénoté α . L'équation reliant I_e à I_t en fonction de α est présentée à la sous-section 9.10.2.

Tel qu'expliqué à la sous-section 9.1.3, pour une construction avec étaielement, la poutre mixte résiste à toutes les charges. Pour une construction sans étaielement, la poutre d'acier supporte seule toutes les charges permanentes agissant avant le développement de l'action mixte.

Dans ce dernier cas, pour le calcul de la flèche due à la charge permanente agissant avant l'action composite, on utilise évidemment le moment d'inertie de la section d'acier seule, dénoté I_s . Cette flèche est généralement compensée par une cambrure de la poutre d'acier.

On définit le fluage du béton comme le raccourcissement différé du béton sous charge constante. Lorsqu'on applique une charge de compression sur le béton, ce dernier subit une déformation élastique instantanée. Si la charge de compression est permanente, le béton continue de se déformer dans le temps. La déformation totale est la somme de la déformation instantanée et de la déformation différée.

À cause du fluage du béton, il faut donc tenir compte de la *durée d'application* des charges et distinguer les deux cas suivants :

- flèche de la poutre mixte due à la surcharge de courte durée (flèche instantanée);
- flèche de la poutre mixte due à la surcharge de longue durée et à la charge permanente agissant *après* le développement de l'action composite (cloisons, revêtements,...).

Cette dernière flèche comprend une composante instantanée et une composante différée. À noter qu'elle dépend également du mode de construction puisque, pour une construction avec étaielement, la charge permanente sollicitant le béton est plus grande. La prise en compte du fluage du béton est expliquée à la sous-section 9.10.3.

Le retrait du béton est la diminution du volume du béton produite par la séchage. Le béton contient plus d'eau qu'il est nécessaire pour l'hydratation du ciment. Lorsque la cure du béton est terminée, l'eau qui ne sert pas à l'hydratation du ciment s'évapore, c'est-à-dire que le béton sèche et se contracte. À cause de la liaison dalle-poutre d'acier, cette contraction produit une flèche supplémentaire de la poutre.

Contrairement au fluage du béton, le retrait est un phénomène indépendant du chargement, mais, tout comme le fluage, ce phénomène dépend du temps (déformation différée). Selon la référence [9.11], les flèches dues au retrait du béton sont assez importantes pour être prises en compte (sous-section 9.10.4).

Dans les poutres mixtes, seule l'âme de la section d'acier résiste à l'effort tranchant. Comme une poutre mixte a une plus grande résistance en flexion

que la poutre d'acier travaillant seule, elle doit supporter de plus grands efforts tranchants. Il faut donc reconnaître les cas où les déformations dues à l'effort tranchant ne sont plus négligeables : poutres courtes fortement chargées, poutres avec charges concentrées près des appuis, poutres avec âme ajourée ou poutre en treillis.

9.10.2 Flèches instantanées de la poutre mixte

La première étape du calcul des flèches d'une poutre mixte consiste à calculer le moment d'inertie de la section homogénéisée (I_t). À cette fin, la dalle de béton est transformée en acier. Pour cette transformation, on utilise le coefficient d'équivalence acier-béton (m), défini comme le rapport du module élastique de l'acier sur celui du béton ($m = E/E_c$). La largeur efficace de la dalle de béton est divisée par le coefficient d'équivalence pour être transformée en largeur équivalente d'acier.

Compte tenu des hypothèses du calcul élastique, l'axe neutre élastique se situe au centre de gravité de la section d'acier homogénéisée. Il suffit donc de déterminer la position du centre de gravité et de trouver le moment d'inertie de la section par rapport à cet axe.

Considérons d'abord le cas de l'axe neutre élastique situé dans la dalle de béton (figure 9.23; $\bar{y} < t_c$ ou $\bar{y} < t$ pour une dalle pleine). Comme on néglige la résistance du béton en traction, l'aire totale de la section homogénéisée est égale à :

$$A_t = A_s + \frac{b_e \bar{y}}{m}$$

Dans cette équation, \bar{y} est la distance entre l'axe neutre et le dessus de la dalle de béton.

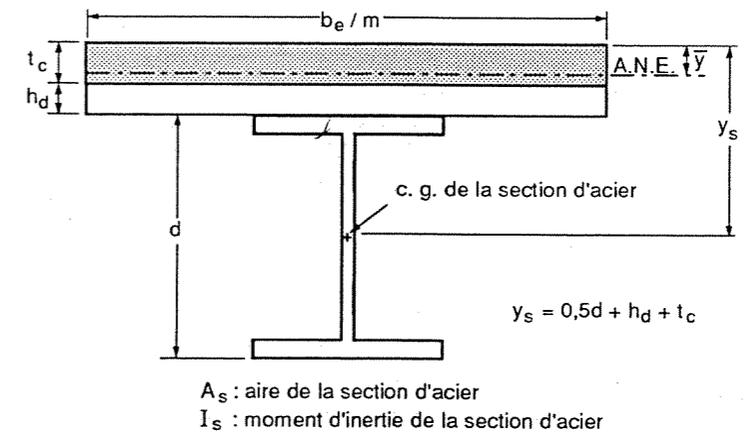


Fig. 9.23 - Axe neutre élastique dans la dalle de béton.

Avec la notation définie sur la figure 9.23, le moment statique par rapport aux fibres supérieures de la dalle est égal à :

$$\bar{y} A_t = \left(\frac{b_e \bar{y}}{m} \right) \left(\frac{\bar{y}}{2} \right) + A_s y_s$$

En combinant les deux équations précédentes on obtient :

$$\left(\frac{b_e}{2} \right) \bar{y}^2 + (m A_s) \bar{y} - m A_s y_s = 0$$

La solution de cette équation du deuxième degré donne la position de l'axe neutre élastique, c'est-à-dire la position du centre de gravité de la section homogénéisée.

$$\bar{y} = \frac{m A_s}{b_e} \left[\sqrt{\left(1 + \frac{2 b_e y_s}{m A_s} \right)} - 1 \right] \leq t_c \quad (9.75)$$

Si l'équation (9.75) est satisfaite ($\bar{y} \leq t_c$), l'axe neutre élastique se situe dans la dalle de béton et le moment d'inertie de la section homogénéisée est donné par :

$$I_t = \frac{b_e \bar{y}^3}{3m} + I_s + A_s (y_s - \bar{y})^2 \quad (9.76)$$

Si l'équation (9.75) n'est pas satisfaite ($\bar{y} > t_c$), l'axe neutre élastique n'est pas situé dans la dalle de béton et l'équation (9.76) n'est pas valide. Pour la présentation des équations, considérons dans ce cas la figure 9.24.

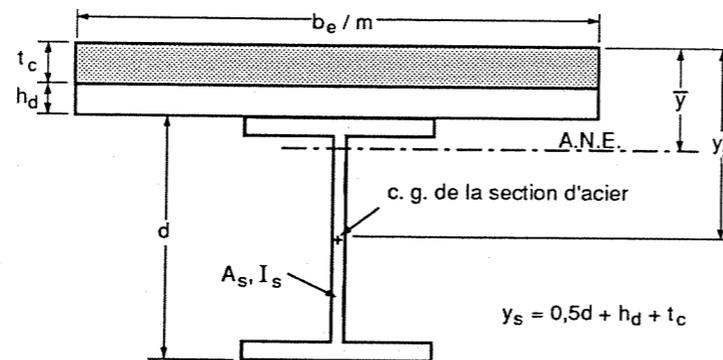


Fig. 9.24 - Axe neutre élastique hors de la dalle de béton.

Lorsque l'axe neutre est en dehors de la dalle de béton, l'aire de la surface de béton transformée en acier est égale à :

$$A_{ct} = \left(\frac{b_e}{m} \right) t_c \quad (9.77)$$

Le moment d'inertie de la surface de béton transformée en acier, par rapport à son centre de gravité, est donné par :

$$I_{ct} = \frac{b_e t_c^3}{12m} \quad (9.78)$$

Dans ces équations, t_c est remplacé par t pour une dalle pleine. Avec la notation définie sur la figure 9.24, la position de l'axe neutre élastique, ou le centre de gravité de la section homogénéisée, est donné par :

$$\bar{y} = \frac{(A_{ct})(0,5t_c) + (A_s)(y_s)}{A_{ct} + A_s} \quad (9.79)$$

Lorsque l'axe neutre élastique est situé en dehors de la dalle de béton, le moment d'inertie de la section homogénéisée est donné par :

$$I_t = (I_{ct} + I_s) + A_{ct} (\bar{y} - 0,5t_c)^2 + A_s (y_s - \bar{y})^2 \quad (9.80)$$

Avec l'équation (9.76) ou (9.80), on peut calculer le module élastique de la section homogénéisée, relatif aux fibres extrêmes en traction. Cette propriété de la section est donnée par :

$$S_t = \frac{I_t}{(d + h_d + t_c - \bar{y})} \quad (9.81)$$

Une des hypothèses du calcul élastique est que les sections planes avant déformation restent planes après déformation. Pour satisfaire cette hypothèse dans une poutre mixte, le glissement relatif des matériaux doit être nul afin que chaque fibre de la section subisse une déformation proportionnelle à sa distance de l'axe neutre élastique. Le glissement relatif des matériaux produit de plus grandes déformations de la poutre mixte, soit une plus grande flexibilité. Plus le glissement de la dalle de béton sur la poutre d'acier est grand, plus le moment d'inertie de la poutre mixte s'éloigne de celui obtenu par le calcul élastique, soit I_t . Pour tenir compte du glissement, on utilise un moment d'inertie réduit pour le calcul des flèches de la poutre mixte. Ce moment d'inertie, appelé *moment d'inertie efficace*, est dénoté I_e .

Plusieurs équations ont été proposées pour tenir compte des effets du glissement sur la rigidité de la section mixte, c'est-à-dire pour déterminer I_e en fonction du moment d'inertie de la section homogénéisée (I_t) et du degré de connexion au cisaillement (α). Nous retiendrons celle proposée dans la référence [9.2] :

$$I_e = I_s + 0,85(\alpha)^{0,25} (I_t - I_s) \quad (9.82)$$

Selon la référence [9.2], on peut admettre, pour le calcul des flèches, que la dalle participe à la rigidité si le degré de connexion au cisaillement est égal ou supérieur à 25 % ($\alpha \geq 0,25$). On rappelle que α doit être égal ou supérieur à 0,4 pour tenir compte de la participation de la dalle dans le calcul de la résistance pondérée en flexion de la section mixte.

Pour donner un ordre de grandeur, l'équation (9.82) donne : $I_e = 0,85 I_t + 0,15 I_s$ pour $\alpha = 1,0$; $I_e = 0,68 I_t + 0,32 I_s$ pour $\alpha = 0,4$; $I_e = 0,60 I_t + 0,40 I_s$ pour $\alpha = 0,25$. Parallèlement à l'équation (9.82), on a :

$$S_e = S_s + 0,85(\alpha)^{0,25} (S_t - S_s) \quad (9.83)$$

La valeur de S_t est donnée par (9.81) et S_s représente le module élastique de la section d'acier. Le module élastique efficace de la section mixte, relatif aux fibres extrêmes en traction et dénoté S_e , est utilisé dans l'équation (9.4). Pour la construction sans étaieement, l'équation (9.4) permet de vérifier que les charges d'utilisation ne produisent pas de déformations permanentes.

Les flèches instantanées de la poutre mixte sont calculées avec le moment d'inertie efficace, obtenu des équations (9.75), (9.76) et (9.82) ou des équations (9.77) à (9.80) et (9.82), selon la position de l'axe neutre élastique. Les exemples 9.7 et 9.8 illustrent l'utilisation de ces équations.

9.10.3 Flèches de la poutre mixte dues à un chargement permanent ou de longue durée

Le fluage du béton cause une augmentation de la flèche d'une poutre mixte soumise à un chargement permanent. Le fluage du béton est proportionnel au temps, à la charge appliquée, au rapport eau/ciment du béton, et inversement proportionnel au pourcentage d'humidité du milieu ambiant. Les effets du fluage du béton sur les déformations sont difficiles à prédire avec une grande précision. Il en est de même pour le retrait du béton.

Selon la référence [9.2], on peut tenir compte des effets du fluage du béton en augmentant de 15 % les flèches instantanées causées par un chargement de longue durée. La flèche totale est donc égale à 115 % de la flèche instantanée, ce qui signifie que la flèche différée est égale à 15 % de la flèche instantanée.

Une autre façon de tenir compte du fluage du béton est illustrée sur la figure 9.25. Comme les déformations augmentent alors que la charge est constante, le phénomène du fluage peut être pris en compte en réduisant la pente de la courbe contrainte-déformation unitaire du béton, c'est-à-dire en utilisant pour le béton un module d'élasticité approprié aux chargements de longue durée, inférieur au module d'élasticité instantané.

Selon la figure 9.25, le coefficient d'équivalence acier-béton approprié à une charge de longue durée est donné par :

$$m' = k m \quad (k > 1,0) \quad (9.84)$$

Avec le coefficient d'équivalence m' , il est possible de calculer le moment d'inertie de la section homogénéisée pour une chargement de longue durée,

dénoté I'_e . On utilise les équations (9.75) et (9.76), ou les équations (9.77) à (9.80) en remplaçant m par m' . On peut ensuite calculer S'_t , I'_e et S'_e à l'aide des équations (9.81) à (9.83).

La flèche calculée avec I'_e est la flèche totale (composante instantanée + composante différée). Pour les planchers de bâtiments, on peut utiliser $k = 2$. Pour les ponts mixtes, on suggère $k = 3$ dans la référence [9.12].

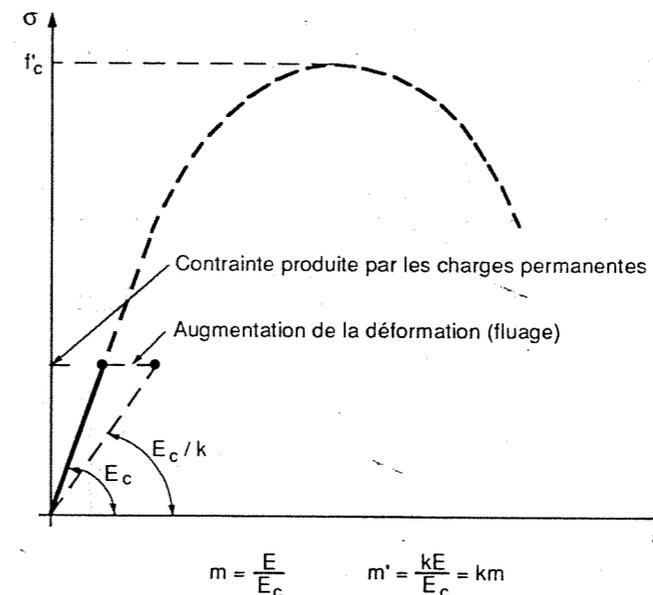


Fig. 9.25 - Effets du fluage du béton.

EXEMPLE 9.7

Il s'agit de calculer le moment d'inertie efficace instantané (I_e) et approprié à un chargement de longue durée (I'_e) pour la poutre mixte de l'exemple 9.3. Les caractéristiques de cette poutre sont montrées sur la figure 9.26. Le degré de connexion au cisaillement (α) est égal à 0,52, tel que calculé à l'exemple 9.3. De plus, $f'_c = 20$ MPa et, pour du béton de densité normale, l'équation (9.6) donne $E_c = 21\ 210$ MPa. Pour le chargement de longue durée, on admet que $k = 2$.

Solution

Les coefficients d'équivalence acier-béton sont respectivement égaux à :

$$m = \frac{200\ 000}{21\ 210} = 9,43$$

$$m' = 2 \times 9,43 = 18,86$$

$$\frac{b_e}{m} = \frac{2000}{9,43} = 212 \text{ mm}$$

$$\frac{b_e}{m'} = \frac{2000}{18,86} = 106 \text{ mm}$$

Comme les deux séries de calculs sont similaires, seule la première série sera présentée de façon détaillée, soit pour $m = 9,43$ (figure 9.26a).

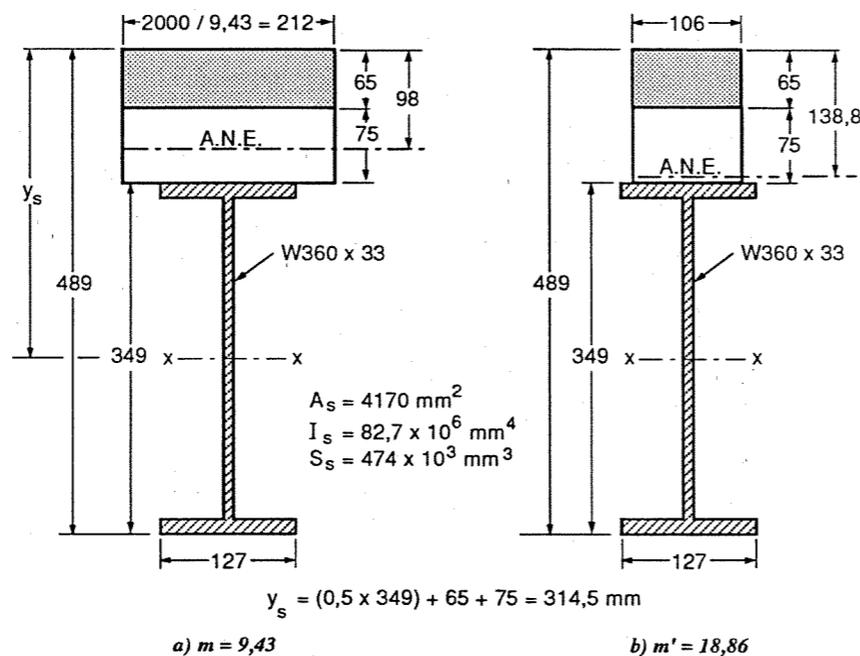


Fig. 9.26 - Poutre mixte de l'exemple 9.7.

On vérifie d'abord où se situe l'axe neutre élastique avec l'équation (9.75) :

$$\bar{y} = \frac{9,43 \times 4170}{2000} \left[\sqrt{1 + \frac{2 \times 2000 \times 314,5}{9,43 \times 4170}} - 1 \right] = 93,3 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = 93,3 \text{ mm} > t_c = 65 \text{ mm}$$

L'axe neutre n'est pas dans la dalle de béton; la valeur calculée est donc inadéquate. Il faut utiliser les équations (9.77) à (9.80) qui donnent respectivement (figure 9.26a) :

$$A_{ct} = \left(\frac{2000}{9,43} \right) (65) = 13\,786 \text{ mm}^2$$

$$I_{ct} = \frac{2000 (65)^3}{12 \times 9,43} = 4\,853\,747 \text{ mm}^4 = 4,85 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\bar{y} = \frac{(13\,786 \times 0,5 \times 65) + (4170 \times 314,5)}{(13\,786 + 4170)} = 98,0 \text{ mm}$$

$$I_t = (4,85 + 82,70) 10^6 + 13\,786 (98,0 - 32,5)^2 + 4170 (314,5 - 98,0)^2$$

$$I_t = (87,55 \times 10^6) + (59,15 \times 10^6) + (195,46 \times 10^6)$$

$$I_t = 342,16 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

De l'équation (9.82), on obtient :

$$I_e = I_s + 0,85 (0,52)^{0,25} (I_t - I_s)$$

$$I_e = 0,72 I_t + 0,28 I_s$$

$$I_e = 0,72 (342,16 \times 10^6) + 0,28 (82,70 \times 10^6)$$

$$I_e = 269,5 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Pour un chargement de longue durée ($m' = 18,86$) la surface de béton transformée en acier est plus petite (figure 9.26b). Donc, l'axe neutre élastique sera plus bas. Pour ce cas, on obtient :

$$A'_{ct} = 6893 \text{ mm}^2$$

$$I'_{ct} = 2\,426\,873 \text{ mm}^4 = 2,43 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\bar{y} = 138,8 \text{ mm}$$

$$I'_t = 291,75 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I'_e = 233,2 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Les valeurs calculées seront utilisées pour le calcul des flèches à l'exemple 9.8.

9.10.4 Flèches dues au retrait du béton

Le retrait du béton produit une contraction de la dalle et il en résulte une flèche supplémentaire de la poutre mixte. Le retrait du béton est proportionnel au temps et au rapport eau/ciment, et inversement proportionnel au pourcentage d'humidité du milieu ambiant et au rapport volume/surface de la dalle. La contraction unitaire libre du béton varie considérablement : $415 \times 10^{-6} \leq \epsilon \leq 1070 \times 10^{-6}$, selon la référence [9.11].

Considérons la poutre mixte montrée sur la figure 9.27. Après le début de l'action composite, le retrait de la dalle est gêné par la poutre d'acier, ce qui induit des contraintes. Autrement dit, à cause de la liaison dalle-poutre d'acier, le béton de la dalle ne peut pas se raccourcir librement. La dalle est donc tendue par l'effet de retenue de la poutre d'acier qui se trouve comprimée et fléchi par l'action de la dalle.

La flexion causée par le retrait gêné produit une flèche qu'on peut calculer si on parvient à évaluer l'effort de compression (C) et la position de son point d'application (\bar{e}). En effet, on admet que l'effet du retrait gêné est équivalent à une flexion uniforme de la poutre, d'où l'équation présentée sur la figure 9.27.

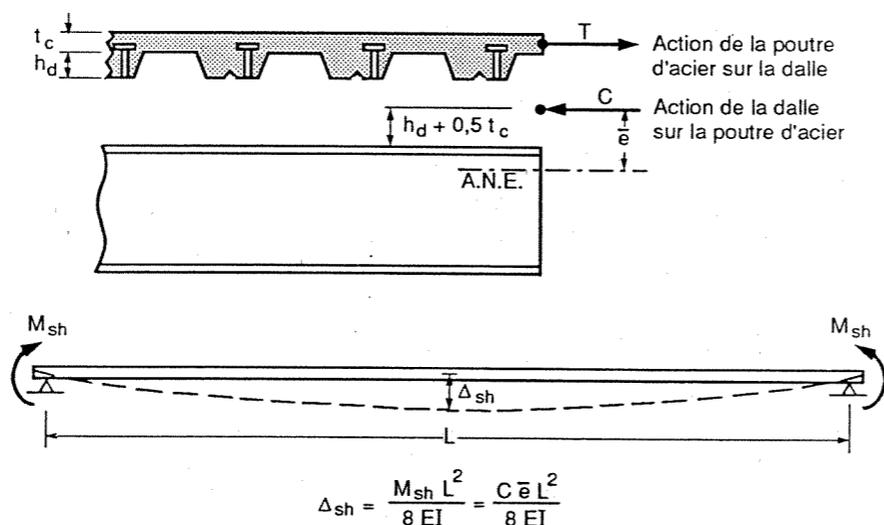


Fig. 9.27 - Effet du retrait gêné du béton.

Pour évaluer l'effort de compression et la position de son point d'application, on retient la méthode proposée dans la référence [9.1]. Une méthode plus "exacte" est suggérée dans la référence [9.11]. Toutefois, il convient de souligner que toute précision est illusoire lorsqu'il s'agit de calculer les flèches dues au fluage et au retrait du béton. Ces deux phénomènes dépendent d'un trop grand nombre de paramètres, impossibles à évaluer avec précision.

Selon la référence [9.1], il est possible d'obtenir un ordre de grandeur réaliste des flèches dues au retrait, avec les deux équations suivantes :

$$C = \varepsilon_{sh} E_c A_c \tag{9.85}$$

$$\bar{e} = \bar{y} - 0,5 t_c \tag{9.86}$$

Dans ces équations, E_c est le module élastique instantané du béton (obtenu de l'équation 9.6), A_c est la surface de béton effective égale à $b_e t_c$ (ou $b_e t$ pour

une dalle pleine), et \bar{y} est la position de l'axe neutre élastique obtenue avec $m = E/E_c$ et avec l'équation (9.75) ou (9.79). La distance \bar{y} est mesurée à partir du dessus de la dalle, tel qu'indiqué sur les figures 9.23 et 9.24.

En se basant sur des observations expérimentales, les auteurs de la référence [9.1] ont conclu que la valeur du raccourcissement unitaire causé par le retrait gêné du béton (ε_{sh}), à utiliser dans l'équation (9.85), était comprise dans l'intervalle suivant : $200 \times 10^{-6} \leq \varepsilon_{sh} \leq 300 \times 10^{-6}$. Si on introduit les équations (9.85) et (9.86) dans celle présentée sur la figure 9.27, on obtient :

$$\Delta_{sh} = \frac{\varepsilon_{sh} A_c (\bar{y} - 0,5 t_c) L^2}{8 m I_t} \tag{9.87}$$

Dans cette équation, I_t est le moment d'inertie de la section homogénéisée, obtenu de l'équation (9.76) ou (9.80), selon la position de l'axe neutre élastique. L'utilisation de l'équation (9.87) est illustrée à l'exemple 9.8.

9.10.5 Vibrations des planchers

Il faut vérifier les vibrations des planchers, que la dalle soit participante ou non participante. La méthode présentée ici s'applique dans les deux cas.

On a déjà souligné que l'action composite cause une augmentation significative de la résistance et de la rigidité flexionnelle d'une poutre d'acier. Par conséquent, les charpentes de planchers mixtes sont plus élancées que celles où la dalle ne participe pas à la résistance des poutres. Il en résulte que, pour un même arrangement géométrique des poutres principales et des poutres, la fréquence fondamentale d'un plancher mixte est plus faible et plus proche des fréquences des sollicitations dynamiques appliquées aux planchers de bâtiments (aussi appelées fréquences d'excitation). On rappelle que le phénomène de résonance se produit lorsque la fréquence d'excitation est égale ou presque égale à la fréquence fondamentale de la structure. Ce phénomène est caractérisé par une amplification des déformations dynamiques.

Les sollicitations dynamiques appliquées aux planchers de bâtiment peuvent produire deux types de vibrations : les vibrations continues et les vibrations transitoires. Les premières sont causées par les mouvements périodiques de machines ou de véhicules, et par certaines activités humaines rythmiques, telle la danse. Les vibrations transitoires sont généralement causées par les déplacements des occupants (circulation piétonne). Elles disparaissent d'autant plus rapidement que la capacité d'amortissement du plancher est grande.

La réponse d'un plancher à une sollicitation dynamique dépend du type d'excitation (continue ou transitoire), de la fréquence fondamentale du plancher et de sa capacité d'amortissement. Cette réponse, c'est-à-dire les vibrations du plancher, ne doit pas dépasser le seuil de tolérance des utilisateurs du bâtiment. Le seuil de tolérance est souvent exprimé en fonction de l'accélération maximale des vibrations résultant de la sollicitation dynamique.

Dans le texte qui suit, il ne sera question que des vibrations transitoires dues à la circulation des occupants d'un bâtiment. Ces vibrations doivent être

vérifiées pour les planchers mixtes ou non mixtes, ayant des portées entre 7 et 20 mètres et des fréquences fondamentales entre 4 et 15 hertz (1 hertz = 1 cycle par seconde). Quant aux vibrations continues, elles doivent généralement faire l'objet d'études spéciales. Ainsi, pour les planchers à longue portée, utilisés pour des activités humaines rythmiques, il est recommandé, dans la référence [9.13], de faire une analyse dynamique si la fréquence fondamentale du plancher est inférieure à 6 hertz. Selon la référence [9.2], ce type de plancher ne devrait pas avoir une fréquence fondamentale inférieure à 8 hertz.

Les critères de contrôle des vibrations transitoires d'un plancher, présentés dans la référence [9.2], sont exprimés en fonction de l'accélération maximale des vibrations résultant d'un coup de talon, de la fréquence fondamentale du plancher et de l'amortissement. Le coup de talon représente la sollicitation dynamique causée par une personne de poids normal qui se hisse sur le bout des pieds et se laisse tomber sur les talons.

L'abaque utilisé pour les calculs est présenté sur la figure 9.28. En ordonnée, on retrouve l'accélération maximale, en pourcentage de l'accélération gravitationnelle (% g), et en abscisse la fréquence fondamentale du plancher. Trois seuils de tolérance correspondant à une capacité d'amortissement de 3 %, 6 % et 12 % sont présentés sur l'abaque. Ainsi, le seuil de tolérance des vibrations transitoires correspond à une accélération maximale de ces vibrations égale à 5 % g, si la capacité d'amortissement est de 6 % et si la fréquence fondamentale du plancher se situe entre 1 et 8 hertz, fréquences pour lesquelles les personnes peuvent percevoir le plus facilement les vibrations. Pour des fréquences supérieures à 8 hertz, le seuil de tolérance augmente.

En utilisant l'abaque de la figure 9.28, on limite l'accélération des vibrations dues au coup de talon en fonction de l'amortissement. Selon la référence [9.14], l'abaque ne tient pas compte du couplage possible des harmoniques lors de la marche régulière des occupants d'un bâtiment (plusieurs coups de talon successifs). Il est donc possible qu'on abaisse les seuils de tolérance, ce qui signifie que, pour une même valeur de a_0 , il faudrait plus d'amortissement.

Pour utiliser l'abaque de la figure 9.28, il faut calculer la fréquence fondamentale du plancher, dénotée f , et l'accélération maximale des vibrations (a_0), ce qui donne l'abscisse et l'ordonnée d'un point sur l'abaque. En portant ce point sur le graphique on obtient le pourcentage d'amortissement *requis* en interpolant entre les seuils de tolérance. Par exemple, si les calculs ont donné $f = 7$ hertz et $a_0 = 6$ % g, il faut environ 7 % d'amortissement selon l'abaque. En effet, le seuil de tolérance d'une telle accélération se situe à ce niveau.

Le pourcentage d'amortissement *disponible* dans le plancher est plus difficile à évaluer que les paramètres f et a_0 . Il dépend du type de plancher et de la présence d'éléments comme les cloisons, les meubles, les canalisations, les faux plafonds et la finition des planchers. Pour un plancher avec dalle participante, faux plafonds, canalisations et finition de planchers (tuiles, tapis, etc.), le pourcentage d'amortissement est d'environ 5 %. Les cloisons peuvent faire augmenter de façon significative l'amortissement, particulièrement si elles sont espacées d'au plus 6 mètres et placées dans les deux directions (poutres et poutres principales). Dans de telles conditions, on peut ajouter 6 % à l'amortissement disponible, ce qui donne environ 11 % pour le plancher précédent.

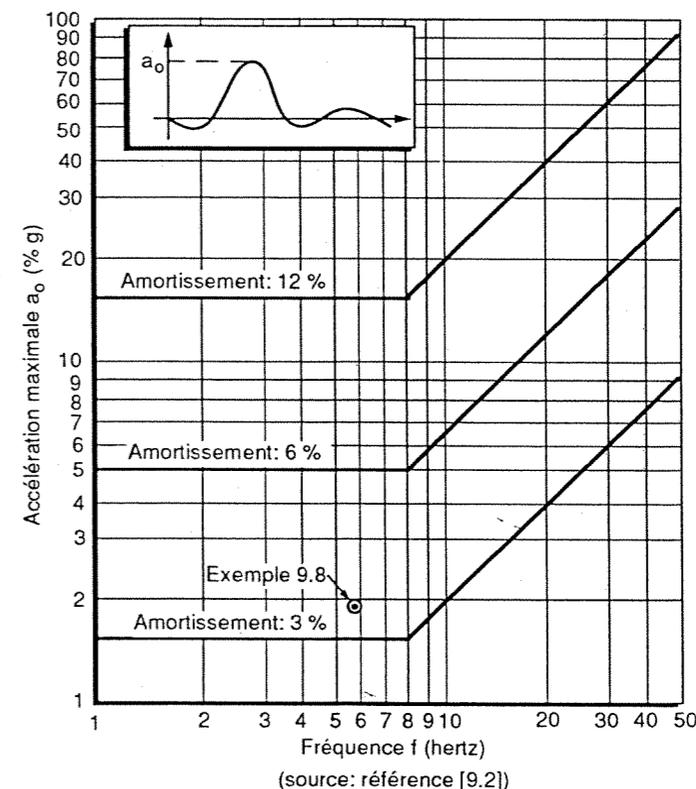


Fig. 9.28 - Seuils de tolérance des vibrations de planchers de bâtiments, dues à la circulation des occupants.

Pour déterminer la fréquence fondamentale d'un plancher (f), il faut d'abord calculer la fréquence des poutres, dénotée f_1 , et celle des poutres principales, dénotée f_2 . La fréquence f est égale à l'inverse de la racine carrée de la somme des inverses au carré des fréquences f_1 et f_2 (calcul similaire à celui d'une moyenne harmonique). On a donc les équations suivantes :

$$\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \tag{9.88}$$

$$f = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}}} \tag{9.89}$$

Les fréquences f_1 et f_2 sont données par :

$$f_1 \text{ ou } f_2 = 156 \sqrt{\frac{E I_T}{w L^4}} \tag{9.90}$$

Dans cette équation, L est la portée de la poutre ou de la poutre principale (mm), I_T est le moment d'inertie de la section homogénéisée (mm⁴), et w est le poids de la poutre ou de la poutre principale, incluant la dalle, en N/mm ($E = 200\,000$ MPa). Pour calculer I_T , on utilise les équations (9.75) et (9.76) ou (9.77) à (9.80), sauf qu'on utilise la largeur réelle de la dalle de béton (non pas la largeur efficace), égale à l'espacement des poutres ou des poutres principales. De plus, on calcule I_T à l'aide de ces équations même pour un plancher non composite. La largeur de la dalle utilisée pour le calcul de I_T est également celle utilisée pour évaluer w .

Pour un plancher mixte, la valeur de I_T est plus faible que celle d'un plancher non mixte parce que, dans ce dernier cas, les poutres d'acier sont plus profondes. D'autre part, la valeur de w est également plus faible pour un plancher mixte. L'influence combinée de ces deux paramètres dans l'équation (9.90) fait en sorte que la fréquence fondamentale d'un plancher mixte est plus faible, tel que mentionné précédemment.

L'accélération maximale résultant d'un coup de talon, en pourcentage de l'accélération gravitationnelle, est donnée par⁹² :

$$a_0 = \frac{60f}{qBL} \quad (9.91)$$

Dans cette équation, q est le poids total du plancher en kN/m² (poids propre + les charges permanentes additionnelles); le produit BL , en mètres carrés, est donné par l'équation suivante, si les fréquences des poutres et des poutres principales, f_1 et f_2 respectivement, sont semblables (du même ordre de grandeur) :

$$BL = \left(\frac{f}{f_1}\right)^2 B_1 L_1 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2 B_2 L_2 \quad (9.92)$$

Pour une poutre, B_1 est égal à $40 t_e$, où t_e est l'épaisseur équivalente de la dalle de béton, tenant compte des nervures ($t_e = \text{volume}/\text{surface}$ de la dalle, en mètre). Pour une poutre principale, B_2 est égal à la largeur de la dalle tributaire de cette poutre. Ainsi, pour l'arrangement géométrique des poutres principales et des poutres montré sur la figure 9.2a, B_2 est égal à la moyenne des valeurs de L_1 de chaque côté d'une poutre principale.

On peut calculer l'épaisseur équivalente de béton (t_e) en divisant le poids de la dalle au mètre carré par le poids du béton par mètre cube ($= 22,5$ kN/m³ pour du béton de densité normale). La poids de la dalle au mètre carré dépend des caractéristiques géométriques des tôles nervurées et de l'épaisseur de béton au-dessus des nervures. Cette valeur est généralement donnée dans les tables servant à choisir le coffrage en tôles nervurées.

Si les poutres s'appuient sur un élément très rigide, tel un mur, la fréquence f_1 est beaucoup plus faible que celle de l'élément support (f_2). Dans ce cas, $f = f_1$ et $BL = B_1 L_1$.

9.11 DIMENSIONNEMENT DES POUTRES MIXTES

La résistance pondérée en flexion d'une poutre mixte doit être plus grande ou égale au moment fléchissant maximal produit par la combinaison des charges pondérées la plus critique ($M_{rc} \geq M_f$). C'est la règle fondamentale du calcul aux états limites pour vérifier la sécurité, c'est-à-dire les états limites ultimes. On peut se servir de cette règle pour faire le choix de la section de la poutre mixte, quel que soit le mode de construction, car ce dernier n'a pas d'influence sur la résistance limite de la section mixte.

Même si, pour une construction sans étaielement, la section d'acier résiste seule à une partie des charges, la section demeure dans le domaine élastique sous la charge d'utilisation totale (équation 9.4 vérifiée). Le comportement de la poutre mixte, lorsqu'on augmente le chargement au-delà de la charge d'utilisation totale jusqu'à la charge ultime, est semblable à celui d'une poutre mixte étayée, parce qu'en sortant du domaine élastique il y a redistribution des contraintes sur la section. Si la résistance limite en flexion de la section mixte est basée sur une distribution plastique ou élasto-plastique des contraintes, l'effet du mode de construction est éliminé par la redistribution des contraintes, ce qui a été vérifié expérimentalement pour une distribution plastique (figures 9.16, 9.17 et 9.18).

Pour le choix de la section mixte, on calcule d'abord le moment fléchissant maximal produit dans la poutre par les charges pondérées (M_f). Si des tables comme celles présentées dans les références [9.1] et [9.7] sont disponibles, le choix de la section mixte est très simple puisqu'il suffit de choisir dans ces tables une section telle que $M_{rc} \geq M_f$. Ces tables donnent la résistance pondérée en flexion d'un grand nombre de sections mixtes, pour un coffrage plat (dalle pleine) ou pour un coffrage en tôles nervurées ($h_d = 38$ ou 75 mm), pour différentes épaisseurs de la dalle de béton, pour divers degrés de connexion au cisaillement et pour diverses largeurs efficaces de la dalle. La largeur efficace de la dalle est un paramètre connu qui dépend de l'arrangement géométrique des poutres principales et des poutres (voir la figure 9.8). En plus de faciliter le choix de la section mixte, l'utilisation de tables permet de comparer les résistances en flexion pour diverses valeurs des principaux paramètres du dimensionnement.

Lorsqu'un premier choix de section a été fait, on peut procéder à l'analyse qui comprend les huit vérifications suivantes :

- vérification de la résistance pondérée en flexion de la section d'acier avant l'action composite, si la poutre n'est pas étayée (voir à ce sujet la sous-section 9.1.3);
- vérification de la résistance pondérée à l'effort tranchant ($V_r \geq V_f$; voir la sous-section 7.8.1);
- vérification du cisaillement longitudinal de la dalle (voir la section 9.8);
- vérification de l'équation (9.4) si la poutre n'est pas étayée;
- vérification des flèches de la poutre d'acier avant l'action composite, si la poutre n'est pas étayée;

- vérification des flèches de la poutre mixte dues à la charge permanente et à la surcharge de longue durée;
- vérification des flèches de la poutre mixte dues à la surcharge de courte durée;
- vérification des vibrations du plancher.

Les trois premières vérifications concernent les états limites ultimes, alors que les cinq dernières concernent les états limites d'utilisation. Pour faire ces vérifications, il est très important de bien identifier les charges suivantes :

- surcharges de construction durant l'installation du coffrage;
- surcharges de construction durant la coulée de la dalle;
- charges permanentes agissant avant l'action composite;
- charges permanentes sollicitant la section composite;
- surcharge d'exploitation de courte durée;
- surcharge d'exploitation de longue durée.

Ces charges permettent de calculer les moments fléchissants suivants, à la section critique de la poutre d'acier et de la poutre mixte :

- moment dû à toutes les charges permanentes pondérées et à la surcharge d'exploitation pondérée totale (M_f pour le choix de la section mixte, tel qu'expliqué précédemment);
- moment dû aux charges pondérées sollicitant la poutre d'acier durant l'installation du coffrage (M_{f1});
- moment dû aux charges pondérées sollicitant la poutre d'acier durant la coulée de la dalle (M_{f2});
- moment dû aux charges d'utilisation sollicitant la poutre d'acier (M_s);
- moment dû aux charges d'utilisation sollicitant la poutre mixte (M_c).

Les moments fléchissants M_{f1} et M_{f2} servent à vérifier la section d'acier (première des huit vérifications énumérées précédemment). Les moments M_s et M_c servent à vérifier l'équation (9.4). Ces deux vérifications ne sont nécessaires que si la poutre n'est pas étayée lors de la coulée de la dalle de béton.

EXEMPLE 9.8

Dans le bâtiment de l'exemple 3.3 (section 3.6), la dalle en béton armé participe à la résistance en flexion des poutres de 8 mètres de longueur aux niveaux 2 et 3. Ces poutres sont espacées de 2,83 m, tel que montré sur les figures 3.15 et 9.29. La charge permanente totale est égale à 4,0 kN/m² et la surcharge à 2,5 kN/m². Tel qu'indiqué sur la figure 9.29, pour certaines poutres il faut considérer la présence temporaire d'une surcharge concentrée de 10 kN

au centre de la poutre. Il s'agit de faire le dimensionnement et l'analyse de ces poutres qui ne sont pas étayées lors de la coulée de la dalle. La nuance d'acier utilisée est G40.21M-300W.

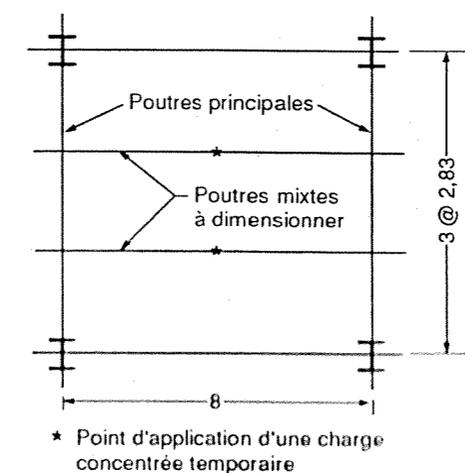


Fig. 9.29 - Arrangement géométrique de la charpente de plancher de l'exemple 9.8.

Pour résumer la théorie présentée dans ce chapitre, les points qui suivent feront l'objet de calculs.

a) Choix de la section mixte

Les poutres sont simplement appuyées et on a choisi un coffrage en tôles nervurées de 75 mm de hauteur et une dalle de béton de 65 mm d'épaisseur ($h_d = 75$ mm, $t_c = 65$ mm). Les nervures du coffrage sont perpendiculaires aux poutres. Le béton a une résistance en compression de 20 MPa et sa masse volumique est égale à 2300 kg/m³ (densité normale). Le diamètre et la hauteur des goujons sont respectivement égaux à 19 mm et 115 mm.

b) Vérification de la section d'acier

Pendant l'installation du coffrage, les poutres d'acier ne sont supportées latéralement qu'aux appuis. La charge permanente est alors égale à 0,20 kN/m² (coffrages + poutres d'acier) et la surcharge de construction est égale à 0,50 kN/m². Pendant la coulée de la dalle, les poutres d'acier sont supportées latéralement mais elles ne sont pas étayées. La charge permanente est alors égale à 2,4 kN/m² (coffrages + poutres d'acier + dalle de béton) et la surcharge de construction à 1,0 kN/m². Les charges de construction ont été obtenues de la référence [9.1].

c) Vérification de l'équation (9.4)

Compte tenu de la méthode de calcul des effets du fluage présentée à la sous-section 9.10.3, il est possible de diviser le deuxième terme de l'équation (9.4) en deux parties pour tenir compte des charges de courte et de longue durée sollicitant la poutre mixte. On obtient alors :

$$\sigma = \frac{M_s}{S_s} + \frac{M_{c1}}{S_e} + \frac{M_{c2}}{S'_e} \leq 0,90 F_y \quad (9.93)$$

Dans cette équation, M_{c1} est le moment fléchissant dû aux charges d'utilisation de courte durée sollicitant la poutre mixte et M_{c2} est sa contrepartie pour les charges de longue durée ($M_c = M_{c1} + M_{c2}$). Le paramètre S'_e est le module effectif de la section mixte, approprié à un chargement de longue durée. Les autres paramètres ont été définis à la sous-section 9.1.3.

Étant donné que, dans la référence [9.2], il n'est tenu compte du fluage que dans le calcul des flèches, et de façon arbitraire (augmentation de 15 %), il n'était pas possible de préciser comment tenir compte du fluage dans l'équation (9.4).

d) Calcul des flèches

Pour le calcul des flèches, il faut distinguer les charges suivantes : 1) charge permanente agissant avant l'action composite = coffrages + poutres d'acier + dalle de béton = 2,4 kN/m²; 2) charge permanente sollicitant la section mixte = finition de plancher, cloisons, etc. = 4,0 - 2,4 = 1,6 kN/m²; 3) surcharge de longue durée : (hypothèse : 30 % de la surcharge de 2,5 kN/m² est de longue durée) = 0,30 x 2,5 = 0,75 kN/m²; 4) surcharge de courte durée : surcharge uniforme = 0,70 x 2,5 = 1,75 kN/m² et surcharge concentrée = 10 kN

e) Vérification des vibrations

Les calculs présentés ont pour but d'illustrer l'utilisation des équations de la sous-section 9.10.5.

Solution

a) Choix de la section mixte

La poutre mixte à dimensionner est simplement appuyée et elle a une portée de 8 mètres (figure 9.29). Le moment fléchissant au centre de la poutre, dû à la charge pondérée totale, est égal à :

$$M_f = \frac{1,25(4,0 \times 2,83)^2}{8} + \frac{1,5(2,5 \times 2,83)^2}{8} + \frac{1,5 \times 10 \times 8}{4} = 228 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Selon la figure 9.8, la largeur efficace de la dalle de béton est égale à :

$$b_e \leq 0,25 \times 8000 = 2000 \text{ mm}$$

$$b_e \leq 2830 \text{ mm}$$

$$\text{On a donc : } b_e = 2000 \text{ mm}$$

Avec la valeur de M_f et avec les paramètres b_e , h_d , t_c et f'_c dont les valeurs sont connues, on peut choisir une section dans des tables comme celles des références [9.1] et [9.7]. Toutefois, compte tenu des données de l'exemple 9.3 et des résultats obtenus, nous allons choisir la section W360x33.

Avec $b_e = 2000 \text{ mm}$, $h_d = 75 \text{ mm}$, $t_c = 65 \text{ mm}$ et $f'_c = 20 \text{ MPa}$, on a obtenu à l'exemple 9.3 pour la section W360x33 et pour un degré de connexion au cisaillement de 52 %, le résultat suivant :

$$M_{rc} = 268 \text{ kN} \cdot \text{m} > M_f = 228 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Cette résistance en flexion a été obtenue avec 9 goujons entre le centre de la poutre et un appui, soit un total de 18 goujons sur toute la longueur de la poutre, ce qui donne $\alpha = 0,52$. Les goujons ont un diamètre de 19 mm.

On peut vérifier les élancements avec les équations (9.1) et (9.2) :

$$\frac{L}{d} = \frac{8000}{349} = 23 < 30$$

$$\frac{L}{d + t_o} = \frac{8000}{349 + 75 + 65} = 16,4 < 24$$

b) Vérification de la section d'acier

Pendant l'installation des coffrages, alors que la poutre d'acier n'est supportée latéralement qu'aux appuis et qu'elle supporte les charges identifiées précédemment, le moment fléchissant pondéré est égal à :

$$M_{f1} = \frac{1,25(0,20 \times 2,83)^2}{8} + \frac{1,5(0,50 \times 2,83)^2}{8} = 22,7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Pendant la coulée de la dalle, l'aile en compression de la poutre d'acier est supportée latéralement (voir les explications à ce sujet à la sous-section 9.1.3). Compte tenu des charges identifiées précédemment, la poutre d'acier doit alors résister au moment de flexion suivant :

$$M_{f2} = \frac{1,25(2,4 \times 2,83)^2}{8} + \frac{1,5(1,0 \times 2,83)^2}{8} = 102 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Selon les tables de la référence [9.7], pour un support latéral complet, la section W360x33 a une résistance pondérée en flexion égale à 146 kN·m, ce qui est supérieur à 102 kN·m. Dans la même table, on note que, pour une longueur sans support latéral de 8000 mm, la résistance pondérée en flexion est égale à 25,9 kN·m, ce qui est supérieur à 22,7 kN·m.

L'effort tranchant à un appui, dû à la charge pondérée totale, est égal à :

$$V_f = \frac{1,25(4,0 \times 2,83)^2}{2} + \frac{1,5(2,5 \times 2,83)^2}{2} + \frac{1,5 \times 10}{2} = 107 \text{ kN}$$

L'élancement de l'âme de la section W360x33 satisfait la limite définie par l'équation (7.82), soit $h/w = 332/5,8 = 57,2 < 58,6$. La résistance pondérée à l'effort tranchant de cette section est donc donnée par l'équation (7.83).

$$V_r = 0,66 \phi A_w F_y = 0,66 \times 0,9 \times 349 \times 5,8 \times 0,300 = 361 \text{ kN} > V_f = 107 \text{ kN}$$

c) Vérification de l'équation (9.4)

Pour la vérification de l'équation (9.4), ou de l'équation (9.93) qui tient compte du fluage, on a besoin des moments de flexion suivants, calculés avec les charges identifiées précédemment.

Le moment dû aux charges d'utilisation sollicitant la poutre d'acier est égal à :

$$M_s = \frac{(2,4 \times 2,83)8^2}{8} = 54,4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Le moment dû aux charges d'utilisation de courte durée, sollicitant la poutre mixte, est égal à :

$$M_{c1} = \frac{(1,75 \times 2,83)8^2}{8} + \frac{10 \times 8}{4} = 59,6 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Le moment dû aux charges d'utilisation de longue durée, sollicitant la poutre mixte est donné par :

$$M_{c2} = \frac{(1,6 \times 2,83)8^2}{8} + \frac{(0,75 \times 2,83)8^2}{8} = 53,2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_c = M_{c1} + M_{c2} = 113 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Pour utiliser l'équation (9.93), il faut calculer les modules effectifs de la section mixte (S_e et S'_e) à partir des modules de la section homogénéisée (S_i et S'_i) et de l'équation (9.83).

Le module élastique du béton, obtenu de l'équation (9.6), est égal à 21 210 MPa, ce qui donne le coefficient d'équivalence suivant, pour un chargement de courte durée : $m = 200\,000/21\,210 = 9,43$. Pour un chargement de longue durée, on utilise le coefficient d'équivalence suivant : $m' = 2m = 18,86$. Pour ces deux valeurs du coefficient d'équivalence, pour $b_e = 2000$ mm et pour la section d'acier W360x33, on a déjà calculé, à l'exemple 9.7, les moments d'inertie de la section homogénéisée (I_i et I'_i). Nous utiliserons donc ces résultats (voir la figure 9.26).

Pour un chargement de courte durée, on a obtenu $\bar{y} = 98,0$ mm et $I_i = 342,2 \times 10^6$ mm⁴ (figure 9.26a). Avec ces résultats, l'équation (9.81) donne :

$$S_i = \frac{342,2 \times 10^6}{(349 + 75 + 65 - 98)} = 875,2 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

De l'équation (9.83), on obtient :

$$S_e = S_s + 0,85(0,52)^{0,25} (S_i - S_s) = 0,72 S_i + 0,28 S_s$$

$$S_e = 0,72 (875,2 \times 10^3) + 0,28 (474 \times 10^3)$$

$$S_e = 762,9 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

Pour un chargement de longue durée (figure 9.26b), on a obtenu les résultats suivants : $\bar{y} = 138,8$ mm et $I'_i = 291,8 \times 10^6$ mm⁴. Avec ces résultats, l'équation (9.81) donne :

$$S'_i = \frac{291,8 \times 10^6}{(349 + 75 + 65 - 138,8)} = 833,2 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

De l'équation (9.83), on obtient :

$$S'_e = 0,72 (833,2 \times 10^3) + 0,28 (474 \times 10^3)$$

$$S'_e = 732,6 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

Finalement, l'équation (9.93) donne :

$$\sigma = \frac{54,4 \times 10^6}{474 \times 10^3} + \frac{59,6 \times 10^6}{762,9 \times 10^3} + \frac{53,2 \times 10^6}{732,6 \times 10^3}$$

$$\sigma = 114,8 + 78,1 + 72,6 = 265,5 \text{ MPa} < 0,90 F_y = 270 \text{ MPa}$$

Si on ne tient pas compte du fluage, l'équation (9.4) donne :

$$\sigma = \frac{54,4 \times 10^6}{474 \times 10^3} + \frac{(59,6 + 53,2)10^6}{762,9 \times 10^3}$$

$$\sigma = 114,8 + 147,9 = 262,7 \text{ MPa} < 0,90 F_y = 270 \text{ MPa}$$

La contrainte dans les fibres extrêmes de la section d'acier, sous la charge d'utilisation totale, est donc inférieure à la limite permise. On peut donc couler la dalle de béton sans étais.

d) Calculs des flèches

Les moments d'inertie effectifs de la section mixte, calculés à l'exemple 9.7, sont égaux à $I_e = 269,5 \times 10^6$ mm⁴ et $I'_e = 233,2 \times 10^6$ mm⁴. Le moment d'inertie de la section d'acier seule est égal à : $I_s = 82,7 \times 10^6$ mm⁴.

La charge permanente agissant avant l'action composite (2,4 kN/m²) cause la flèche suivante au centre de la poutre d'acier :

$$\Delta_D = \frac{5 w L^4}{384 E I_s} = \frac{5 \times 2,4 \times 2,83 \times (8000)^4}{384 \times 200\,000 \times 82,7 \times 10^6} = 21,9 \text{ mm}$$

Le chargement de longue durée sollicitant la poutre mixte (1,6 + 0,75 = 2,35 kN/m²) cause la flèche suivante au centre de la poutre :

$$\Delta_D' = \frac{5wL^4}{384EI_e'} = \frac{5 \times 2,35 \times 2,83 \times (8000)^4}{384 \times 200\,000 \times 233,2 \times 10^6} = 7,6 \text{ mm}$$

Selon la référence [9.2], cette dernière flèche est égale à :

$$\Delta_D' = \left[\frac{5 \times 2,35 \times 2,83 \times (8000)^4}{384 \times 200\,000 \times 269,5 \times 10^6} \right] 1,15 = 7,6 \text{ mm}$$

Le chargement de courte durée sollicitant la poutre mixte (1,75 kN/m² et 10 kN) cause la flèche suivante au centre de la poutre :

$$\Delta_L = \frac{5wL^4}{384EI_e} + \frac{PL^3}{48EI_e}$$

$$\Delta_L = \frac{5 \times 1,75 \times 2,83 \times (8000)^4}{384 \times 200\,000 \times 269,5 \times 10^6} + \frac{10 \times 10^3 (8000)^3}{48 \times 200\,000 \times 269,5 \times 10^6}$$

$$\Delta_L = 4,9 + 2,0 = 6,9 \text{ mm}$$

La flèche due au retrait peut être évaluée avec l'équation (9.87). Les paramètres de cette équation ont déjà été évalués (figure 9.26a). Il ne reste qu'à supposer une valeur du raccourcissement unitaire de la dalle causé par le retrait gêné du béton (ϵ_{sh}). On a donc les valeurs suivantes :

$$\epsilon_{sh} = 250 \times 10^{-6}$$

$$m = 9,43$$

$$\bar{y} = 98,0 \text{ mm}$$

$$I_t = 342,2 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$A_c = b_e t_c = 2000 \times 65 = 130\,000 \text{ mm}^2$$

Avec ces valeurs, on obtient de l'équation (9.87) :

$$\Delta_{sh} = \frac{250 \times 10^{-6} \times 130\,000 (98 - 32,5) (8000)^2}{8 \times 9,43 \times 342,2 \times 10^6}$$

$$\Delta_{sh} = 5,3 \text{ mm}$$

Selon les calculs qui précèdent, la flèche permanente totale devient, à long terme, égale à 34,8 mm (21,9 + 7,6 + 5,3). Pour compenser partiellement cette flèche, on suggère une cambrure de 25 mm. Quant à la flèche instantanée, égale à 6,9 mm, elle est très faible à cause de la grande rigidité des poutres mixtes.

Comme les flèches calculées sont celles de poutres qui s'appuient sur des poutres principales (figure 9.29), il faut tenir compte des flèches des poutres principales, tel qu'expliqué à l'exemple 7.20.

e) Vérification des vibrations du plancher

Pour la vérification des vibrations, on calcule d'abord la fréquence fondamentale du plancher qui dépend de la fréquence des poutres (f_1) et de celle des poutres principales (f_2), évaluées avec l'équation (9.90).

Pour une poutre, la largeur réelle de la dalle est égale à 2830 mm, ce qui donne une largeur transformée de 300 mm (2380/9,43). Pour une poutre principale, la largeur réelle de la dalle est égale à 8000 mm (voir la figure 9.29), ce qui donne une largeur transformée de 848 mm.

On calcule le moment d'inertie de la section homogénéisée (I_T) avec les équations (9.75) et (9.76) ou (9.77) à (9.80), en remplaçant dans ces équations la largeur efficace de la dalle (b_e) par la largeur réelle. Les calculs sont tout-à-fait semblables à ceux de l'exemple 9.7.

Le lecteur peut vérifier que, pour une poutre dont la section d'acier est le profilé W360x33 et pour une dalle de béton dont les caractéristiques sont celles de cet exemple ($h_d = 75 \text{ mm}$ et $t_c = 65 \text{ mm}$), on obtient :

$$I_T = 362,8 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$w = 2,4 \times 2,83 = 6,79 \text{ kN/m} = 6,79 \text{ N/mm}$$

On obtient donc, de l'équation (9.90) :

$$f_1 = 156 \sqrt{\frac{200\,000 \times 362,8 \times 10^6}{6,79 \times (8000)^4}} = 8,0 \text{ hertz}$$

Pour les poutres principales, la section d'acier n'est pas connue. Il n'est donc pas possible de calculer I_T . Nous allons supposer que $f_2 = 8,5 \text{ hertz}$, ce qui est une valeur réaliste.

De l'équation (9.89), on obtient :

$$f = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(8,0)^2} + \frac{1}{(8,5)^2}}} = 5,8 \text{ hertz}$$

La suite des calculs concerne l'évaluation de l'accélération (a_0) à l'aide des équations (9.91) et (9.92).

Selon les données du problème, le poids de la dalle de béton est égal à 2,2 kN/m² (coffrages + poutre d'acier + dalle = 2,4 kN/m²; coffrages + poutre d'acier = 0,2 kN/m²). Sachant que le béton est de densité normale (masse = 2300 kg/m³; poids = 22,5 kN/m³), on peut évaluer l'épaisseur équivalente de béton de la façon suivante :

$$t_e = \frac{2,2}{22,5} = 0,098 \text{ m}$$

$$B_1 = 40 t_e = 40 \times 0,098 = 3,92 \text{ m}$$

Les autres paramètres de l'équation (9.92) ont les valeurs suivantes : $L_1 = 8 \text{ m}$, $B_2 = 8 \text{ m}$, $L_2 = 8,5 \text{ m}$. De cette équation, on obtient :

$$BL = \left(\frac{5,8}{8,0}\right)^2 (3,92 \times 8) + \left(\frac{5,8}{8,5}\right)^2 (8 \times 8,5) = 48,1 \text{ m}^2$$

Selon les données du problème, la valeur du paramètre q de l'équation (9.91) est égale à $4,0 \text{ kN/m}^2$. Cette équation donne donc :

$$a_o = \frac{60 \times 5,8}{4,0 \times 48,1} = 1,8 \% g$$

Le point (f, a_o), où $f = 5,8$ hertz et $a_o = 1,8 \% g$, est indiqué sur la figure 9.28. On constate que le pourcentage d'amortissement requis est d'environ 4 %. Le pourcentage d'amortissement disponible est d'environ 5 % pour un plancher mixte, en tenant compte du faux plafond, des canalisations mécaniques et du revêtement de plancher (cloisons non incluses).

En conclusion, on remarque que tous les états limites ultimes et tous les états limites d'utilisation sont satisfaits par la section W360x33 et la dalle de béton de 65 mm d'épaisseur, coulée sans étaieement sur un coffrage en tôles nervurées de 75 mm de hauteur et reliée à la poutre d'acier par 18 goujons espacés uniformément entre les appuis. Les états limites les plus critiques sont la résistance en flexion de la poutre d'acier seule (partie b des calculs) et la vérification de l'équation (9.4) pour une construction sans étaieement (partie c des calculs).

9.12 INTRODUCTION AU CALCUL DES CHARPENTES DE PLANCHERS ALVÉOLÉES

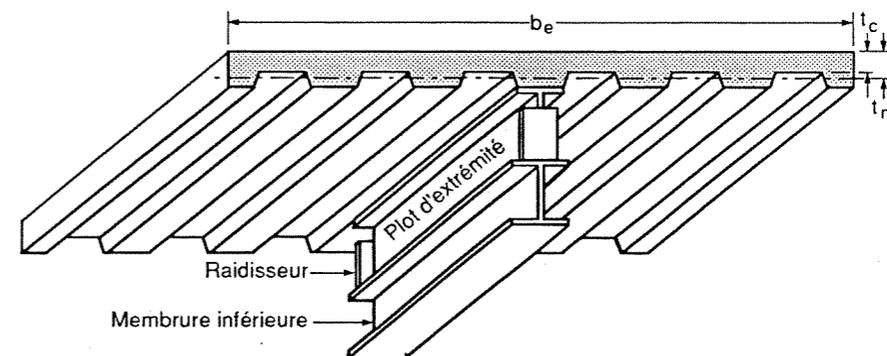
9.12.1 Généralités

Les charpentes de planchers alvéolées ont été décrites à la section 1.6 (figure 1.20) et à la sous-section 9.1.2 (figures 9.3 et 9.4). Ce type de charpente de plancher mixte permet une intégration facile de la mécanique du bâtiment à la charpente.

Les poutres principales de ce type de plancher ont un comportement similaire à un treillis Vierendeel dont la membrure supérieure est constituée d'une dalle en béton coulée sur un coffrage en tôles nervurées et dont la membrure inférieure est constituée d'un profilé en acier. Pour obtenir l'effet Vierendeel, ces deux membrures doivent être reliées adéquatement. Ce sont les plots de solidarisation qui assurent cette liaison. Ces plots sont reliés à la dalle de béton par des goujons et ils sont soudés sur la membrure inférieure de la poutre Vierendeel (figure 9.3). L'arrangement géométrique des plots est illustré sur la figure 9.4.

Dans le texte qui suit, il ne sera pas question de l'autre composante de ce type de plancher, c'est-à-dire les poutres qui sont perpendiculaires aux poutres Vierendeel et qui s'appuient sur la membrure inférieure (figures 9.3 et 9.4). La seule particularité de ces poutres, c'est leur arrangement selon le système structural Gerber (figure 1.20b). Si ces poutres sont mixtes, le dimensionnement et l'analyse ne présentent pas de difficultés particulières comparés aux poutres des charpentes de planchers conventionnelles (calculs similaires). Il n'est donc pas nécessaire d'en discuter davantage.

Le comportement des poutres Vierendeel est cependant assez différent des autres poutres mixtes. La seule similitude concerne la largeur efficace de la dalle. Tel qu'indiqué sur la figure 9.30, les limites usuelles s'appliquent à la dalle de béton d'une poutre Vierendeel. Toutefois, la similitude s'arrête là. En effet, l'action composite est essentielle pour les poutres Vierendeel, ce qui n'est pas le cas pour les autres poutres où la dalle peut être non participante. De plus, les poutres Vierendeel doivent être étayées lors de la construction, tel qu'expliqué à la sous-section 9.1.3, et l'action composite doit être totale. En outre, les goujons reliant les plots de solidarisation à la dalle de béton *ne sont pas uniformément répartis* entre les plots intérieurs et les plots d'extrémité (voir la figure 9.4). Il y a beaucoup plus de goujons sur les plots d'extrémité parce qu'il y a plus d'effort dans la dalle entre ces plots et l'extrémité de la poutre. Enfin, la membrure supérieure d'une poutre Vierendeel est comprimée et fléchie alors que la membrure inférieure est tendue et fléchie. Quant aux plots, les essais en laboratoire ont clairement démontré que l'âme des plots d'extrémité doit être raidie. Des plaques de raidissement sont donc soudées aux extrémités de ces plots, tel qu'indiqué sur la figure 9.30.



Notes: - Les limites de b_e sont définies sur la figure 9.8.
- Pour le calcul de t_m , voir la figure 9.6.

Fig. 9.30 - Composantes d'une poutre Vierendeel.

Compte tenu de ces différences fondamentales dans le comportement des poutres Vierendeel, l'étude de ces poutres nécessite un traitement plus approfondi que celui présenté ici. Le lecteur doit considérer les deux sous-sections

suivantes comme une introduction sur le sujet. La référence [9.1] contient plus d'informations, incluant des tables fort utiles pour le dimensionnement et l'analyse des poutres Viereendeel. Quant à la référence [9.15], elle contient les résultats d'une étude paramétrique intéressante sur les poutres Viereendeel des charpentes de plancher mixtes alvéolées.

9.12.2 Dimensionnement d'une poutre Viereendeel

Le dimensionnement d'une charpente de plancher mixte alvéolée débute par le choix du coffrage et de l'épaisseur de la dalle de béton. On choisit généralement un coffrage à nervures larges ($w_d \geq 2h_d$; figure 9.6) dont la hauteur (h_d) est égale à 75 mm. L'épaisseur de béton au-dessus des nervures du coffrage (t_c) est égale à 75 mm pour du béton de densité normale et à 85 mm pour du béton léger. De plus, $f'_c \geq 25$ MPa.

On procède ensuite au dimensionnement des poutres qui s'appuient sur la membrure inférieure de la poutre Viereendeel. Tel que mentionné précédemment, si ces poutres sont mixtes, le dimensionnement est similaire à celui des poutres d'une charpente de plancher mixte conventionnelle. Comme l'indique la figure 9.3, la section des poutres se situe généralement dans les séries W310 à W460. Pour les plots de solidarisation, on choisit la même section que celle des poutres, pour obtenir la même profondeur (paramètre d sur la figure 9.3).

À cette étape du dimensionnement, les composantes de la poutre Viereendeel sont presque toutes connues, sauf la section de la membrure inférieure, déterminée de la façon suivante.

On calcule d'abord le moment fléchissant au centre de la poutre Viereendeel, dénoté M_f , en considérant les charges transmises par les poutres (figure 9.31a). Comme les nervures du coffrage sont parallèles à la poutre Viereendeel, l'épaisseur efficace de la dalle de béton est égale à l'épaisseur moyenne (t_m). La deuxième étape des calculs consiste donc à déterminer l'épaisseur moyenne de béton, tel qu'expliqué à la sous-section 9.2.1. Il s'agit ensuite de déterminer la profondeur efficace de la poutre Viereendeel (paramètre d_e identifié sur la figure 9.31b). Cette profondeur est égale à :

$$d_e = 0,5 d_i + d + h_d + t_c - 0,5 t_m \tag{9.94}$$

Dans cette équation, seul le paramètre d_i n'est pas connu. Il représente la profondeur de la membrure inférieure. Comme la section de cette membrure se situe généralement dans les séries W310 à W360, on peut supposer une valeur réaliste du paramètre d_i (exemple : $d_i = 340$ mm).

On peut maintenant estimer l'effort de traction dans la membrure inférieure, donné par :

$$T_f = \frac{M_f}{d_e} \tag{9.95}$$

La dernière étape des calculs de dimensionnement de la poutre Viereendeel consiste à choisir la section de la membrure inférieure à l'aide de l'équation suivante :

$$A_s \geq \frac{1,35 T_f}{\phi F_y} \tag{9.96}$$

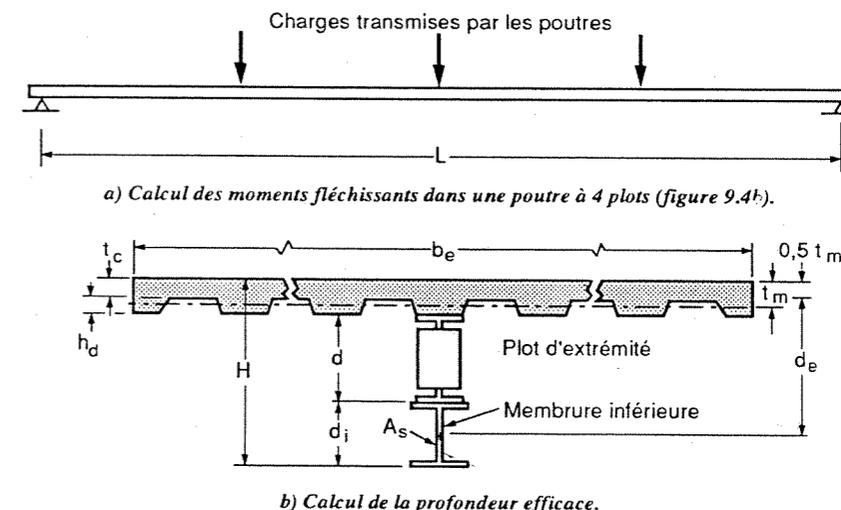


Fig. 9.31 - Dimensionnement de la membrure inférieure.

Tel que mentionné précédemment, la membrure inférieure est tendue et fléchie. Pour tenir compte de la flexion, on augmente de 35 % l'effort de traction pondéré dans cette membrure.

Après le choix de la section de la membrure inférieure, la profondeur totale de la poutre Viereendeel est connue (paramètre H). L'élanement de la poutre (L/H) est généralement compris entre les limites définies par l'équation (9.3). Cet élanement est relativement faible de sorte que la poutre Viereendeel est très rigide.

Du fait que l'élanement soit faible, il ne faut pas conclure que la profondeur totale du plancher, incluant faux plafond et finition de plancher, est plus grande que celle d'une charpente de plancher mixte conventionnelle. En effet, compte tenu des alvéoles, la mécanique du bâtiment est incluse dans la profondeur H (voir la figure 1.20a), de sorte que la profondeur totale du plancher d'une charpente alvéolée est plus faible que celle d'une charpente de plancher mixte conventionnelle (pour des portées semblables).

9.12.3 Analyse du comportement d'une poutre Vierendeel

Lorsque toutes les composantes de la poutre Vierendeel sont connues, il s'agit d'en faire l'analyse pour déterminer les efforts de flexion, compression et traction dans les membrures. Il faut préalablement calculer la valeur réelle de d_e avec l'équation (9.94). Il faut également calculer les deux propriétés suivantes de la membrure supérieure : A_{ct} , l'aire de la surface de béton transformée en acier, et I_{ct} , le moment d'inertie de cette surface par rapport à son centre de gravité. On utilise les équations suivantes, similaires à (9.77) et (9.78) :

$$A_{ct} = \frac{b_e t_m}{m} \tag{9.97}$$

$$I_{ct} = \frac{b_e t_m^3}{12m} \tag{9.98}$$

Dans ces équations, m représente le coefficient d'équivalence acier-béton ($m = E/E_c$).

Dans la référence [9.1], trois modèles d'analyse de poutres alvéolées sont présentés. Le premier est un modèle simplifié isostatique. Les deux autres nécessitent l'emploi d'un programme d'ordinateur. Après avoir remplacé les plots de solidarisation et les poutres par des barres verticales liées rigidement aux membrures inférieure et supérieure de la poutre Vierendeel, on analyse le système sur ordinateur comme un cadre plan.

Dans un exemple de calcul présenté dans la référence [9.1], on compare les résultats obtenus avec les trois modèles d'analyse. Pour l'exemple traité, le modèle simplifié isostatique s'est avéré très précis. Dans le texte qui suit, nous ne présentons que le modèle simplifié. Avec ce modèle, on détermine les efforts qui permettent de :

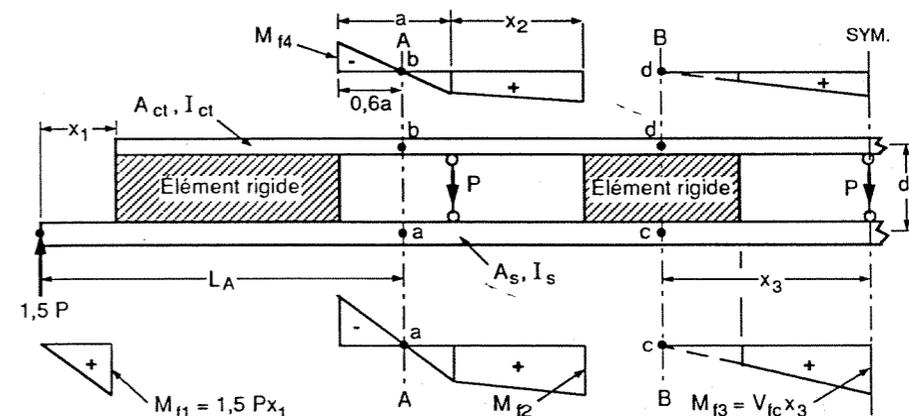
- vérifier la résistance des membrures supérieure et inférieure;
- calculer les goujons qui relient les plots de solidarisation à la dalle de béton;
- calculer la soudure qui relie les plots à la membrure inférieure;
- vérifier le cisaillement longitudinal de la dalle, tel qu'expliqué à la section 9.8;
- calculer les plaques de raidissement aux extrémités des plots d'extrémité (figures 9.30 et 9.31).

À noter que, pour utiliser les deux modèles sur ordinateur, les plaques de raidissement des plots d'extrémité doivent être connues. En effet, lorsque ces plots sont remplacés par des barres verticales liées rigidement aux membrures supérieure et inférieure, il faut tenir compte des plaques de raidissement dans l'évaluation de l'aire et de l'inertie de ces barres. Il est donc utile d'utiliser le modèle simplifié avant l'un ou l'autre des modèles sur ordinateur.

Le modèle d'analyse simplifié, pour une poutre alvéolée à quatre plots, est montré sur la figure 9.32. Les plots de solidarisation sont représentés par des éléments rigides et les poutres par des bielles (pièce articulée à chaque extrémité).

En supposant des points d'inflexion dans la dalle et dans la membrure inférieure aux sections A-A et B-B, identifiées sur la figure 9.32, on rend le système isostatique. L'effort tranchant aux sections où on a admis des points d'inflexion est réparti entre la membrure inférieure et la membrure supérieure selon la rigidité relative de chacune de ces membrures. On obtient le moment fléchissant à diverses sections, dans la dalle et dans la membrure inférieure, à l'aide des lois simples de l'équilibre statique, tel qu'indiqué sur la figure 9.32. On peut également calculer l'effort de compression dans la dalle (C_f) et l'effort de traction dans la membrure inférieure (T_f) à n'importe quelle section. Ainsi, à la section A-A, on a :

$$C_f = T_f = \frac{(1,5 P)(L_A)}{d_e}$$



Effort tranchant total $\begin{cases} V_f(A-A) = 1,5 P \\ V_f(B-B) = 0,5 P \end{cases}$

Exemple de répartition de l'effort tranchant $\begin{cases} V_{fa} = \frac{I_s}{(I_s + I_{ct})} V_f(A-A) \\ V_{fb} = \frac{I_{ct}}{(I_s + I_{ct})} V_f(A-A) \end{cases}$

Exemples de calcul des moments de flexion $\begin{cases} M_{f4} = (V_{fb})(0,6a) \\ M_{f2} = (V_{fa})(0,4a) + (V_{fc})(x_2) \end{cases}$

Note: La section B-B est située au centre du plot intérieur.

Fig. 9.32 - Modèle d'analyse simplifié: poutre à quatre plots.

Pour une poutre à trois plots, il est suffisant de supposer des points d'inflexion à la section A-A, située au centre de l'ouverture no 2 (voir la figure 9.4 ou la référence [9.1]).

Avec les efforts internes, il est possible d'effectuer les cinq vérifications et calculs énumérés précédemment. Nous n'illustrerons que le calcul des plaques de raidissement des plots d'extrémité. Pour les autres vérifications et calculs, on renvoie le lecteur aux références [9.1] et [9.5].

Les efforts transmis par la dalle de béton à un plot d'extrémité sont montrés sur la figure 9.33, sauf l'effort tranchant dans la dalle, dont l'effet peut être négligé pour le calcul des plaques de raidissement (hypothèse du côté de la sécurité). Les plots d'extrémité sont les plus sollicités car il y a des efforts transmis par la dalle *seulement* à l'extrémité *intérieure* de ces plots (voir la figure 9.32). Quant aux plots intérieurs, il y a des efforts à chaque extrémité qui agissent en sens inverse, de sorte qu'ils sont moins sollicités.

Les plots d'extrémité sont donc fortement cisailés et soumis à un effort d'arrachement. Pour la vérification de la résistance au cisaillement de l'âme, on se sert des mêmes équations que pour les poutres assemblées (chapitre 10). Pour résister à l'arrachement, il est généralement nécessaire de raidir les plots d'extrémité, comme l'ont démontré les essais en laboratoire. Il y a divers arrangements possibles des raidisseurs, mais une plaque de raidissement à chaque extrémité est plus simple à fabriquer.

Pour calculer les plaques de raidissement, on utilise le modèle montré sur la figure 9.33. Les plaques de raidissement et une portion de l'âme des plots forment deux sections en T qui reprennent le couple résultant de l'excentricité de la force de compression dans la dalle de béton, par rapport à la base du plot. Pour éviter le voilement sous la compression, la longueur de la portion de l'âme est limitée à $145w/\sqrt{F_y}$, où w est l'épaisseur de l'âme du plot.

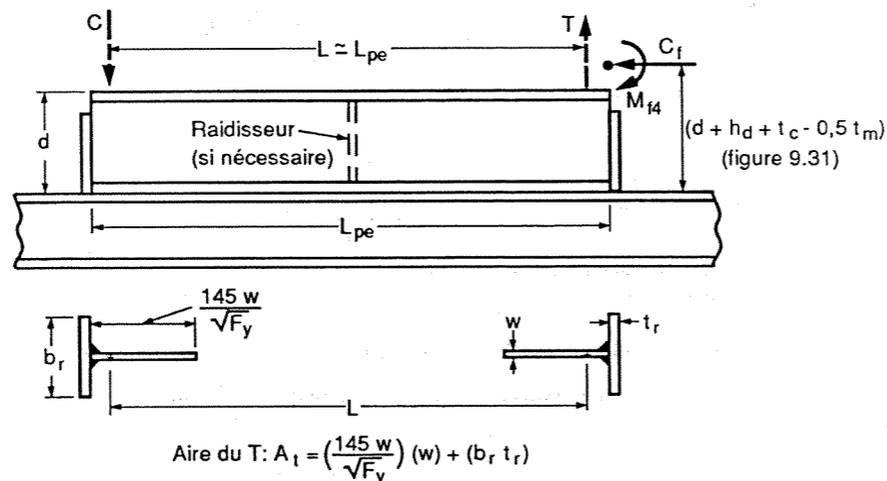


Fig. 9.33 - Calcul des raidisseurs des plots d'extrémité.

Les efforts de compression et de traction, équivalents à l'effet du couple (figure 9.33), sont égaux à :

$$T = C = \frac{C_f (d + h_d + t_c - 0,5 t_m) - M_{f4}}{L_{pe}} \quad (9.99)$$

Chaque effort est repris par une section en T dont l'aire est donnée par :

$$A_t \geq \frac{T}{\phi F_y} \quad (9.100)$$

Tel qu'indiqué sur la figure 9.33, l'aire A_t contient deux inconnues, soit b_r et t_r . Il faut donc une relation supplémentaire. Comme on l'a fait pour l'âme du T, pour éviter le voilement, on a : $b_r/t_r \leq 145/\sqrt{F_y}$. Cette dernière relation et l'équation (9.100) permettent de calculer les dimensions de la plaque de raidissement.

RÉFÉRENCES

- [9.1] CHIEN, E.Y.L., RITCHIE, J.K., *Design and construction of composite floor systems*, Canadian Institute of Steel Construction, Willowdale, Ontario, 1984.
- [9.2] CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION, *Limit states design of steel structures*, CAN/CSA-S16.1-M89, Rexdale, Ontario, 1989.
- [9.3] ELKELISH, S., ROBINSON, H., *Effective widths of composite beams with ribbed metal deck*, Can. J. Civ. Eng., vol. 13, no. 5, 1986.
- [9.4] VALLENILLA, C.R., BJORHOVDE, R., *Effective width criteria for composite beams*, A.I.S.C. Eng. Journal, vol. 22, no. 4, 1985.
- [9.5] INSTITUT CANADIEN DE LA CONSTRUCTION EN ACIER, *Bâtiments commerciaux d'un seul étage et système de planchers mixtes*, Willowdale, Ontario, 1986 (notes de cours).
- [9.6] JAYAS, B.S., HOSAIN, M.U., *Behaviour of headed studs in hollow composite beams*, Structural Eng. Research Report no. 30, Dept. of Civil Eng. University of Saskatchewan, Saskatoon.
- [9.7] CANADIAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, *Handbook of steel construction*, 5th Edition, Willowdale, Ontario, 1991.
- [9.8] PICARD, A., BEAULIEU, D., *Calcul de la résistance pondérée en flexion des poutres à section mixte*, Revue canadienne de génie civil, vol. 10, no. 1, 1983.
- [9.9] COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES, *Composite steel and concrete structures*, Eurocode N° 4, Bruxelles, 1984.

- [9.10] MATTOCK, A.H., *Shear transfer in concrete having reinforcement at an angle to the shear plane*, Special Publication 42, American Concrete Institute, Detroit, 1974.
- [9.11] MONTGOMERY, C.J., KULAK, G.L., SHWARTSBURD, G., *Deflections of a composite floor system*, Can. J. Civ. Eng., vol. 10, no. 2, 1983.
- [9.12] CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION, *Design of highway bridges*, CAN/CSA-S6-88, Rexdale, Ontario, 1988.
- [9.13] CONSEIL NATIONAL DE RECHERCHES DU CANADA, *Code national du bâtiment du Canada*, Ottawa, Ontario, 1990.
- [9.14] ALLEN, D.E., RAINER, J.H., PERNICA, G., *Building vibration due to human activities*, Institute for Research in Construction, paper no. 1489, Ottawa, Ontario, 1987.
- [9.15] WANG, L.R., GOTSCHALL, J.A., *Computer-aided design of stub-girder system*, A.I.S.C. Eng. Journal, vol. 17, no. 2, 1980.